

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2021.04.009

基于断裂力学的反倾岩质边坡倾倒破坏分析

王林华

(安徽省水利部淮河水利委员会水利科学研究院, 安徽 合肥 230022)

摘要: 结合反倾岩质边坡常用的悬臂梁弯曲极限平衡模型, 考虑非贯通横向节理的工况, 建立了含一组非贯通横向节理的反倾岩质边坡力学模型。分别基于材料力学和断裂力学的破坏准则, 推导了等效层间力表达式, 建立了相应的稳定性分析方法, 并结合工程实例对其进行了验证。最后采用单因素法进行参数分析, 探讨了横向节理连通率、岩层厚度和切坡角度对边坡稳定性的影响。结果表明: 边坡的稳定性随横向节理连通率和切坡角度的增加而降低, 岩层厚度的增加能提高边坡稳定性; 岩层厚度和横向节理连通率越大, 边坡的滑动比例系数越大。

关键词: 反倾边坡; 悬臂梁模型; 横向节理; 断裂力学

中图分类号: TU457

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2021)04—0053—07

Toppling Failure Analysis in Anti-dip Rock Slopes Based on Fracture Mechanics

WANG Linhua

(Huaihe River Water Resources Research Institute, Hefei, Anhui 230022, China)

Abstract: Combining with the cantilever beam bending limit equilibrium model commonly used in the anti-dip rock slope and considering the influence of transverse crack, a cantilever beam model with a transverse crack is established. Based on the failure criteria of material mechanics and fracture mechanics, the equivalent interlayer force expression is derived, and the corresponding stability analysis method is established, which is verified by an engineering example. Finally, the single factor method is used for parameter analysis, and the influence of transverse joint connectivity, rock thickness and slope cutting angle on slope stability is analyzed. The results are as follows. The stability of slope decreases with the increase of transverse joint connectivity and cutting angle, and the increase of rock thickness can improve the stability of slope. The sliding proportion coefficient of slope increases with the rock thickness and transverse joint connectivity.

Keywords: anti-dip slopes; cantilever beam model; transverse joint; fracture mechanics

在地质构造和外界营力作用下, 地表岩层产状各异。当岩层的倾向与坡面相反, 该类边坡为反倾岩质边坡, 其失稳破坏模式一般为倾倒破坏。Goodman等^[1]最早将倾倒破坏分为块体倾倒、弯曲倾倒、块体弯曲倾倒和次生倾倒4种类型, 然后众多学者对各类型破坏模式展开研究。基于极限平衡原理, Hoek等^[2]针对块体倾倒建立了稳定性分析方法, Aydan等^[3]利用悬臂梁模型对弯曲倾倒破坏进行了分析, Amini等^[4]结合上述两类方法建立了块体弯

曲倾倒破坏分析方法。国内外学者针对上述理论分析方法进行了改进: Sagaseta等^[5]、Liu等^[6-7]提出了连续介质分析方法研究岩块长细比较大、岩层较多时的块体倾倒破坏稳定性, 该方法计算简便, 无需迭代计算; 陈从新等^[8]结合室内模型试验和数值模拟结果提出弯曲倾倒破坏中坡趾岩层剪切破坏的可能, 并将破裂面上岩层划分为推移区、叠合倾倒区和悬臂倾倒区; Adhikary等^[9]通过离心试验结果对Aydan的方法进行了改进, 并提出破裂面方向应当

收稿日期: 2021-04-12

修稿日期: 2021-05-10

基金项目: 安徽省水利科技计划项目(SLKJ202001-08)

作者简介: 王林华(1977—), 男, 工程师, 主要从事水利水电工程、建筑工程地基基础检测工作。E-mail: 314065917@qq.com

垂直岩层方向向上一定的角度;Zhao 等^[10]基于变形协调条件分析了非等刚度下反倾岩质边坡的稳定性;庄冬梅等^[11]基于 ArcGIS、UDEC 和监测位移结果,分析边坡倾倒变形的演化过程;刘汉东等^[12]通过振动台试验研究反倾边坡的动力变形破坏特征。

