

考虑不同沉积角的非饱和原状黄土强度特性离散元模拟分析

王海明¹, 郭楠², 徐晨曦², 陆发², 张紫晴²

(1. 中国能源建设集团甘肃省电力设计院有限公司, 甘肃 兰州 730050;

2. 兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 为了揭示沉积角对非饱和原状黄土力学行为的显著影响, 基于离散单元法, 采用 PFC3D 软件建立考虑三组不同沉积角的非饱和原状黄土三轴剪切数值模型, 通过引入 Hill 接触模型模拟颗粒间吸力作用, 系统分析沉积角对土体强度与变形特性的影响。结果表明: 在相同吸力与净围压条件下, 沉积角 90° 试样的强度低于 0° 与 60° 试样, 且初始切线模量随沉积角增大而减小; 随着净围压升高, 应力-应变曲线由理想弹塑性向应变硬化型转变。数值模拟结果与室内三轴试验数据吻合良好, 验证了模型的有效性。

关键词: 离散元数值模拟; 沉积角; 非饱和原状黄土; Hill 接触模型; 三轴剪切

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2025)06-0177-07

Discrete Element Simulation of Strength Characteristics of Unsaturated Undisturbed Loess Considering Different Deposition Angles

WANG Haiming¹, GUO Nan², XU Chenxi², LU Fa², ZHANG Ziqing²

(1. China Energy Engineering Group Gansu Electric Power Design Institute Co., Ltd., Lanzhou, Gansu 730050, China;

2. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: In order to reveal the significant influence of sedimentary angle on the mechanical behavior of unsaturated undisturbed loess, based on the discrete element method, a three-axis shear numerical model of unsaturated undisturbed loess considering three groups of different deposition angles was established by using PFC3D software. By introducing the Hill contact model to simulate the suction effect between particles, a systematic investigation was conducted to examine the influence of deposition angle on the mechanical properties of soil, focusing on strength and deformation. The results show that under the same suction and net confining pressure conditions, the strength of the sample with a deposition angle of 90 degrees is lower than that of the samples with a deposition angle of 0 degrees and 60 degrees. A reduction in the initial tangent modulus is observed with increasing deposition angle, while an increase is accompanied by higher net confining pressure. the stress-strain curve changes from ideal elastic-plastic to strain hardening. The numerical simulation results are in good agreement with the indoor triaxial test data, which verifies the validity of the model.

Keywords: discrete element numerical simulation; deposition angle; unsaturated undisturbed loess; Hill contact model; triaxial shear

随着“西部大开发”战略实施、“一带一路”倡议推进及重大基础设施向黄土地区延伸。西北黄土高

原地区城市土地资源日渐匮乏,为缓解用地紧张,城市用地日益向城市周边山区扩展,在此情况下,天然

成层黄土地基工程和黄土地质灾害越来越受到人们关注。天然成层黄土的形成经历了数百万年的沉积过程,具有显著的孔隙性、结构性、弱胶结性和强吸水性特征,这些特性使黄土在干湿循环作用下容易出现湿陷、崩解、边坡失稳等地质灾害,其力学特性依赖于沉积方向(即沉积角)^[1-3]。在实际工程中,黄土边坡的潜在滑动面、地基承载力的发挥等均与土体的沉积结构密切相关,忽视这种特性可能导致工程设计偏于危险或过于保守,严重影响工程安全与长期稳定性。因此,系统研究不同沉积角下非饱和和原状黄土的强度与变形机理,对构建符合实际土体结构的强度准则、保障黄土地区工程建设安全具有重大意义。

