

# 基于 PFC<sup>3D</sup> 模拟的混凝土直剪试验细观参数 对宏观特性影响研究

谢晓龙<sup>1,2</sup>, 郭 鸿<sup>1,3</sup>, 蒋 红<sup>1,3</sup>, 杨凯龙<sup>1,2</sup>, 杜甜甜<sup>1,2</sup>, 王 雅<sup>1,2</sup>,  
程月新<sup>1,2</sup>, 罗 滔<sup>4,5</sup>

- (1. 陕西理工大学 土木工程与建筑学院, 陕西 汉中 723001; 2. 陕西理工大学 人居环境科研学社, 陕西 汉中 723001;  
3. 陕西理工大学秦巴山地岩土环境与灾害防治研究中心, 陕西 汉中 723001;  
4. 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100;  
5. 西京学院 陕西省混凝土结构安全与耐久性重点实验室, 陕西 西安 710123)

**摘 要:** 为了研究平行黏结模型中细观参数对宏观特性的影响, 采用颗粒流离散元软件 PFC<sup>3D</sup> 模拟混凝土直剪试验, 通过控制变量法, 分析颗粒摩擦系数、平行黏结接触有效模量、平行黏结接触内摩擦角、平行黏结接触抗拉强度、平行黏结接触黏聚力以及法向应力对混凝土直剪试验结果的影响。研究表明: 摩擦系数仅略微影响剪切应力-水平剪切位移曲线, 即在剪切应力峰值之后, 随着摩擦系数的增加, 曲线下降的幅度减小; 平行黏结接触有效模量主要影响着剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率(剪切刚度), 随着有效模量的增加, 斜率呈线性增长; 平行黏结接触内摩擦角、平行黏结接触抗拉强度和 平行黏结接触黏聚力主要影响着剪切应力-水平剪切位移曲线的峰值(抗剪强度)。

**关键词:** 混凝土; 离散元模拟; 细观参数; 直剪试验

中图分类号: TV431

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2024)05-0060-07

## Influence of Mesoscopic Parameters on Macroscopic Characteristics in Concrete Direct Shear Test Based on PFC<sup>3D</sup> Simulation

XIE Xiaolong<sup>1,2</sup>, GUO Hong<sup>1,3</sup>, JIANG Hong<sup>1,3</sup>, YANG Kailong<sup>1,2</sup>, DU Tiantian<sup>1,2</sup>,  
WANG Ya<sup>1,2</sup>, CHENG Yuexin<sup>1,2</sup>, LUO Tao<sup>4,5</sup>

- (1. School of Civil Engineering and Architecture, Shaanxi University of Technology, Hanzhong, Shaanxi 723001, China;  
2. Student Research Society of Human Settlements, Shaanxi University of Technology, Hanzhong, Shaanxi 723001, China;  
3. Research Center of Geotechnical Environment and Geological Hazards Control in Qinling-Daba Mountains,  
Shaanxi University of Technology, Hanzhong, Shaanxi 723001, China;  
4. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling, Shaanxi 712100, China;  
5. Shaanxi Key Laboratory of Safety and Durability of Concrete Structures, Xijing University, Xi'an, Shaanxi 710123, China)

**Abstract:** To investigate the influence of microscopic parameters on macroscopic properties in parallel bonding models, the particle flow discrete element software PFC<sup>3D</sup> was used to simulate the direct shear test of concrete, and the influence of mesoscopic parameters in the parallel bond model on the macroscopic characteristics was studied. Through the control variable method, the effects of particle friction coefficient, effective modulus of parallel bond contact, friction angle of parallel bond contact, tensile strength of parallel bond contact, cohesion of parallel bond contact and normal stress on the direct shear test results of concrete were analyzed. The results show that the friction coefficient only slight-

收稿日期: 2024-05-05

修稿日期: 2024-06-16

基金项目: 陕西省重点研发计划项目(2023-YBSF-324); 陕西省教育厅服务地方专项计划项目(23JC019); 陕西理工大学科研能力提升专项项目(SLGNL202415)

作者简介: 谢晓龙(2000—), 男, 硕士研究生, 研究方向为水工混凝土材料。E-mail: xiexiaolong@snut.edu.cn

通讯作者: 蒋 红(1986—), 女, 博士, 副教授, 主要从事颗粒物质力学、岩土工程理论及数值模拟研究。E-mail: jianghong@snut.edu.cn

ly affects the shear stress-horizontal shear displacement curve, that is, after the peak shear stress, the decrease of the curve decreases with the increase of the friction coefficient. The effective modulus of parallel bond contact mainly affects the slope of shear stress-horizontal shear displacement curve (shear stiffness). With the increase of effective modulus, the slope increases and is linear. The parallel bond contact friction angle, the parallel bond contact tensile strength and the parallel bond contact cohesion mainly affect the peak value of the shear stress-horizontal shear displacement curve (shear strength).