在以往研究中,为了便于计算,假设其地质模型中破裂面上的岩层完好或与母岩完全断开。而在实际边坡中,岩体往往存在大量的节理和裂隙,这些节理、裂隙并不是完全贯通,如图 1 所示。Zhang 等^[13]、陈祖煜等^[14]基于该类工况对 Goodman 法进行了改进,但未从断裂力学的角度分析该类边坡稳定性。Majdi 等^[15]根据 Amini 等^[16]在 2009 年提出的等效长度法进一步讨论非贯通横向节理对边坡稳定性的影响,却未考虑岩层剪切破坏的可能。此外,王林峰等^[17]、王建明等^[18]基于断裂力学理论对边坡中单个岩层进行力学分析,考虑了拉力、剪力和弯矩的共同作用,探讨了边坡中岩层的破坏顺序,却很难判定边坡整体的稳定性。针对以上不足,本文拟考虑一组非贯通横向节理切割的工况,运用极限平衡原理和不同的破坏准则,推导出该类型边坡稳定性分析方法。



(a) 边坡中的倾斜岩层



(b) 岩层中的横向节理

图 1 雅砻江地区反倾岩质边坡^[19]

1 倾倒破坏分析方法的建立

自然界的岩体往往存在各种不规则的节理、裂

隙等非连续面,破坏了岩体的完整性,而这些非连续面当中,岩层的破坏往往由一条主控裂纹决定^[20-23]。Jennings^[24]在分析岩质边坡平面破坏时,用统计学方法得出岩体中节理连通率,用来表示地质结构缺陷,其计算公式如下:

$$k = \frac{\sum_{j=1}^N a_j}{\sum_{j=1}^N (a_j + c_j)} \quad (1)$$

式中: k 表示横向节理连通率, a_j 为岩层 j 的横向节理长度, c_j 为岩桥长度, N 表示节理总个数。在现场测量潜在破裂面附近的节理和岩桥长度,然后利用统计学的方法得出岩层 j 的横向节理连通率 k 。为便于力学分析,将边坡中岩层 j 近似为一个带横向裂纹的悬臂梁,如图 2 所示。

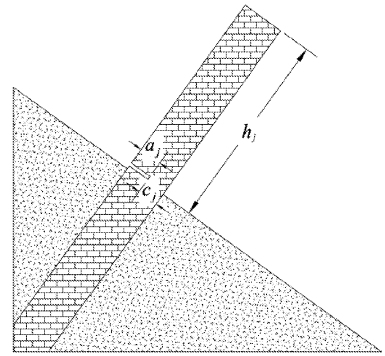


图 2 反倾岩质边坡中岩层 j 的简化模型

1.1 基本假设

本文采用以下几条基本假设来简化倾倒破坏的分析过程:

- (1) 倾倒破坏面为一直线,且垂直岩层方向向上一定角度 θ 。
- (2) 破裂面上岩层具有相同的安全系数 F_s ,且都为边坡的整体安全系数。
- (3) 相邻岩层界面上层间剪力满足极限摩擦平衡条件。
- (4) 边坡中岩层的厚度和横向节理连通率 k 相同,非贯通横向节理位于破裂基准面上岩层层底受拉侧。

在常用的块体倾倒和弯曲倾倒分析模型中,破裂面上的岩层应划分为稳定区、倾倒区和剪切滑移区三部分。对于含有非贯通横向节理的反倾岩质边坡,也应存在这三个区域,如图 3 所示。对不同破坏模式的岩层,应采用不同的平衡方程进行计算。图中 H 表示边坡高度, α 为岩层倾角, β_c 表示切坡角

度, β_s 表示自然坡度, b_j 为岩层 j 的厚度, θ 为破裂面与岩层法线的夹角。

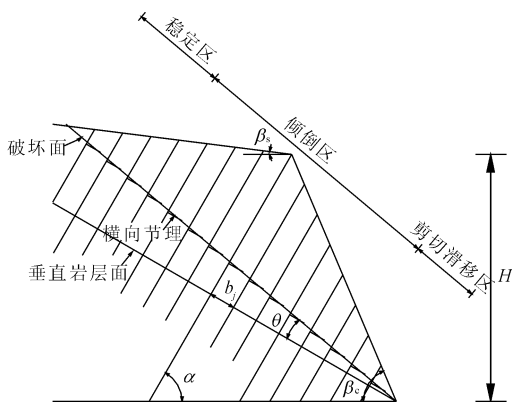


图 3 考虑非贯通横向节理的反倾岩质边坡地质模型

1.2 力学分析

1.2.1 倾倒区岩层

在自重、地震力等作用下,岩层产生弯曲应力,当拉应力超过岩石抗拉强度时发生弯曲折断,该类破坏属于 I 型断裂。I 型断裂韧度 K_{IC} 是重要的材料参数,该真实材料参数的获取一直是近年来学者广泛关注的热点问题。根据单边开口梁断裂试验结果, Hu 等^[25-26] 先后提出边界效应、尺寸效应对材料断裂韧度的影响,在此基础上管俊峰等^[27-28] 将平均颗粒尺寸引入断裂模型,确定出满足条件的最小试件尺寸。