离散单元法作为一种颗粒离散体数值模拟工具,通过定义颗粒间的接触模型(例如线性模型、粘结模型等),模拟土体或岩体在外力作用下的微观力学行为,相较于传统的室内试验,离散元数值模拟能够精确控制颗粒的初始排列与沉积方向,从而孤立出沉积角这一单一变量进行研究,对研究黄土的非饱和及结构性等方面发挥了重要作用。胡小荣等^[4]采用 PFC3D 离散元软件对非饱和黏性土在室内加载条件下的变形过程以及剪切带的演化进行了数值模拟,获得相应的应力路径与应变响应曲线;刘重宏等^[5]开展了以粗粒土为试验对象的三轴试验的数值建模,并且进行分析,得到了相应的应力-应变关系,找出了影响其强度特性的关键因素;张世民等^[6]结合室内试验的数据和模拟结果并且运用了回归分析等方法,重点分析了考虑颗粒形状的离散元法在岩土工程中的应用进展;李春博^[7]、周凤玺等^[8]采用离散元法对非饱和土的力学行为进行了探索,初步揭示了颗粒材料在复杂应力下的细观力学机制;但是这些研究多集中于各向同性材料或重塑土,忽略了天然成层黄土的结构特性,同时没有考虑到天然沉积过程中可能形成的沉积角,故而模拟结果未能系统揭示沉积角这一结构性特征对土体宏观力学行为的控制作用。同时,在已有的研究中^[9-12],采用的接触模型难以准确模拟非饱和状态下颗粒间的基质吸力效应,导致对非饱和和原状黄土强度与变形特性的数值再现存在明显局限性。因此,能够同时精确控制沉积角、并采用适用于非饱和条件下的细观接触模型的系统性离散元研究仍不成熟,不同沉积角下非饱和和原状黄土的强度演化规律、变形特性及其微观力学机理尚不明晰。

综上,本文基于离散单元法,利用 PFC3D 平台

建立考虑不同沉积角的非饱和和原状黄土三轴剪切数值模型,采用 Hill 接触模型模拟颗粒间的吸力效应,系统探究沉积角对土体应力-应变关系、强度及变形特性的影响规律,并将模拟数据与室内三轴试验数据相对比,验证模型的有效性。研究成果将从微观机制上深化对非饱和和原状黄土结构性的理解,为研究考虑结构性特征的黄土强度理论提供科学依据。

1 离散单元法原理

离散单元法^[13],是解决不连续介质力学问题的专用数值工具。该方法的核心思想在于将连续颗粒系统离散为多个独立颗粒,并定义其质量、位置及受力等参数。颗粒间的力学响应通过接触力(如摩擦与排斥)来体现,藉此模拟整个颗粒系统的运动与变形。此方法应用广泛,常见于岩土工程^[14-16]、采矿、防灾减灾等行业。

PFC3D 提供了多种内置的接触模型以供选择,其中在黏性土模拟方面,常用的接触粘结模型能够考虑颗粒间的粘结强度和摩擦力作用^[17-19]。然而,这一模型在模拟非饱和土的三轴试验时存在局限性,因为它无法充分反映颗粒间的基质吸力等因素对土体力学性质的影响。为了更准确地模拟非饱和土的行为,PFC3D 引入了 Hill 接触模型,Hill 接触模型作用于颗粒间的接触点,并通过颗粒-Hill 接触模型-颗粒的组合形成 Hill 材料。土颗粒间的相互作用力模型依据 Hertz-Mindlin 理论^[20]建立,同时考虑了阻尼机理与库仑摩擦。模型中的相互作用力(F_s)为赫兹力(F_h)与阻尼力(F_d)的矢量和。该模型中的弹簧单元表征了接触体因压缩产生的非线性力-位移关系,其局部变形量由材料弹性常数决定。如图 1(a)中 $F_c = F^s + F^m, M_c = 0$ 为 Hill 接触模型的力-位移定律,其中 F^m 为吸力, F^s 为颗粒间的表面相互作用力,由赫兹力和阻尼力组成; $F^s = F^h + F^d$,图 1(b)中刚度和阻尼系数 $\{ \tilde{k}_n, \tilde{k}_s, \tilde{\eta}_n, \tilde{\eta}_s \}$ 是通过接触颗粒的半径 R_p 、杨氏模量 E_b 、泊松比 ν_b 、质量 m_b 以及阻尼常数 α_h 得到的模型内部参数。这种材料类似于不饱和的颗粒材料,其水分状态对颗粒间的相互作用有重要影响,Hill 材料在水分充足的条件下,其颗粒与颗粒之间会形成液桥;反之,在干燥状态下无液桥产生。这使得此模型能够更真实地模拟非饱和土中颗粒间的相互作用。

