

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2020.02.020

重力坝坝基多斜面抗滑稳定模糊体系可靠度研究

钱 龙,王 刚,李梦瑶,李向鹏

(大连理工大学 水利工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘 要:以基岩具有多斜面、多滑移通道的某实际重力坝工程为例,基于刚体极限平衡法,采用模糊理论和几种典型的体系可靠度计算方法,研究其典型坝段的坝基深层抗滑稳定模糊体系可靠度,探讨模糊理论中隶属函数形式、隶属度以及隶属函数中关键参数的取值对可靠度计算结果的影响。研究结果表明,采取限制失效概率模糊界限比的方法可使计算结果更具有参考性,考虑模糊性的抗滑稳定可靠指标的下限较常规可靠度计算值偏小,这在重力坝坝基抗滑稳定分析中应引起重视。

关键词:重力坝;深层抗滑稳定;体系可靠度;模糊数学

中图分类号:TV314

文献标识码:A

文章编号:1672—1144(2020)02—0117—06

Fuzzy System Reliability Analysis of Anti-sliding Stability of Multi-slide Surface in Deep Bedrock

QIAN Long, WANG Gang, LI Mengyao, LI Xiangpeng

(School of Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: Taking an actual gravity dam with multiple slopes and multiple slip channels as an example, based on the rigid body limit equilibrium method, fuzzy theory and several typical system reliability calculation methods are used to analyze the deep anti-sliding of the dam foundation of its typical dam section. Stability of fuzzy system reliability is discussed. The influence of the form of membership function, membership degree and the values of key parameters in membership function on the reliability calculation results are discussed. The research results show that the method of limiting the fuzzy limit ratio of the failure probability can make the calculation results more reference. The lower limit of the reliability index of anti-sliding stability considering the ambiguity is smaller than the conventional reliability calculation value, which should be taken seriously.

Keywords: gravity dam; deep anti-sliding stability; system reliability; fuzzy mathematics

对于混凝土重力坝,坝基深层抗滑稳定研究是其结构安全可靠性分析的重要一环^[1]。重力坝坝基岩体失稳可能包含多种失稳通道(或路径),而将具有多失稳通道的基岩视为体系可靠度模型中的串并联系统将更加符合工程实际^[2]。同时,工程实践和理论分析表明,决定重力坝坝基稳定可靠性的几何与物理力学参数、失稳准则中的安全系数允许值等往往存在多种不确定性,它们的取值边界通常并不十分清晰,即存在一定程度的模糊性。抗滑稳定

计算参数的随机性、模糊性以及失效准则的模糊性是重力坝抗滑稳定模糊体系可靠度分析中要考虑的问题^[3-4],也是当前大坝安全与可靠性研究中的难点问题之一。因此,将体系可靠度与模糊理论结合,对随机与模糊不确定因素组合下重力坝的抗滑失稳问题进行研究,是完善重力坝设计理论的重要基础性理论工作,也是保障重力坝安全稳定运行的重要技术手段。

目前在结构体系可靠度研究方面,主要有宽窄

收稿日期:2019-11-17

修稿日期:2019-12-20

基金项目:“十三五”国家重点研发计划项目课题“大坝突发事件应急监测与隐患快速探测新技术”(2016YFC0401600);国家自然科学基金项目“基于突变和模糊理论的重力坝坝基失稳概率计算方法研究”(51309048)

作者简介:钱 龙(1994—),男,湖北天门人,硕士研究生,研究方向为水电站及水工结构可靠度。E-mail:1012430170@qq.com

界限法^[5]、主次结合法^[6-7]等;在岩土工程模糊可靠度研究领域,主要是选用合理的隶属函数分别对岩土稳定参数和失效准则(极限状态方程)进行模糊化^[8],通过考虑不同隶属度,得到数个可靠指标的模糊区间,并通过加权平均法来对这些区间进行处理^[9]。本文将模糊理论与体系可靠度方法相结合,综合考虑重力坝抗滑稳定参数及失稳准则的随机模糊性,从而进一步深入研究多斜面、多滑移通道复杂重力坝坝基抗滑失稳评价理论,虽然本文研究成果是基于某一重力坝工程实例,但研究方法和研究思路仍具有普遍意义上的科研与应用价值。