**Keywords:** concrete; discrete element simulation; mesoscopic parameters; direct shear test

混凝土大坝<sup>[1]</sup>的分层浇筑会形成层面结构,通常受到剪切荷载的作用,易使混凝土发生剪切破坏。为了研究混凝土的抗剪性能,室内直剪试验<sup>[2]</sup>是一种成熟的方法,但因其效率较低、结果具有较大的分散性且无法从细观层面揭示混凝土剪切破坏的机制与特征,故一些学者建立了颗粒离散元数值仿真模拟的方法来模拟混凝土等此类结合密实的非均匀准脆性材料的破坏。Cundall 等<sup>[3-4]</sup>建立了离散元法 (DEM),该方法基于牛顿第二定律,不仅能较好地再现介质在受力过程中的非连续性特征,而且能够细致地揭示介质内部的力学机制和细观结构变化。Potyondy 等<sup>[5]</sup>提出了平行黏结模型,考虑了颗粒接触点间不仅可以承受压力,还能够承受拉力甚至力矩,是 PFC 数值模拟混凝土力学行为中常用的本构模型,能够较好的模拟混凝土的力学行为<sup>[6]</sup>。通过 PFC 模拟混凝土的直剪试验,基于平行黏结模型标定细观力学参数能够较好地模拟并反映混凝土的细观力学机理。因此,平行黏结模型细观参数的确定至关重要,将直接影响到模拟的准确性。

目前,很多学者对平行黏结模型的细观参数与宏观力学特性的关系进行了研究。赵国彦等<sup>[7]</sup>通过 PFC 模拟单轴压缩试验,对平行黏结模型中的细观参数对宏观特性的影响进行了研究,总结了平行黏结模型宏观参数与细观参数之间定量关系;阿比尔的等<sup>[8]</sup>采用变量控制法较全面地分析了各细观参数与宏观参数的定量关系,建立了宏细观参数之间的经验公式;郭鸿等<sup>[9]</sup>针对二维规则排列颗粒组成的宏观介质,建立了一种离散元平行黏结模型细观参数和宏观力学参数的定量关系;周喻等<sup>[10]</sup>基于颗粒流理论和 PFC 程序,较为完善地实现岩石节理 PFC 数值直剪试验,并分别从宏观和细观角度深入探讨节理在直剪试验过程中的力学演化特征和破坏机制;Su 等<sup>[11]</sup>采用 PFC<sup>2D</sup>提出并测试了混凝土的离散元模型,基于正交试验设计和响应面设计的思想,采用单轴压缩试验得到了一组混凝土宏细观参数之

间的映射关系;钟惟亮等<sup>[12]</sup>通过模拟得到的地聚物混凝土单轴压缩试验的数据,对 BP 神经网络模型进行训练,建立了地聚物混凝土宏、细观参数之间的非线性映射关系;覃茜等<sup>[13]</sup>采用 PFC<sup>3D</sup>中的平行黏结模型研究了接触模量、接触刚度比等细观参数对混凝土直剪试验结果的影响。

然而,上述多为模拟单轴压缩条件下或者其它材料在直剪试验条件下的细观参数与宏观力学特性关系研究,在混凝土直剪试验方面的研究较少。鉴于此,本研究通过采用颗粒离散元软件 PFC<sup>3D</sup>中的平行黏结模型,对混凝土的直接剪切试验进行模拟,以确定细观参数对宏观剪切应力-水平剪切位移曲线规律的影响,从而为快速、合理地标定离散元模拟混凝土直剪试验中平行黏结模型的细观参数提供依据。