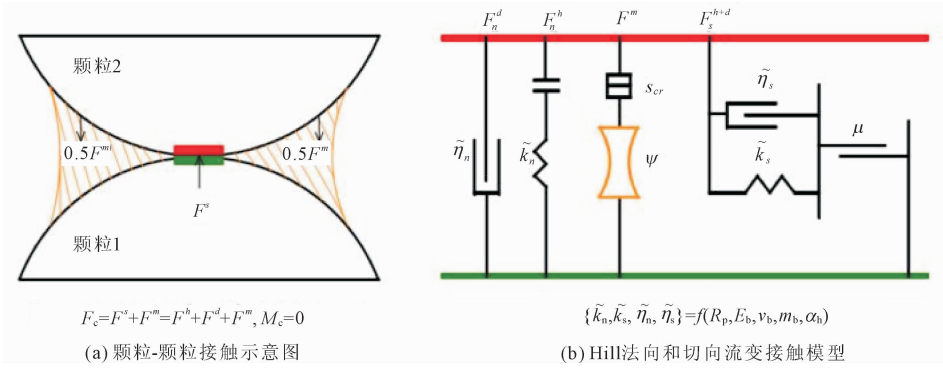


图 1 Hill 接触模型的力学行为和流变特性

Hill 接触模型构建了一个精细的、具有非线性弹性(不含张力成分)和摩擦特性的界面,该模型能够精准地模拟压缩表面间相互作用力的动态行为,并且为了模拟 Hill 材料中的水分,本研究通过在选定颗粒间引入吸力来实现。在模拟中,每个 Hill 接触点均被赋予一个水分状态。新形成的颗粒接触初始状态默认为“干”。在模拟过程中,可随时调用函数@him_makeWet(ψ, g_m)将其转换为“湿”状态,其中 ψ 为吸力, g_m 为粒间距离。此方法能有效模拟湿颗粒材料的力学行为,因此采用 Hill 接触模型可显著提升模拟的精确度,能更真实地反映非饱和和试验条件下试样的受力状态。有关 Hill 接触模型的参数变量详见表 1。在模拟过程中,需要仔细选择和调整这些参数,以确保模拟结果能够真实反映非饱和土的力学行为。

尺寸为直径 39.1 mm、高度 80 mm 的三维圆柱形模型,该模拟在指定区域随机填充颗粒,确保其尺寸与分布符合实际土体特征。在模型尺寸不变的前提下,将颗粒粒径放大至模型最短边的 30 倍以上,颗粒总数控制在 5 000 ~ 8 000 之间,如图 3 所示。

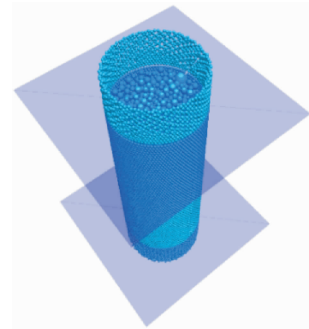


图 2 刚性墙体轴向加载

表 1 Hill 接触模型参数

关联性	参数	关键词	描述
与接触有关	μ	Fric_coef	摩擦系数
	ψ	suction	吸力
	a_h	damp_con	阻尼常量
与颗粒有关	E_b	young_mod	杨氏模量
	ν_b	pois_ratio	泊松比

2 数值模拟

2.1 数值模型建立

本节用 PFC3D 离散元软件,针对非饱和和原状黄土的三轴剪切试验进行数值模拟,并对 Hill 接触模型细观参数标定的影响因素进行探究,其模拟流程主要包括以下三个环节:试样制备、接触模型的定义与荷载的施加。该模型采用柔性边界模拟三轴仪的橡皮膜约束,试样的两端采用刚性墙体进行轴向加载,通过伺服控制机制施加围压,如图 2 所示。生成

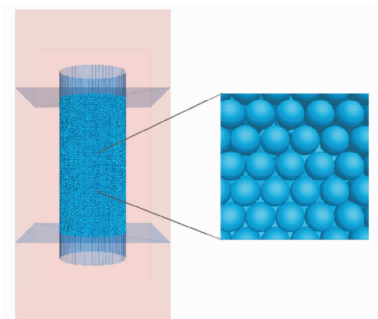


图 3 标准三轴试件

2.2 数值模拟方案

黄土试样生成后,通过设置 0.01 mm/min 的加载速率,实现轴向应变控制加载,本模型采用颗粒细观参数见表 2、表 3。这些参数包括颗粒的细观特性,如形状、大小、分布等,在模拟过程中,需要仔细选择和调整这些参数,以确保模拟结果能够真实反映非饱和土的力学行为。