1 重力坝抗滑稳定模糊可靠度

1.1 随机变量的模糊截集处理

工程实际表明,岩土强度参数(变量)可以用有界正态隶属函数表示其模糊性^[10],模糊隶属函数大多服从数值为正值的近似正态分布,即:

$$\mu_x(x) = \frac{\exp\left(-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right) - \exp(-k^2/2)}{1 - \exp(-k^2/2)} \quad (1)$$

式中: m_x 、 σ_x 为岩土样本平均值和标准差的估计值; k 为隶属函数的取值参数,在边坡工程一般取0.5~3.0^[11]。本文主要讨论影响重力坝可靠度的两个重要因素,抗剪断摩擦系数 f' 和黏聚力 c' ^[12]。

1.2 失效准则界限模糊的隶属函数

模糊理论假定稳定状态到失稳状态之间存在模糊区间,反映到失效准则上,即是安全系数容许值不确定,可将极限状态方程变为^[13]:

$$K - 1 = \bar{b} \quad (2)$$

式中: K 为结构安全系数; \bar{b} 为模糊数。

在工程中常选取零点附近的有界闭模糊数来反应失效准则的模糊性,以 \bar{b} 取为对称三角模糊数为例,则有

$$\bar{b} = \underset{\lambda \in (0,1)}{U} [(\lambda - 1)\alpha, (1 - \lambda)\alpha] \quad (3)$$

式中: λ 为隶属度; α 是极限状态的最大容差值,其取值主要参照以往工程经验,边坡工程中可取 $\alpha \in [0.01, 0.10]$ 。

1.3 考虑模糊失效概率界限比的模糊可靠度

利用水平截集法可以将模糊极限状态方程变为经典极限状态方程,求解可靠度 β 的区间值。若要得到一个确定性的值,可取多个隶属度 λ ,将得到的多个失效概率区间的上下界值通过加权平均得到模糊随机可靠指标,但前提是失效概率区间的上、下界差距不宜过大。边坡工程中一般取 $\lambda \in [0.75, 1.00]$,

当 $\lambda < 0.75$ 时,失效概率计算结果将过于分散从而导致没有实际意义上的参考价值。

目前关于式(1)和式(3)中隶属函数参数 k 和 α 取值的研究成果较少。事实上,由于大坝工程的失效概率相对较小,研究工程模糊体系可靠度时,隶属函数的不同形式、隶属函数中参数 k 和 α 的取值、隶属度 λ 的取值,都会导致结果出现较大的差异,为了得到更具有确定性的研究结论,本文提出模糊失效概率界限比的概念。

以 R 模糊失效概率上下界比值,即

$$R = p_f^+ / p_f^- = \Phi^{-1}(\beta^-) / \Phi^{-1}(\beta^+) = \Phi^{-1}(\beta^- - \beta^+) \quad (4)$$

式中: p_f^+ 、 p_f^- 为模糊区间内最大的失效概率和最小的失效概率; β^- 、 β^+ 为模糊可靠指标区间的下界和上界。

对于某一失效事件,当失效准则隶属函数的隶属度 λ 一定时, R 的变化能代表随机变量的模糊区间范围的大小, $R = 1$ 时,即不考虑变量的模糊性,而当 $R > 1$ 时, R 值越大,变量模糊区间范围越大。

如果工程中存在 n 个相互独立的失效事件,均有模糊性,其中以 R_i 表示因素 i (本文指随机变量和失效准则的模糊)对 R 的影响,对于所有事件则有:

$$R = \prod_{i=1}^n R_i \quad (5)$$

根据前文定义,若 $R_i = 1$,即不考虑因素 i 的模糊性影响。

对于具有两个模糊因素的问题,用比值 $R_{ij} = R_i/R_j$ 来代表两者在整体模糊随机失稳事件中所占的比重,可知 R_{ij} 范围为 $[1/R, R]$,数值越大因素 i 的模糊性占的比重越高,其上、下界分别代表失稳概率的模糊性完全由因素 i 决定和完全由因素 j 决定。