## 1 平行黏结模型

PFC<sup>3D</sup> (Particle Flow Code in 3 dimensions) 中的平行黏结模型是一种模拟颗粒间黏结行为的接触模型,它适用于黏结材料(如水泥间骨料的黏结等)力学行为的模拟<sup>[14]</sup>,并通过细观参数的调整来反映不同材料的宏观响应。

### 1.1 平行黏结模型的两个界面

平行黏结模型的关键特性在于它的两个界面,如图 1 所示。

(1) 弹性界面:即线弹性黏结,相当于线性模型中的接触。这部分不抵抗相对旋转,并且通过库仑极限来调节滑移,当剪切力达到一定限度时会发生滑动,从而模拟颗粒间的相互作用。

(2) 黏结界面:这个界面被称为平行键,因为它在成键时与第一个界面平行作用。这部分具有有限的尺寸,可以传递力和力矩,从而模拟颗粒间因黏结而形成的连接效果。而且这种接触能够在一定程度上抵抗旋转,从而模拟黏结键的变形、强度及能量演化特征。

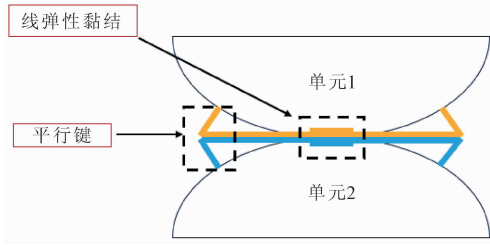


图 1 平行黏结模型示意图<sup>[15]</sup>

### 1.2 平行黏结模型的黏结破坏准则

在平行黏结模型中,为了表征黏结的强度特征,引入了平行黏结抗拉强度、平行黏结黏聚力和平行黏结内摩擦角,黏结的抗剪强度通过如下摩尔库仑公式确定:

$$\bar{\tau}_c = \bar{c} - \bar{\sigma} \tan \bar{\varphi} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma} = \bar{F}_n / \bar{A} \quad (2)$$

破坏准则如下:

$$\bar{\sigma} \geq \bar{\sigma}_c \rightarrow \text{拉伸破坏} \quad (3)$$

$$\bar{\tau} \geq \bar{\tau}_c \rightarrow \text{剪切破坏} \quad (4)$$

式中: $\bar{\tau}$ 为黏结抗剪强度; $\bar{c}$ 为平行黏结黏聚力; $\bar{\sigma}$ 为正应力; $\bar{\varphi}$ 为平行黏结内摩擦角; $\bar{F}_n$ 为法向力; $\bar{A}$ 为接触面积; $\bar{\sigma}_c$ 为平行黏结抗拉强度; $\bar{\tau}$ 为剪应力。

即当 $\bar{\sigma} \geq \bar{\sigma}_c$ 时,黏结表现为拉伸破坏,当 $\bar{\tau} \geq \bar{\tau}_c$ 时,黏结表现为剪切破坏。故当接触处的应力超过黏结强度时,黏结会发生破坏,导致颗粒间的连接失效,模型退化为线性模型,如图 2(a)。

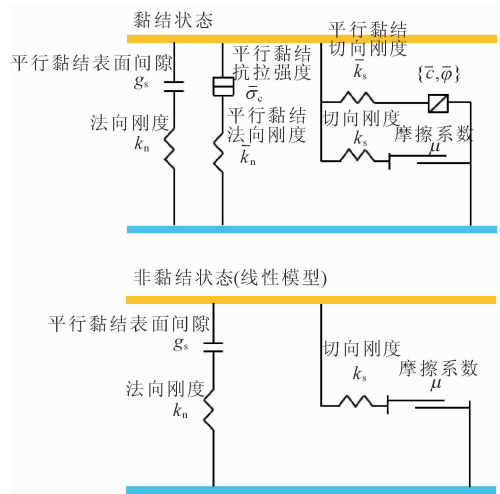
图 2(b)进一步表明了平行黏结破坏的包络线,即当黏结所受正应力小于抗拉强度,剪应力小于抗剪强度时,黏结完整,否则黏结破坏。

## 2 数值模拟试验

通过 PFC<sup>3D</sup>生成尺寸为 150 mm × 150 mm × 150 mm 的混凝土直剪试件模型,首先采用 8 ± 20% mm 粒径的颗粒构建该试件,然后在试件周围设置 10 道刚性墙来模拟上下剪切盒,此外还在剪切面的水平向增设了 2 道刚性墙,防止颗粒在剪切过程中散落,如图 3(a)所示。