表 2 土颗粒细观参数

接触对象	接触模型	颗粒直径/mm	颗粒密度/(kg·m ⁻³)	初始孔隙率	泊松比	摩擦系数	阻尼系数
黄土土颗粒	Hill 接触模型	0.01~0.04	2600	0.03	0.35	0.06	0.7

表 3 柔性膜与刚性墙体细观参数

接触对象	接触模型	颗粒直径/mm	颗粒密度/(kg·m ⁻³)	泊松比	摩擦系数	阻尼系数
膜颗粒	接触粘结模型	0.01	1000	0.5	0.7	0.7
刚性墙体	线性接触模型	—	—	—	0.7	—

加载过程中,围压通过等效集中力作用于外侧柔性膜颗粒,并随其位置变化实时更新,以维持恒定围压。根据张强等^[8]提出的颗粒等效节点,如图4是等效节点力作用简图,等效集中力 \vec{F} 计算公式为:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{3} \sigma_3 A_i \vec{n}_i \quad (1)$$

式中: σ_3 为围压; A_i 和 \vec{n}_i 分别为第 i 个三角形单元的面积和单位法向量。

A_i 计算公式为:

$$A_i = \frac{1}{2} | \vec{l}_1 - \vec{l}_2 | \quad (2)$$

式中: \vec{l}_1, \vec{l}_2 为#0 球心 \vec{p}_0 到# i 球中 \vec{p}_i 的向量。

$$\vec{l}_i = \vec{p}_i - \vec{p}_0 \quad (3)$$

\vec{n} 的计算公式为:

$$\vec{n}_i = \frac{\vec{l}_1 \times \vec{l}_2}{| \vec{l}_1 \times \vec{l}_2 |} \quad (4)$$

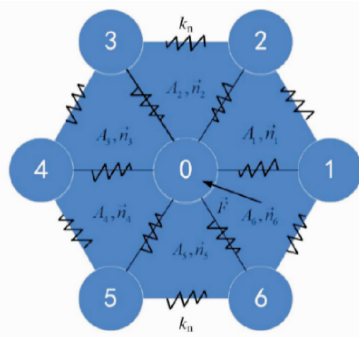


图 4 柔性膜颗粒上施加的等效集中力计算示意图

2.3 数值模拟结果

对不同沉积角非饱和原状土样的三轴固结排水剪切试验进行模拟,图5、图6、图7分别为沉积角为0°、60°、90°时土样模拟的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_a$ 关系曲线。