$$P_{j-1,m} = \frac{P_j \left(\chi h_j - \frac{1+k}{2} \mu b_j \right) + \frac{1}{2} \gamma b_j \bar{h}_j^2 \cos \alpha - \frac{k}{2} \gamma b_j^2 \bar{h}_j \sin \alpha - \frac{(1-k)b_j^2}{6} [\sigma_t(1-k) + \gamma \bar{h}_j \sin \alpha]}{\chi h_{j-1} + \frac{1-k}{2} \mu b_j} \quad (2)$$

式中: P_j 为岩层 j 上侧受到的法向力; $P_{j-1,m}$ 为岩层 j 在材料力学强度准则破坏时下侧受到的法向力; h_j 和 h_{j-1} 分别表示岩层 j 与上部岩层和下部岩层接触面的长度; \bar{h}_j 表示岩层 j 的高度, $\bar{h}_j = (h_j + h_{j-1})/2$; σ_t 为岩层的抗拉强度; γ 为岩层的重度; χ 表示层间法向力作用点系数; μ 为岩层面的摩擦系数,且 $\mu = \tan \varphi_1$ 。

当岩层 j 由断裂力学破坏准则控制时,岩层为偏心受压构件,应考虑弯矩和压应力的联合作用。由应力强度因子手册^[29] 可知,在纯弯状态下应力强度因子为:

$$K_{IM} = Y_{IM}(k) \frac{6M_j}{b_j^2} \sqrt{\pi b_j k} \quad (3)$$

$$Y_{IM}(k) = 1.122 - 1.40k + 7.33k^2 - 13.08k^3 + 14.00k^4 \quad (4)$$

文中为计算简便,忽略尺寸效应、颗粒大小对断裂韧度的影响。边界效应理论认为:当试件宽度远大于裂缝长度时,材料力学的破坏准则发挥主导作用。当裂缝长度接近试件宽度时,其破坏受断裂韧度准则控制。边坡中岩体受力形式复杂,不能简单看成三点弯曲试验来直接利用上述的结论。首先应根据力的平衡关系,求出岩体在不同破坏准则下的等效层间力。

图 4 为倾倒破坏模式下岩层 j 的受力图。若岩体的破坏受材料力学的强度准则控制,根据力矩平衡,此时岩层 j 的剩余下滑力为:

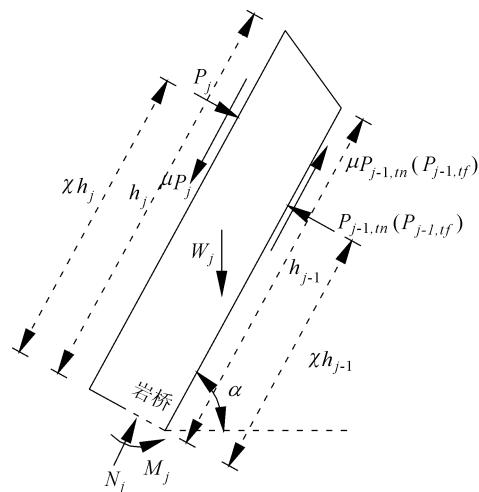


图 4 岩层 j 倾倒破坏力学分析模型

根据平衡方程可得,岩层 j 底部所受的弯矩 M_j 大小为:

$$M_j = \frac{1}{2} \gamma b_j \bar{h}_j^2 \cos \alpha + P_j \left(\chi h_j - \frac{1}{2} \mu b_j \right) - P_{j-1,y} \left(\chi h_{j-1} + \frac{1}{2} \mu b_j \right) \quad (5)$$