数值模拟剪切试验如图 3(b)所示,首先固定下剪切盒,然后对上剪切盒顶部进行伺服加载,采用 FISH 语言编写伺服函数,每一计算时步都调用伺服函数,通过不断更新墙体速度,来控制施加在墙体上力的大小,从而实现剪切过程中上剪盒顶部墙体保持恒定的法向应力;再对上剪切盒从速度 0 分级加载到 0.05 m/s;最后使上剪切盒保持 x 轴水平正方向的恒定速度 0.05 m/s 进行加载<sup>[16]</sup>,直至试验的剪切应力-水平剪切位移曲线达到峰值后再下降到

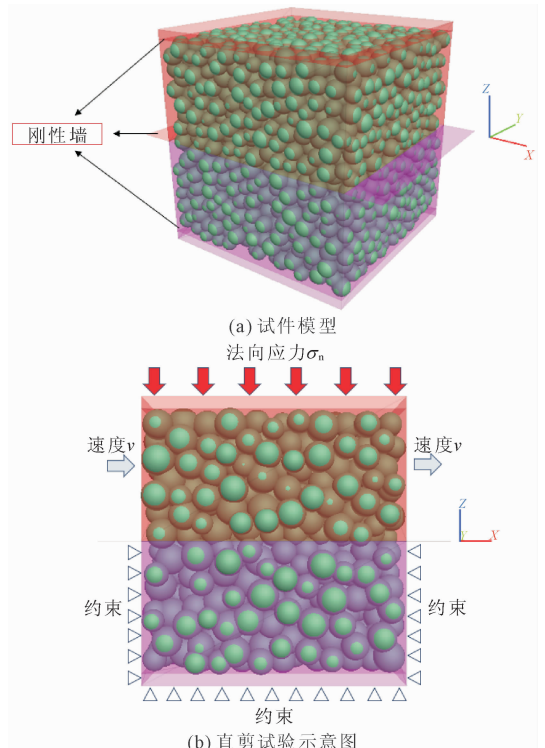
峰值的 80%,终止数值模拟试验。



(a) 平行黏结破坏示意图

(b) 平行黏结破坏包络线

图 2 平行黏结示意图<sup>[15]</sup>



(a) 试件模型

法向应力 $\sigma_n$

速度v

约束

(b) 直剪试验示意图

图 3 直接剪切试验模型

### 3 微观参数对宏观特性的影响分析

采用控制变量法研究平行黏结模型的 5 个重要细观参数(颗粒摩擦系数  $\mu$ 、平行黏结接触有效模量  $\bar{E}^*$ 、平行黏结接触摩擦角  $\bar{\varphi}$ 、平行黏结接触抗拉强度  $\bar{\sigma}_c$ 、平行黏结接触黏聚力  $\bar{c}$ )以及法向应力  $\sigma_n$  对混凝土直剪试验中剪切应力-水平剪切位移曲线的影响。

细观参数分组见表 1,进而分析这些细观参数对混凝土直剪试验剪切应力-水平剪切位移曲线的具体影响。

表 1 平行黏结模型的细观参数分组

摩擦系数 $\mu$	平行黏结有效模量 $\bar{E}^*/\text{MPa}$	平行黏结内摩擦角 $\bar{\varphi}/(^{\circ})$	平行黏结抗拉强度 $\bar{\sigma}_c/\text{MPa}$	平行黏结黏聚力 $\bar{c}/\text{MPa}$	法向应力 $\sigma_n/\text{MPa}$
0.5					
0.6	1000	65	10	10	1
0.7					
	500				
0.6	1000	65	10	10	1
	5000				
		25			
		35			
		45			
0.6	1000	55	10	10	1
		65			
		75			
		85			
			5		
0.6	1000	75	10	50	1
			50		
				5	
0.6	1000	85	50	10	1
				50	
					1
					2
0.6	1000	65	10	10	3
					4
					5