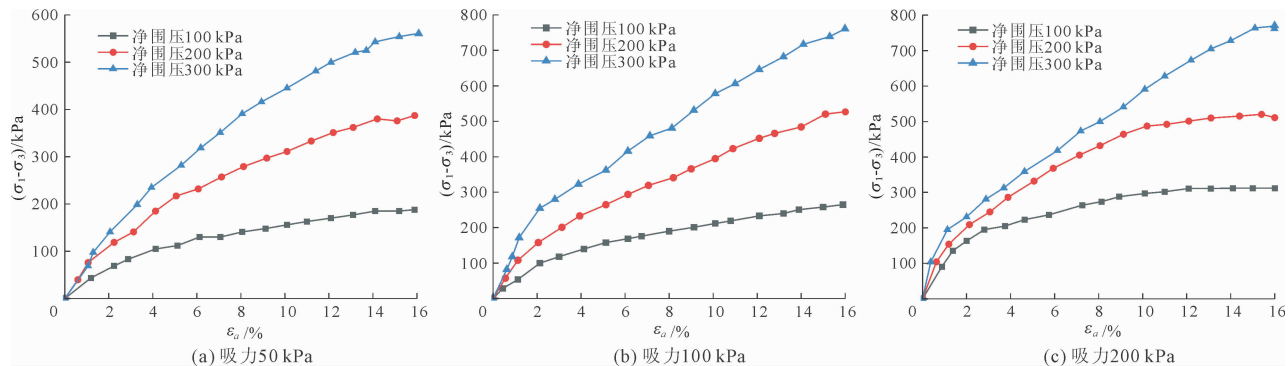


图 5 沉积角 0° 模拟的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_a$ 关系曲线

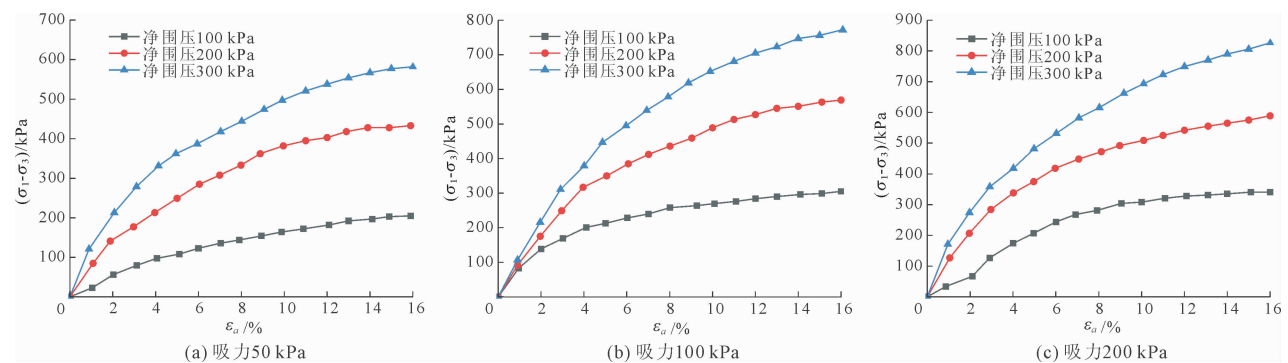


图 6 沉积角 60° 模拟的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_a$ 关系曲线

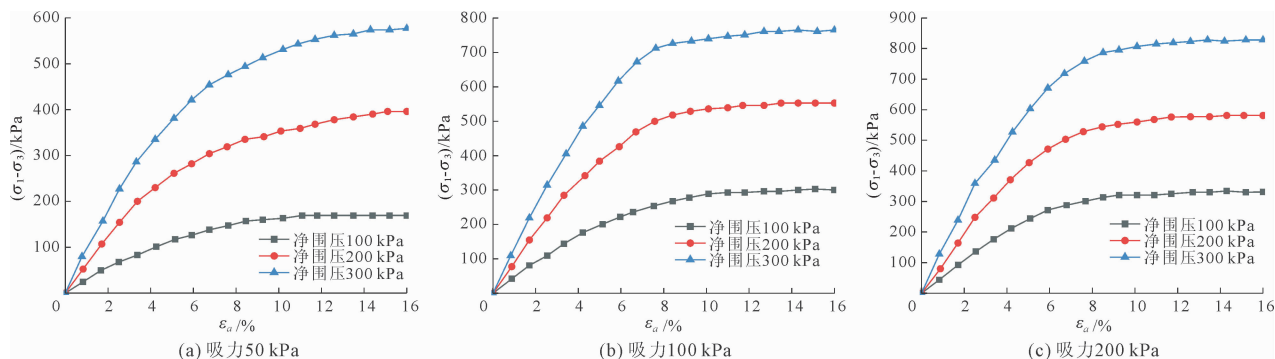


图 7 沉积角 90° 模拟的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_a$ 关系曲线

通过对比图 5—图 7 发现,在相同吸力条件下,净围压越大,试样的强度也越大,而且净围压的变化对试样应力-应变曲线形态具有系统性影响。在低净围压(如 50 kPa)条件下,曲线呈现理想弹塑性特征,峰值后出现软化行为;随着净围压升高(如 100 kPa、200 kPa),曲线逐渐向应变硬化型转变,峰值应力提高,延性增强;高净围压下,沉积角对曲线形态的影响更为显著, 90° 试样在硬化阶段表现出更平缓的上升趋势。

而在相同净围压条件下,试样的吸力越大,则峰值偏应力也越大。这表明吸力作为非饱和土中重要的应力状态变量,对试样强度具有显著增强作用:在相同净围压与沉积角条件下,吸力从 50 kPa 增至 200 kPa,试样峰值偏应力提升约 40%~60%;吸力对强度的增强效应在低净围压下更为明显;沉积角为 0° 的试样对吸力变化最为敏感,强度提升幅度最大。其次:在相同吸力与净围压条件下,沉积角对试样的偏应力峰值具有显著影响。具体表现为:沉积角为 90° 的试样,其峰值偏应力明显低于 0° 与 60° 试样;随着沉积角增大,试样强度呈现递减趋势。这一现象与土体内部颗粒排列方式及接触力链的方向性密切相关。沉积角越大,颗粒间接触力链与加载方向的夹角增大,导致宏观强度降低。