在压应力作用下产生的应力强度因子为:

$$K_{I\sigma} = -Y_{I\sigma}(k) \frac{N_j}{b_j} \sqrt{\pi b_j k} \quad (6)$$

$$Y_{I\sigma}(k) = 1.12 - 0.231k + 10.55k^2 - 21.72k^3 + 30.39k^4 \quad (7)$$

根据平衡方程可得,岩层 j 底部所受的压力 N_j 大小为:

$$N_j = \gamma b_j \bar{h}_j \sin \alpha + \mu P_j - \mu P_{j-1,y} \quad (8)$$

对于偏心受压的岩层,裂缝尖端的应力强度因

子应是两种简单荷载作用下的应力强度因子的叠加,故断裂韧度 K_{IC} 为:

$$K_{IC} = Y_{IM}(k) \frac{6M_j}{b_j^2} \sqrt{\pi b_j k} - Y_{I\sigma}(k) \frac{N_j}{b_j} \sqrt{\pi b_j k} \quad (9)$$

$$P_{j-1,tf} = \frac{6Y_{IM}(k) \sqrt{\pi b_j k} \left[P_j \left(\chi h_j - \frac{1}{2} \mu b_j \right) + \frac{1}{2} \gamma b_j \bar{h}_j^2 \sin \alpha \right] - Y_{I\sigma}(k) \sqrt{\pi b_j k} (\mu b_j P_j + \gamma b_j^2 \bar{h}_j \sin \alpha) - b_j^2 K_{IC}}{6Y_{IM}(k) \sqrt{\pi b_j k} \left(\chi h_{j-1} + \frac{1}{2} \mu b_j \right) - \mu b_j Y_{I\sigma}(k) \sqrt{\pi b_j k}} \quad (10)$$

1.2.2 剪切滑移区岩层

在坡趾处的岩层长细比较小,不容易发生弯曲折断,在上部推力作用下存在剪切滑移的可能。图 5

$$P_{j-1,sn} = P_j + \frac{\gamma b_j \bar{h}_j [\cos \alpha - k \sin \alpha \tan \varphi_1 - (1-k) \sin \alpha \tan \varphi_2] - c b_j (1-k)}{1 - k \tan^2 \varphi_1 - (1-k) \tan \varphi_1 \tan \varphi_2} \quad (11)$$

式中: $P_{j-1,sn}$ 为岩层 j 在强度破坏准则时下侧受到的法向力; φ_1 为岩层层面摩擦角; c 和 φ_2 为岩层内黏聚力和内摩擦角。

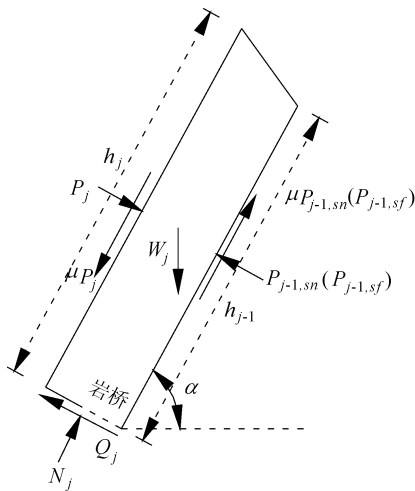


图 5 岩层 j 剪切滑移破坏力学分析模型

当岩层由断裂准则控制时,由应力强度因子手册^[30]可知,在纯剪状态下应力强度因子为:

$$K_{IIc} = 2 \frac{Q_j}{\sqrt{\pi b_j k}} Y_{\tau}(k) \quad (12)$$

$$Y_{\tau}(k) = (1.3 - 0.65k + 0.37k^2 + 0.28k^3) / \sqrt{1-k} \quad (13)$$

根据平衡方程可得,岩层 j 底部所受的剪力 Q_j 大小为:

$$Q_j = P_j + \gamma b_j \bar{h}_j \cos \alpha - P_{j-1,sf} \quad (14)$$

将式(14)代入式(12)中可得在 II 型剪切断裂破坏模式下,岩层 j 的剩余下滑力 $P_{j-1,sf}$ 为:

$$P_{j-1,sf} = P_j + \gamma b_j \bar{h}_j \cos \alpha - \frac{K_{IIc} \sqrt{\pi b_j k}}{2Y_{\tau}(k)} \quad (15)$$

上述推导了不同破坏区岩层在不同强度准则控

将式(5)、式(8)代入式(9)中,可得在断裂力学模型中岩层 j 向下传递的剩余下滑力 $P_{j-1,tf}$ 为:

为岩层 j 在剪切滑移状态下的受力图。由材料力学可知,岩层 j 在剪切滑移状态时的剩余下滑力 $P_{j-1,sn}$ 为:

制下向下传递的层间力,岩层 j 的破坏模式可由剩余下滑力的值确定,通过式(2)、式(10)、式(11)和式(15)计算各种工况下的 P_{j-1} 值,其中最大值对应工况应为岩层实际破坏工况,若所有工况下岩层的剩余下滑力皆为负值,则岩层 j 能够抵抗上推力及自身重力的作用,保持稳定,剩余下滑力为 0,因此剩余下滑力 P_{j-1} 为:

$$P_{j-1} = \max(P_{j-1,tn}, P_{j-1,tf}, P_{j-1,sn}, P_{j-1,sf}, 0) \quad (16)$$

1.3 边坡稳定性分析

本文采用从坡顶自上而下进行迭代计算岩层间传递的等效作用力,最终通过坡趾处岩层的剩余下滑力 P_0 确定边坡稳定性。

$$\left. \begin{aligned} P_0 > 0 & \text{ (边坡失稳状态)} \\ P_0 = 0 & \text{ (临界失稳状态)} \\ P_0 < 0 & \text{ (边坡稳定状态)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

通过上述公式可以得出边坡是否稳定,但仍需确定边坡的整体安全系数。采用强度折减法,将岩体和岩层层面强度参数 $\sigma_c, c_1 \tan \varphi_1, \tan \varphi_2, K_{IC}$ 和 K_{IIc} 同时除以 F_s ,并计算坡脚处 P_0 的值,当 P_0 为 0 时对应的 F_s 的值即为边坡整体安全系数。

2 实例分析

上述推导了断裂力学模型下岩质边坡倾倒破坏的解析过程,以下以 Majdi 等^[15]中的 Galandrod 地区某矿山岩质边坡为例来验证本文所提的方法,该边坡的计算参数见表 1。Aydan 等^[3]和 Amini 等^[4]倾倒破坏的稳定性分析方法过程中层间法向力作用点系数 $\chi = 0.75$,故本文算例中 χ 取 0.75。

图 6 中 Galandrod 矿山反倾岩质边坡存在明显的横向节理,边坡上部发生局部破坏,但是整体保持稳定。Majdi 等^[15]通过实地调查和监测结果认为该

边坡处于临界失稳状态,其安全系数值应接近于 1。利用本文所提计算分析方法,边坡安全系数为 1.08,与工程实际相符。若不考虑横向节理的影响,边坡整体安全系数为 2.18,明显高估了边坡稳定性。同时 Majdi 等根据等效长度法,讨论了横向裂纹对边坡稳定性的影响,计算得出该边坡的安全系数为 1.18,本文方法的计算结果较 Majdi 法更为准确。

表 1 Galandrod 反倾边坡稳定性计算参数

算例名称	H/m	$\beta_c/(\circ)$	$\beta_s/(\circ)$	b/m	$\alpha/(\circ)$	$\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$
Galandrod 边坡	16.5	81	32	0.3	39	27

算例名称	c/MPa	$\varphi_2/(\circ)$	σ_r/MPa	$\varphi_1/(\circ)$	K_{IC}/MPa	K_{IIc}/MPa
Galandrod 边坡	1.1	45	5	26	1	2

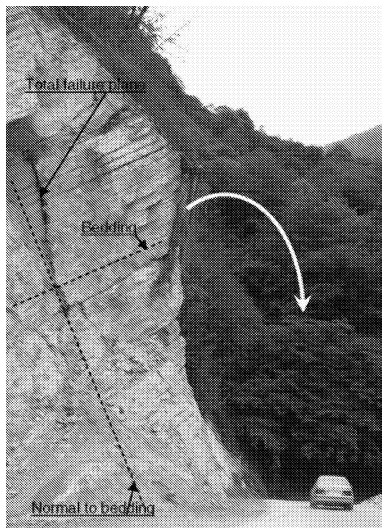


图 6 Galandrod 矿山边坡^[15]

3 参数分析

以上述矿山边坡为例,研究节理连通率,切坡角度和岩层厚度对边坡稳定性的影响。在该类边坡稳定性计算时,破裂面的角度应当根据实际边坡倾倒塌坏变形确定。对未明显倾倒塌坏的边坡,Adhikary 等^[9]提出用垂直岩层面向上 10°的平面进行计算,陈从新等^[8]提出用破坏面搜索法找出安全系数最小的破坏面,而一般情况下,破坏面垂直岩层时边坡的安全系数最小。本文为简化计算,均采用垂直岩层方向向上 10°的平面作为破坏基准面。