#### 3.1 颗粒摩擦系数 $\mu$ 的影响

颗粒摩擦系数对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响如图 4 所示。

由图 4 可以看出,随着颗粒摩擦系数的增大,剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率基本不变。可以推断在剪切初期,颗粒之间的黏结尚未破坏,颗粒间的接触和黏结作用对剪切应力的增加起到主导作用。由于模型固定了其它细观参数,颗粒的初始排列和接触条件相似,因此在剪切初期,不同摩擦系数下的颗粒间黏结破坏前的行为相似,导致剪切应力-水平剪切位移曲线基本重合。而在剪切应力峰值之后,随着摩擦系数的增加,曲线下落的幅度减小。

是因为当剪切应力达到峰值后,颗粒间的黏结开始破坏,摩擦力主导颗粒间相互作用,摩擦系数的增加意味着在黏结破坏后,颗粒间滑动的阻力增大,导致更多的能量被用于克服摩擦力。

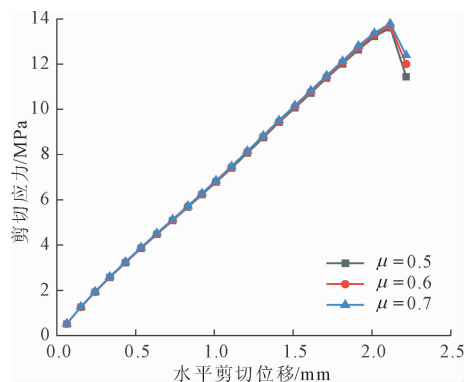
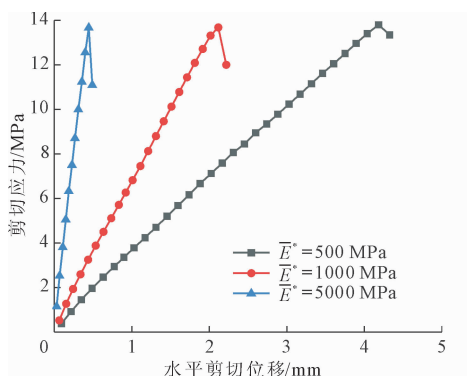


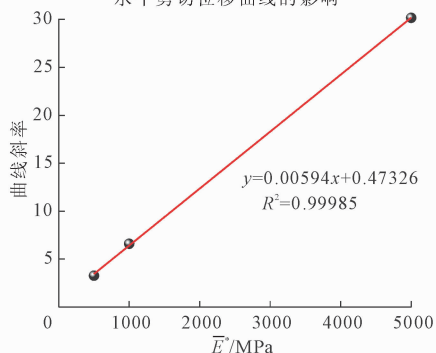
图 4 颗粒摩擦系数对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响

#### 3.2 平行黏结接触有效模量 $\bar{E}^*$ 的影响

平行黏结接触有效模量对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响如图 5 所示。



(a) 平行黏结接触有效模量对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响



(b) 曲线斜率-平行黏结接触有效模量的线性关系

图 5 平行黏结接触有效模量的影响规律

由图 5(a)可以看出,当平行黏结接触有效模量增大时,剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率也随之增大;由图 5(b)可知,剪切应力-水平剪切位移

曲线的斜率随着平行黏结有效模量增大呈线性增长。

剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率代表了材料的剪切刚度。在平行黏结模型中,剪切刚度与黏结接触的有效模量成正比。因此,当有效模量增大时,颗粒间的黏结在剪切作用下的弹性变形减小,导致剪切刚度增加,这反映为剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率增大。

### 3.3 平行黏结接触内摩擦角 $\varphi$ 的影响

平行黏结接触内摩擦角对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响如图 6 所示。

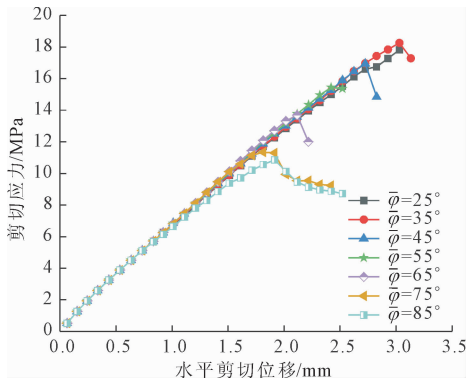


图 6 平行黏结接触内摩擦角对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响

由图 6 可以看出,平行黏结接触内摩擦角小于  $45^\circ$  时,剪切应力峰值随内摩擦角的增大而增大;但当平行黏结接触内摩擦角超过  $45^\circ$  后,剪切应力峰值反而随内摩擦角的增大而减小,这一点与覃茜论文中提到的结论相符合<sup>[13]</sup>。