另外,沉积角对试样在剪切初期的刚度响应也具有明显控制作用:沉积角为 0° 的试样,其应力-应变曲线初始切线斜率最大,表明其刚度最高;随着沉积角增大至 60° 、 90° ,初始切线模量逐渐减小。这说明沉积角越大,土体在初始加载阶段表现出越明显的柔性变形特征,反映了其结构性弱化趋势。

最后,通过对比不同沉积角试样的破坏应力(如图 5—图 7 所示),发现:在相同吸力与净围压下,沉积角 90° 试样的破坏应力始终最低;沉积角 60° 试样的破坏应力介于 0° 与 90° 之间;随着净围压

升高,各沉积角试样间的强度差异逐渐缩小,但在高吸力条件下仍保持明显差异。

3 离散元模拟验证

为了验证所建立的离散元模型的有效性,采用室内三轴剪切试验进行对比分析,试验仪器采用陆军勤务学院陈正汉教授改装和升级的非饱和土三轴仪,该三轴仪配备了三台 GDS 压力/体积控制器,双层压力室。压力量测的精度为 1 kPa,体积的测量精度为 1 mm^3 。具体仪器结构和功能详见陈正汉等^[14]。该仪器具备精准控制及测量轴向应力、围压、孔隙气压和孔隙水压的能力,能够对土样的应力状态和吸力进行全方位调控与监测,以模拟复杂的非饱和土应力状态。试验选用的原状土初始质量含水率在 2%~4% 左右,因此初始吸力较高,不便于施加吸力,为了考虑吸力的影响,需增加含水率,而之前所进行过的试验表明,当试样的含水率为 18.6% 时,既具备了合适的力学性能,其基质吸力又正好落在试验计划研究的范围内,故设置含水率为 18.6%。本节进行了限制沉积角为 0° ,控制吸力 s 与净围压 $(\sigma_3 - u_a)$ 为常数的九个三轴固结排水剪切试验。试验包括固结和剪切两部分,首先进行固结试验,待土样排水稳定后固结结束,接着进行剪切,设定的剪切速率为 0.0066 mm/min ,同样的当土样的轴向变形量达到 15% (即 16 mm) 时,剪切结束。

图 8 为沉积角为 0° 时非饱和原状土样模拟与试验对比的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_a$ 关系曲线。由图 8 可知,离散元模拟的偏应力-轴向应变曲线变化趋势与三轴试验的结果一致,随着净围压的增加, $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_a$ 关系曲线逐渐由理想弹塑型变为硬化型。将两者的破坏应力 (q_f, p_f) 列于表 4。对比表格中的参数可知,试验和模拟的数据误差较小,因此模拟结果可靠。