3.1 节理连通率对边坡稳定性和滑动比例系数的影响

本文当中的形状系数 Y_{IM} 和 Y_{Ic} 在 $k \leq 0.6$ 时精

确度较高^[30],故 k 取 0.1 ~ 0.6。由图 7 可知,随着横向节理连通率的增加,边坡的安全系数逐渐减小,从 1.42 减小为 0.83,可以看出横向节理对反倾岩质边坡稳定性有显著影响。同时若只用强度准则计算边坡安全系数,往往会高估边坡稳定性。图 8 为 $k=0.5$ 时,等效层间力在岩层间的传递。其中等效层间力从坡顶自上而下先增加后减少,减小区在坡顶岩层以下,说明坡脚处岩层为倾倒塌坏的抗滑段,这与赵维等^[30]的结论相符。表 2 为弯曲倾倒塌坏区和剪切滑移区在不同节理连通率下的分布。由表 2 可知,随着连通率的增加,破坏区的范围增大且坡趾处的滑动比例系数增加。

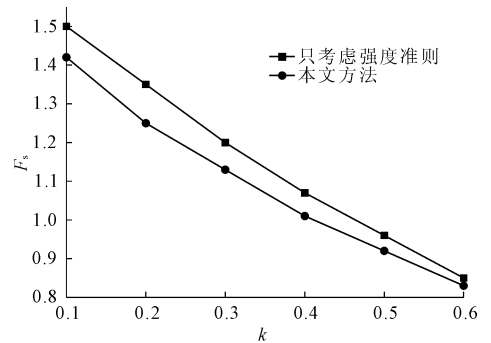


图 7 横向节理连通率和边坡安全系数的关系曲线

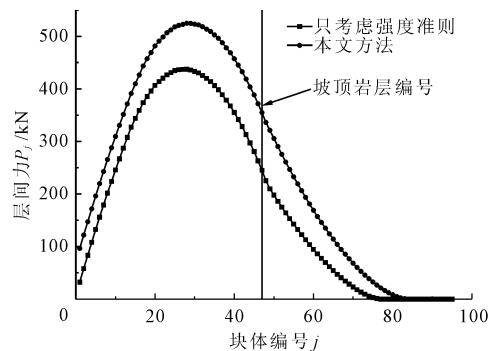


图 8 横向节理 $k=0.5$ 时岩层间的等效层间力

表 2 边坡在不同横向节理连通率下破坏区的分布

连通率	岩层编号		滑动比例系数
	剪切滑移区	弯曲倾倒塌坏区	
$k = 0.5$	1—12	13—83	0.15
$k = 0.6$	1—18	19—85	0.21

3.2 岩层厚度对边坡稳定性的影响

岩层厚度 b 分别为 0.2 m、0.3 m、0.5 m 时不同横向节理连通率对边坡稳定性的影响如图 9 所示。

由图 9 可知,岩层厚度影响边坡稳定性。当岩层越厚,边坡的安全系数越高。但随着横向节理连通率的增加,岩层厚度的影响越不明显。当 $k = 0.6$

时,三种厚度的岩质边坡安全系数在 0.83 左右,相差不超过 $\pm 4\%$ 。故由趋势可知,当 k 大于 0.6 时,岩层厚度的变化对安全系数的影响不大。表 3 为不同厚度的岩质边坡在 $k=0.6$ 时,不同破坏模式的岩层分布。由于边坡中岩层厚度不同造成了各岩层在破裂面上的个数不相同,岩层编号不能很好的表示破坏区范围的大小,故直接用弯曲倾倒区和剪切滑移区在破裂面上的长度表示。由该表可知,随着岩层厚度的增加,滑动比例系数增大,这是因为坡趾处岩层的长细比较小,容易发生剪切滑移破坏。同时滑动比例系数在 0.1~0.3 之间,这与陈从新等^[8]的结论相符。

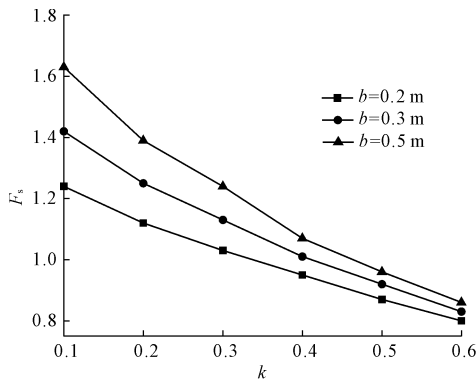


图 9 不同厚度下横向节理连通率和边坡安全系数曲线

表 3 $k=0.6$ 时边坡在不同岩层厚度下的破坏区分布

岩层厚度 /m	岩层范围/m		滑动比例 系数
	剪切滑移区	弯曲倾倒区	
$b=0.2$	4.2	21.2	0.17
$b=0.3$	5.4	20.1	0.21
$b=0.5$	6.0	19.0	0.24