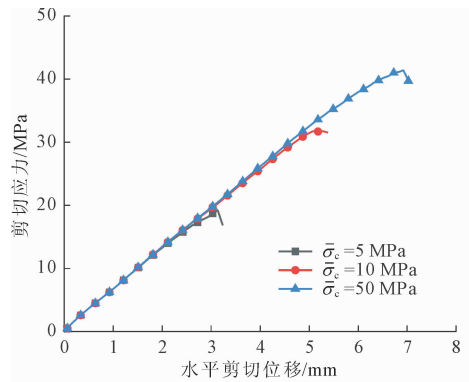
这与颗粒间黏结接触的摩擦阻力和黏结破坏机制有关,可能是因为较低的内摩擦角下,颗粒间的黏结接触较为牢固,能够抵抗较大的剪切应力。但随着内摩擦角的增大,黏结接触可能更容易达到其破坏强度,导致颗粒间的黏结更容易发生破坏,从而降低了材料的整体剪切强度。

### 3.4 平行黏结接触抗拉强度 $\bar{\sigma}_c$ 的影响

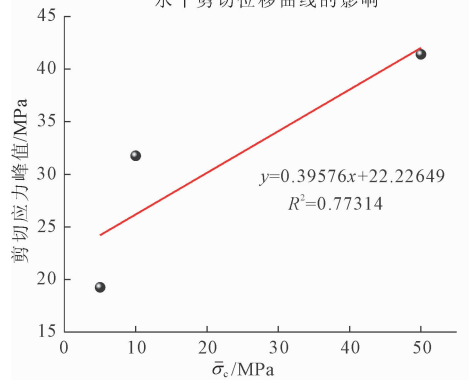
平行黏结接触抗拉强度对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响如图 7 所示。

由图 7(a)可以看出,随着平行黏结接触抗拉强度的增大,剪切应力峰值增大;由图 7(b)可知,剪切应力峰值随着  $\bar{\sigma}_c$  的增大呈非线性增长。

这是因为在直剪试验中,颗粒间的黏结力在抵抗剪切变形中起主要作用。随着平行黏结接触抗拉强度的增大,颗粒间的黏结力增强,因此在剪切作用下,材料能够达到更高的剪切应力峰值。



(a) 平行黏结接触抗拉强度对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响



(b) 剪切应力峰值-平行黏结接触抗拉强度的线性关系

图 7 平行黏结接触抗拉强度的影响规律

### 3.5 平行黏结接触黏聚力 $\bar{c}$ 的影响

平行黏结接触黏聚力对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响如图 8 所示。

由图 8(a)可以看出,随着平行黏结接触黏聚力的增大,剪切应力峰值随之增大;由图 8(b)可知,剪切应力峰值随  $\bar{c}$  的增大呈线性增长。

这是因为平行黏结接触黏聚力的增大意味着在达到破坏点之前,颗粒间的黏结能够承受更大的剪切应力。因此,颗粒间的黏结在剪切作用下更不易发生破坏,材料能够达到更高的剪切应力峰值。

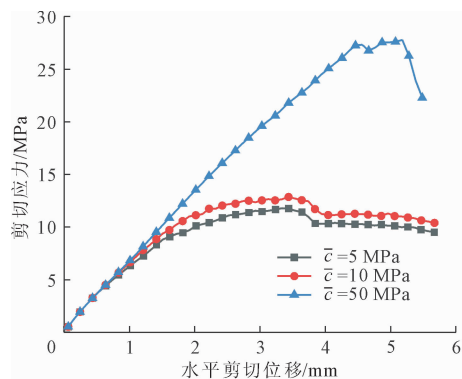
### 3.6 法向应力 $\sigma_n$ 的影响

法向应力对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响如图 9 所示。

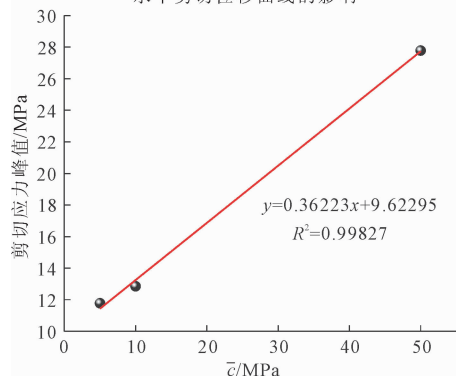
由图 9(a)可以看出,随着法向应力的增大,剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率随之增大,剪切应力峰值也随之增大,这与孙豹等<sup>[17]</sup>室内试验的结果是相符合的,如图 9(b)。