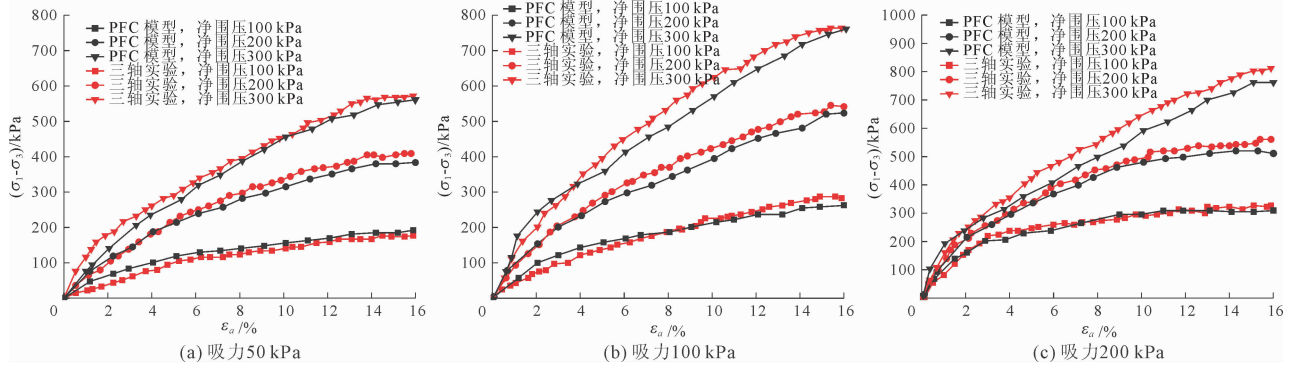


图 8 沉积角 0° 模拟与试验对比的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_a$ 关系曲线

将沉积角为 0° 、 60° 、 90° 试样的不同围压、吸力的破坏应力 (q_f 、 p_f) 列于表 4, 由数据对比可知, 当吸力、净围压相同时, 沉积角 90° 试样的强度小于沉积角 0° 、沉积角 60° 试样的强度。在剪切初期, 沉积角

为 90° 的试样与沉积角为 0° 的试样在应力-应变曲线上存在明显的差异。具体来说, 90° 沉积角的试样其应力-应变曲线的初始切线斜率要小于 0° 沉积角的试样。

表 4 沉积角 0° 、 60° 、 90° 土样的强度参数

吸力 s/kPa	$(\sigma_3 - u_a)/\text{kPa}$	q_f/kPa				p_f/kPa			
		0°		60°	90°	0°		60°	90°
		试验	模拟	模拟	模拟	试验	模拟	模拟	模拟
50	100	252.9	267.7	203.3	171.5	184.3	189.2	167.8	157.2
	200	489.1	485.7	432.5	395.8	363.2	361.9	344.2	331.9
	300	602.6	647.5	581.9	578.7	500.9	515.8	493.9	492.9
100	100	346.3	353.5	306.1	301.1	215.4	217.8	202.1	200.4
	200	614.3	600.9	568.8	551.8	404.8	400.3	389.6	383.9
	300	791.5	805.2	773.8	762.2	563.8	568.4	557.9	554.1
200	100	378.3	389.2	341.4	329.9	226.1	229.7	213.8	209.9
	200	637.6	657.6	588.8	578.4	412.5	419.2	396.3	392.8
	300	836.5	836.5	826.6	821.4	578.8	578.8	575.5	573.8

由上述图 8 和表 4 可知, 通过对比模拟数据与试验数据, 模拟数据与实际试验结果在不同净围压与吸力组合条件下均表现出较高吻合度, 尤其是在净围压 100 kPa ~ 200 kPa 与吸力 100 kPa ~ 200 kPa 范围内, 模拟与试验的破坏应力误差普遍控制在 5% 以内, 部分情况下甚至低于 3%, 表明该数值模型在此参数区间内具有较好的预测精度。随着净围压的升高, 模拟与试验结果的吻合度整体提升, 误差呈减小趋势。而在吸力变化过程中, 误差也呈现一定规律性: 吸力为 50 kPa 时误差略大, 随着吸力增至 100 kPa 与 200 kPa, 误差逐步收敛, 说明模型对中高吸力条件下的力学响应模拟更为准确。

综上, 沉积角为 0° 的非饱和原状黄土模型在中高围压与中高吸力范围内模拟精度最高, 模型可靠性随围压与吸力的升高而进一步增强, 数值模型成功再现了其宏观力学行为, 为后续研究提供了可靠

的数值分析基础。

4 结 论

本文通过 PFC3D 软件模拟了针对沉积角为 0° 、 60° 、 90° 的非饱和原状土样的三轴固结排水剪切试验, 研究不同沉积角 (0° 、 60° 、 90°) 的土样力学特性, 分析非饱和原状黄土的力学特性、净围压、吸力和沉积角等因素对非饱和原状土力学特性的影响等。主要结论如下:

- (1) 通过分级接触分级粘结的方法生成土样颗粒, 以此模拟土样的横观各向同性; 借助 Hill 接触模型模拟非饱和土中的吸力作用, 从而更贴近实际的非饱和原状黄土, 并且高度还原室内三轴剪切试验。
- (2) 不同沉积角的非饱和原状土样在模拟过程中, 其偏应力-轴向应变曲线表现出与非饱和三轴室内试验相似的规律。在低净围压条件下, 曲线形

态接近理想弹塑性,而在高净围压时,则呈现出明显的应变硬化特征。对比沉积角 0° 、 60° 、 90° 试验与模拟在不同净围压及吸力条件下的破坏应力(q_f 、 p_f)参数,两者的误差较小,表明模拟结果具备较高的可信度,从而进一步验证了模拟方法的合理性。