通过规定 R_i 的值,可以得到对应因素 i 模糊隶属函数中参数如 k 或 α 的具体取值,并进行工程模糊可靠度分析研究,从而得到关于不同因素模糊性占比、隶属函数形式以及隶属函数中参数选定等的定量分析结论,从而保证当调整模糊隶属函数参数 k 和 α 时也能将考虑失效准则模糊性的加权平均法用于重力坝抗滑稳定模糊可靠度计算。

2 重力坝抗滑稳定体系可靠度

为便于描述,我们规定,当重力坝基岩中存在多条滑移通道时,将每条滑移通道分别视为坝基抗滑稳定可靠度计算时的一种失效模式,当不同滑移通

道之间具有共用滑移面时,各失效模式之间将具有一定的相关性,这时,多条滑移通道可作为可靠度计算的串并联体系考虑。

2.1 体系可靠度的计算

(1) Ditlevsen 窄界限法。主要考虑两两失效模式间的联合分布的概率,利用概率论得到体系可靠度界限公式,其形式如下:

$$P_f \geq P_{f_1} + \sum_{i=2}^n \max\left\{ \left[P_{f_i} - \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i \cap E_j) \right], 0 \right\}$$

$$P_f \leq \sum_{i=1}^n P_{f_i} - \sum_{i=2}^n \max_{j < i} (E_i \cap E_j) \quad (6)$$

式中: P_{f_i} 是事件 E_i 的失效概率; $P(E_i \cap E_j)$ 是第 i 和第 j 这两个失效模式同时失效的概率,其计算参考文献[11]。

E_i 和 E_j 之间的相关系数 $\rho_{E_i E_j}$,可以通过下式求得:

$$\rho_{E_i E_j} = \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \alpha_{jk} \quad (7)$$

式中: α_{ik} 、 α_{jk} 是第 i 、 j 个失效模式 x_k 中随机变量的灵敏度系数,使用验算点法求得,对于无法求偏导的复杂功能函数,可借助智能优化算法求解^[14]。

(2) 主次结合法。结构体系的失效通常是由少数几个主要失效模式引起的,只考虑主、次失效模式的相关性,对 Ditlevsen 窄界限公式简化得到模型如下:

$$R_s = \begin{cases} \prod_{i=1}^n R_i + \frac{5}{3} \rho_{12} (R_{0.6} - \prod_{i=1}^n R_i), & 0 \leq \rho_{12} \leq 0.06 \\ R_{\min} - \frac{5}{2} (1 - \rho_{12}) (R_{\min} - R_{0.6}), & 0.6 \leq \rho_{12} \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

式中: R_s 是结构可靠概率; ρ_{12} 是主次事件的相关系数;式(8)中 $R_{0.6}$ 计算见下式:

$$R_{0.6} = (1 - R) \phi\left(\frac{3}{4}\beta_1 - \frac{5}{4}\beta_2\right) \prod_{i=3}^n R_i + [R + R - 1 + (1 - R)] \phi\left(\frac{3}{4}\beta_2 - \frac{5}{4}\beta_1\right) \left(\prod_{i=3}^n R_i + 1\right) \quad (9)$$

(3) 蒙特卡洛法。蒙特卡洛法通过对示性函数进行变更来解决体系可靠度问题,若存在 m 个失效模式的串联体系,将示性函数变为:

$$I[g(x)] = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - I[g_i(x)]) \quad (10)$$

式中: $I[g_i(x)]$ 表示第 i 个失效模式的示性函数,多个 $g_i(x)$ 之间应存在共用随机变量的情况,这代表

了失效模式间的相关性。

2.2 考虑模糊性的体系可靠度计算

若结构体系的基本结构形式不发生变化,则其整体失效程度会随着其中任一模式失效程度的变化而变化,在重力坝抗滑稳定可靠度分析中,单个滑移通道的模糊可靠度上、下限值对应着模糊体系可靠度的上、下限值。