法向应力(也称为围压)是影响颗粒介质剪切行为的一个重要因素。法向应力的大小直接影响颗粒间的接触力和黏结力,进而影响材料的剪切刚度和抗剪强度。法向应力的增加导致材料的整体剪切刚度和抗剪强度提高,表现为剪切应力-水平剪切

位移曲线的斜率和剪切应力峰值增大。

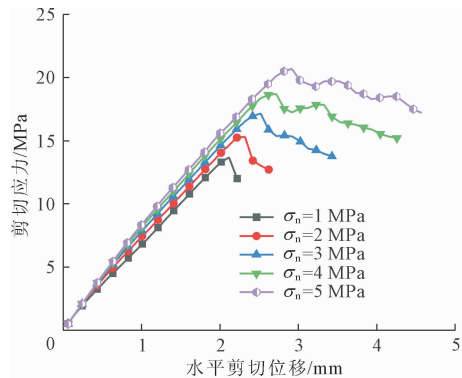


(a) 平行黏结接触黏聚力对剪切应力-水平剪切位移曲线的影响

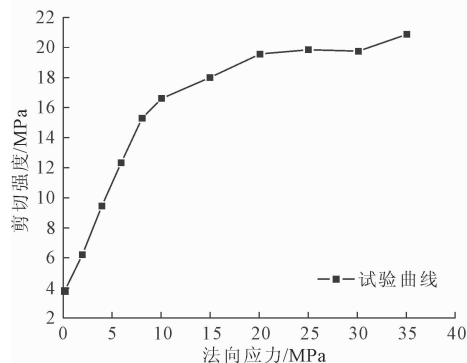


(b) 剪切应力峰值-平行黏结接触黏聚力的线性关系

图 8 平行黏结接触黏聚力的影响规律



(a) 法向应力对剪切应力-水平剪切曲线的影响



(b) 孙豹等<sup>[17]</sup>室内试验的结果曲线

图 9 法向应力的影响规律

## 4 数值模拟与室内试验对比

根据上文分析得出的细观参数对宏观特性的影响规律,通过对比王怀亮等<sup>[18]</sup>室内直剪试验的剪切应力-水平剪切位移曲线,确定平行黏结模型的细观参数见表 2。

表 2 平行黏结模型的细观参数

$\mu$	$\bar{E}^*/\text{MPa}$	$\bar{\varphi}/(^{\circ})$	$\bar{\sigma}_c/\text{MPa}$	$\bar{c}/\text{MPa}$	$\bar{\sigma}_n/\text{MPa}$
0.6	4500	85	0.175	1.75	1

该细观参数下的数值模拟试验和室内试验结果对比如图 10 所示,两条曲线在趋势上是相似的,可见该组细观参数能够有效地模拟混凝土的直剪试验,但曲线仍存在一定的差异。首先,数值模拟与室内试验的曲线在初始斜率上存在差异,即初始弹性模量。初始弹性模量是材料在受力初期变形与应力之比,它反映了材料的刚度。如果两条曲线的初始斜率不同,这可能是模拟中的混凝土与实际混凝土在材料属性上有所不同,模拟可能没有完全捕捉到混凝土内部的微观结构特征,如骨料的分布、孔隙率或是微裂缝的存在。其次,实际的室内试验可能受到加载台或夹具的限制,而模拟可能更接近理想的加载条件。因此,上述原因可能导致两者的剪切应力-水平剪切位移曲线有所不同。

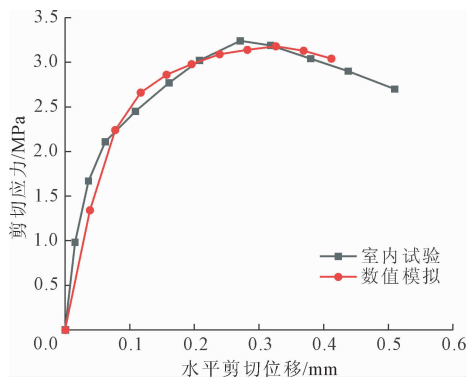


图 10 室内试验与数值模拟试验的曲线对比图

## 5 结论

本文通过离散元模拟混凝土直剪试验,以确定细观参数对宏观剪切应力-水平剪切位移曲线规律的影响,各细观参数对直剪试验结果的影响程度不同:

(1) 颗粒摩擦系数  $\mu$  对剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率基本没有影响,仅略微影响剪切应力峰值之后,即随着  $\mu$  的增加,曲线下降的幅度减小。

(2) 平行黏结接触有效模量  $\bar{E}^*$  主要影响着剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率(剪切刚度-即抵抗剪切变形的能力),曲线的斜率随着  $\bar{E}^*$  的增大而增大,且为线性增长。

(3) 平行黏结接触摩擦角  $\bar{\varphi}$ 、平行黏结接触抗拉强度  $\bar{\sigma}_c$  和平行黏结接触黏聚力  $\bar{c}$  主要影响着剪切应力-水平剪切位移曲线的峰值(抗剪强度-即抵抗剪切破坏能力的上限)。

(4) 法向应力  $\sigma_n$  的增大导致剪切应力-水平剪切位移曲线的斜率随之增大,剪切应力峰值也随之增大,即材料的整体剪切刚度和抗剪强度提高,这与室内试验的结果是相符合的。

### 参考文献:

- [1] 涂怀健,黄巍. 碾压混凝土筑坝施工技术综述[J]. 水利学报,2007(S1):36-42.
- [2] 覃茜,徐千军. 成层混凝土的剪切强度和 II 型断裂韧度[J]. 工程力学,2019,36(9):188-196.
- [3] Cundall P A, Hartr D. Numerical modeling of discontinua [J]. Engineering Computation, 1992,9(2):101-113.
- [4] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies [J]. Geotechnique, 1979, 29(1):47-65.
- [5] Potyondy D O, Cundall P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004,41(8):1329-1364.
- [6] 张璇,李之达,张志华. 基于离散元的新拌混凝土流变性能分析[J]. 武汉理工大学学报,2017,39(6):62-67.
- [7] 赵国彦,戴兵,马驰. 平行黏结模型中细观参数对宏观特性影响研究[J]. 岩石力学与工程学报,2012,31(7):1491-1498.
- [8] 阿比尔的,郑颖人,冯夏庭,等. 平行黏结模型宏观观

力学参数相关性研究[J]. 岩土力学,2018,39(4):1289-1301.

- [9] 郭鸿,王普,张科强,等. 离散元平行黏结模型的细观参数标定[J]. 中国科技论文,2019,14(6):610-613.
- [10] 周喻,Misra A,吴顺川,等. 岩石节理直剪试验颗粒流宏观细观分析[J]. 岩石力学与工程学报,2012,31(6):1245-1256.
- [11] Su Hui, Li Hongliang, Hu Baowen, et al. A research on the macroscopic and mesoscopic parameters of concrete based on an experimental design method[J]. Materials, 2021,14(7):1627-1627.
- [12] 钟惟亮,丁昊,范立峰. 基于 BP 神经网络的地聚物混凝土细观参数标定研究[J/OL]. 工程力学,1-10 [2024-04-01]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2595.03.20231226.0959.016.html>.
- [13] 覃茜,徐千军. 基于离散元模拟的混凝土直剪试验细观参数研究[J]. 水电能源科学,2023,41(8):156-160.
- [14] 姜仲洋,李志华,张聪. 基于颗粒流的新老混凝土加固构件轴压性能细观研究[J]. 应用力学学报,2022,39(2):342-349.
- [15] Itasca Consulting Group. PFC<sup>3D</sup> (Particle flow code in 3 dimensions). Version 6.00.13[Z]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, 2019.
- [16] 杨志东,陈世江,常建平. 不同粗糙度结构面直剪的颗粒流数值模拟[J]. 地下空间与工程学报,2019,15(S2):648-656,665.
- [17] 孙豹,彭刚,王乾峰,等. 混凝土剪切强度影响因素敏感性分析[J]. 水利水运工程学报,2019(3):112-118.
- [18] 王怀亮,宋玉普. 多轴应力条件下碾压混凝土层面抗剪强度试验研究[J]. 水利学报,2011,42(9):1095-1101,1109.