(3) 对比相同吸力和相同净围压下 0° 和 90° 的非饱和和原状土样的模拟数据,沉积角 90° 的土样强度相比沉积角 0° 的土样更低。同时,其应力-应变曲线的初始切线斜率也小于沉积角 0° 的土样,且随着净围压的增加,差异愈发显著。造成这一现象的原因与土样内部颗粒的排列方式及接触状态相关,直接影响了土体的强度特性。

参考文献:

- [1] 段玉石,薄景山,彭 达,等.地震诱发黄土滑坡分布特征分析——以1920年海原特大地震为例[J].应用基础与工程科学学报,2025,33(5):1358-1370.
- [2] 马星宇,王兰民,蒲小武,等.基于Newmark模型的积石山6.2级地震滑坡快速评估[J].地震工程学报,2024,46(4):825-835.
- [3] 杨冬冬,邱海军,胡 胜,等.“一带一路”地区地质灾害时空分布特征及防治对策[J].科技导报,2020,38(16):45-52.
- [4] 胡小荣,路 祥,王 攀,等.基于PFC3D的超固结非饱和黏性土力学特性分析[J].应用力学学报,2025,42(3):566-579.
- [5] 刘重宏,巨能攀,周 新,等.粗粒土力学特性的大型三轴试验及离散元-有限元耦合模拟[J].成都理工大学学报(自然科学版),2024,51(2):291-302.
- [6] 张世民,陈万里,刘嘉英,等.考虑颗粒形状的离散元法在岩土工程中的应用进展[J].科学技术与工程,2024,24(2):447-454.
- [7] 李春博.基于柔性边界和Hill接触模型的PFC3D非饱和土动力特性分析[D].南昌:南昌大学,2022.
- [8] 周凤玺,赵 曼,应 赛.非饱和土力学行为的三维离散元分析[J].福州大学学报(自然科学版),2020,48(6):779-785.
- [9] 王恒通,王家全,唐 毅,等.组合Clump颗粒加筋砂土三轴剪切试验离散元模拟分析[J].广西科技大学学报,2021,32(3):34-41.
- [10] 徐富涛,吕思章,郝景龙,等.深海能源土的三轴剪切试验及离散元数值模拟研究[J].工程建设,2025,57(6):20-27.
- [11] 张子然,胡盛明,张佳宁,等.考虑压缩变形的压实黄土土水特征曲线和渗透系数预测[J/OL].长江科学院院报,1-9.[2025-11-14].<https://link.cnki.net/urlid/42.1171.TV.20251105.0956.002>.
- [12] 勾靖国.常含水率下Q3原状黄土的应力-应变、吸力变化及临界状态特性[J].工程勘察,2022,50(9):12-19.
- [13] 顾 洋,庄志凯,魏伟琼,等.基于离散单元法的粗粒土数值直剪试验[J].土工基础,2025,39(3):480-485.
- [14] 黄兴涛,唐 鹏.PFC2D平行黏结模型模拟岩石过程中的强度偏差机制[J/OL].人民长江,1-10.[2025-11-14]<https://link.cnki.net/urlid/42.1202.TV.20250825.1752.007>.
- [15] 刘 岩,秦 攀,洪文鹏.基于计算流体力学-离散单元法耦合的粗糙壁面颗粒趋壁沉积过程的数值模拟[J].科学技术与工程,2021,21(13):5216-5222.
- [16] 刘 春,乐天呈,施 斌,等.颗粒离散元法工程应用的三大问题探讨[J].岩石力学与工程学报,2020,39(6):1142-1152.
- [17] 陈 昊,胡小荣.非饱和土三剪强度准则及验证[J].岩土力学,2020,41(7):2380-2388.
- [18] 李纪人,马建威,孙亚勇.遥感技术新进展赋能水利行业应用[J].中国水利,2024(11):17-20.
- [19] 焦 爽.基于离散元方法的钙质砂破碎演化及级配相关本构模型研究[D].北京:北京工业大学,2023.
- [20] 龚 凤,胡 嫚,鲍安红,等.基于Hertz-Mindlin模型的稻草秸秆参数标定及显著性分析[J].西南大学学报(自然科学版),2022,44(12):186-196.