3.3 切坡角度对边坡稳定性的影响

切坡角度的变化可改变破裂面上岩层的高度。保持其它参数不变,切坡角度取 81° , 76° 和 71° 三种工况,其结果如图 10 所示。由图可知,随着切坡角度的减小,边坡的安全系数增加,这是因为岩层的高度减小,由重力下滑分力造成的倾倒力矩减小,抗倾倒能力增大,不易发生倾倒破坏。图 11 为不同切坡角度的边坡在节理连通率为 0.5 时的等效层间力, $x=0$ 表示坡脚位置处, $x=1$ 为坡顶岩层位置。可以看出,切坡角度对岩层间的等效层间力影响显著。其切坡角度越大,边坡不稳定区域和等效层间力越大。

4 结 论

(1) 结合反倾岩质边坡中存在一组横向结构面

切割的工况,讨论了岩层在倾倒破坏和剪切滑移两种破坏模式下等效层间力的传递,建立了该类边坡稳定性计算分析方法。

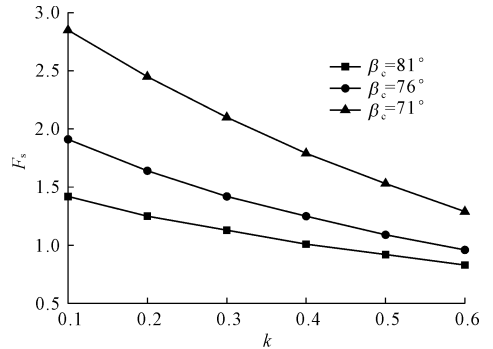


图 10 不同切坡角度下横向节理连通率和边坡安全系数曲线

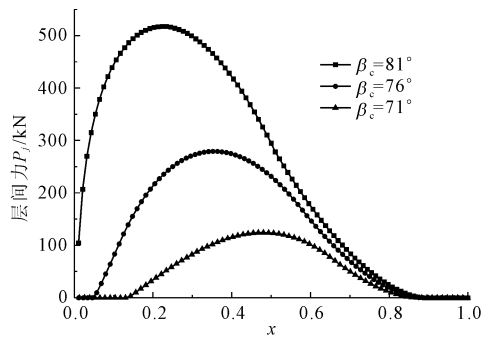


图 11 不同切坡角度时岩层间的等效层间力

(2) 在横向裂纹的尖端应力集中,不能用完整岩体的抗拉、抗剪强度计算该类边坡稳定性;基于材料力学破坏准则计算该类边坡安全系数,往往会高估边坡稳定性。

(3) 随着横向节理连通率的增加,边坡稳定性相应变小;随着岩层厚度的增加,边坡的安全性随之提高,同时边坡的滑动比例系数增大;切坡角度的增加改变了破裂面上岩层的长细比,岩层的高度增加,其倾倒力矩增加,边坡的稳定性相应降低。

需要说明的是:在本文的计算方法中,横向结构面连通率 k 的选择非常关键,应结合现场调查和工程经验综合考虑。此外,本文在断裂力学模型分析中,为简化计算,未考虑弯矩、压力和剪力的联合作用。

参考文献:

- [1] Goodman R E, Bary J W. Toppling of Rock Slopes [C]// Proceedings of the Specialty Conference on Rock Engineering for Foundations and Slopes. Boulder: ASCE, 1976: 201-234.
- [2] Hoek E, Bray J W. Rock Slope Engineering[M]. 3rd Edition. London: Institute of Mining and Metallurgy,

- 1981.
- [3] Aydan O, Kawamoto T. The stability of slopes and underground openings against flexural toppling and their stabilisation [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1992, 25(3):143-165.
- [4] Amini M, Majdi A, Veshadi M A. Stability analysis of rock slopes against block-flexure toppling failure [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2012, 45(4):519-532.
- [5] Sagaseta C, Sánchez J M, Canizal J. A general analytical solution for the required anchor force in rock slopes with toppling failure [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2006, 38(2):421-435.
- [6] Liu C H, Jaksa M B, Meyers A G. A transfer coefficient method for rock slope toppling [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2009, 46(1):1-9.
- [7] Liu C H, Jaksa M B, Meyers A G. Toppling mechanisms of rock slopes considering stabilization from the underlying rock mass [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2009, 47(2):348-354.
- [8] 陈从新,郑允,孙朝燧. 岩质反倾边坡弯曲倾倒塌坏分析方法研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2016, 35(11):2174-2187.
- [9] Adhikary D P, Dyskin A V. Modelling of progressive and instantaneous failures of foliated rock slopes [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2007, 40(4):349-362.
- [10] Zhao W, Wang R, Nian T. Stability analysis of anti-dip rock slopes with flexural toppling failure based on deformation compatibility [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2020, 53(4).
- [11] 庄冬梅,邹浩,陈金国,等. 西部某水电站导流明渠边坡倾倒塌坏现象研究 [J]. *水利与建筑工程学报*, 2018, 16(5):202-207.
- [12] 刘汉东,陈钧龙,牛林峰,等. 层状岩质边坡动力变形破坏特征的试验研究 [J]. *水利与建筑工程学报*, 2018, 16(2):90-94,120.
- [13] Zhang J H, Chen Z Y, Wang X G. Centrifuge modeling of rock slopes susceptible to block toppling [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2007, 40(4):363-382.
- [14] 陈祖煜,蔡云鹏,王玉杰,等. 边坡倾倒塌坏稳定分析 Goodman-Bray 法:改进、测试与应用 [J]. *中国公路学报*, 2018, 31(2):30-38.
- [15] Majdi Abbas, Amini Mehdi. Analysis of geo-structural defects in flexural toppling failure [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2010, 48(2):175-186.
- [16] Amini M, Majdi A, Aydan O. Stability analysis and the stabilisation of flexural toppling failure [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2009, 42(5):751-782.
- [17] 王林峰,陈洪凯,唐红梅. 反倾岩质边坡破坏的力学机制研究 [J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(5):884-889.
- [18] 王建明,陈忠辉,张凌凡,等. 反倾层状岩质边坡失稳的断裂力学分析 [J]. *计算力学学报*, 2020, 37(1):75-82.
- [19] Ning Y, Zhang G, Tang H, et al. Process analysis of toppling failure on anti-dip rock slopes under seismic load in Southwest China [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2019, 52(11):4439-4455.
- [20] 杨登峰,张凌凡,柴茂,等. 基于断裂力学的特厚煤层综放开采顶板破断规律研究 [J]. *岩土力学*, 2016, 37(7):2033-2039.
- [21] 陈忠辉,冯竞竞,肖彩彩,等. 浅埋深厚煤层综放开采顶板断裂力学模型 [J]. *煤炭学报*, 2007(5):449-452.
- [22] 郑安兴,罗先启. 压剪应力状态下岩石复合型断裂判据的研究 [J]. *岩土力学*, 2015, 36(7):1892-1898.
- [23] 黄达,金华辉,黄润秋. 拉剪应力状态下岩体裂隙扩展的断裂力学机制及物理模型试验 [J]. *岩土力学*, 2011, 32(4):997-1002.
- [24] Jennings J E. A mathematical theory for the calculation of the stability of slopes in open cast mines [C]//*Proceedings of the Symposium on Theoretical Background to the Planning of Open Pit Mines with Special Reference to Slope Stability*, Johannesburg, 1970:87-102.
- [25] Hu X Z. An asymptotic approach to size effect on fracture toughness and fracture energy of composites [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(5):555-564.
- [26] Hu X Z, Guan J, Wang Y, et al. Comparison of boundary and size effect models based on new developments [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2017, 175:146-167.
- [27] 管俊峰,姚贤华,白卫峰,等. 由小尺寸试件确定混凝土的断裂韧度与拉伸强度 [J]. *工程力学*, 2019, 36(1):73-82,90.
- [28] 管俊峰,钱国双,白卫峰,等. 岩石材料真实断裂参数确定及断裂破坏预测方法 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, 37(5):1146-1160.
- [29] 中国航空研究院. 应力强度因子手册 [M]. 北京:科学出版社,1981.
- [30] 赵维,王润清,王廷凯. 基于弯曲倾倒塌坏模式的反倾岩质边坡稳定性解析方法 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2019, 38(S2):3287-3295.