3 工程算例

3.1 工程概况

某已建重力坝,其坝顶高程为2 564.00 m,最大坝高119.00 m,正常蓄水位和下游水位分别为2 560.00 m和2 471.61 m,淤沙高度52.7 m,取渗透扬压力系数为0.25,某一典型河床坝段的岩基内存在较多的缓倾角软弱结构面。存在五个潜在滑移面, $E-F$ 、 $F-G$ 、 $G-B$ 、 $D-F$ 、 $G-C$,这些滑移面共组成四条滑移通道,分别为 $DFGB$ 、 $DFGC$ 、 $EFGB$ 、 $EFGC$ 。该大坝工程抗滑稳定目标可靠指标值为3.7。本文仅考察基岩内结构面抗剪断参数的不确定性。抗滑稳定可靠度计算时,使用正常蓄水位条件下的荷载组合,即需要考虑大坝和岩体的自重、上下游水压力、扬压力、浪压力、淤沙压力等作用的组合,且均为定值。

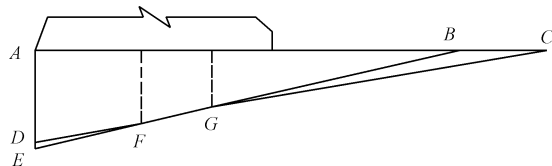


图1 滑移通道示意图

根据现场实测统计资料和已有文献对抗剪断强度参数统计特征的规定,基岩内各滑移面上抗剪断摩擦系数 f' 和黏聚力 c' 取值和概率分布特征如表1所示。

3.2 体系可靠度计算

根据文献[15],使用刚体极限平衡法构建多斜面情况下的极限状态方程,由于安全系数 K 的计算需要求解非线性方程组,对应可靠度计算的功能函数为非线性隐式功能函数。在本文作者之前研究工作的基础上,可使用差分进化算法^[16]求解单个滑移通道的可靠指标和对应的验算点,为便于说明问题实质,这里只考虑 f' 和 c' 相关系数 $\rho_{f'c'}$ 为0.0和-0.3的两种情况。当 $\rho_{f'c'}$ 为0.0时可得到滑移面 $EFGB$ 、 $DFGB$ 、 $EFGC$ 、 $DFGC$ 的可靠指标分别为4.116、3.787、4.214、3.909。给滑移面失效模式编

号 1、2、3、4, 作为两两之间相关系数 ρ_{ij} 的下标, 如 *EFGB* 和 *DFGB* 失效模式的相关系数为 ρ_{12} , 利用式 (7) 得相关系数表如表 2 所示。

表 1 基岩结构面参数的统计特征

断层	断层倾角/(°)	抗剪断强度	分布类型	均值	变异系数
E-F	-14.04	f'_1	正态	0.375	0.2
		c'_1	对数正态	0.075	0.3
F-G	-15.78	f'_2	正态	0.275	0.2
		c'_2	对数正态	0.030	0.3
G-B	-13.85	f'_3	正态	0.215	0.2
		c'_3	对数正态	0.006	0.3
D-F	-10.64	f'_4	正态	0.400	0.2
		c'_4	对数正态	0.080	0.3
G-C	-10.34	f'_5	正态	0.275	0.2
		c'_5	对数正态	0.030	0.3

表 2 失稳模式相关系数表

$\rho_{f'e'}$	ρ_{12}	ρ_{13}	ρ_{14}	ρ_{23}	ρ_{24}	ρ_{34}
0.0	0.478	0.659	0.177	0.178	0.647	0.548
-0.3	0.506	0.650	0.174	0.175	0.637	0.493

使用 Ditlevsen 二阶模型法, 主次结合法, 蒙特卡洛法, 分别进行体系可靠度计算, 计算结果见表 3。

表 3 体系可靠度计算结果对比

$\rho_{f'e'}$	体系可靠度		
	Ditlevsen 法	主次结合法	MC 法
0.0	3.613 ~ 3.619	3.654	3.661 (500W 次)
-0.30	3.836 ~ 3.839	3.867	3.897 (800W 次)

根据计算结果可知, 当 $\rho_{f'e'} = 0.0$ 时, 虽然单一滑移通道均满足目标可靠指标 $\beta = 3.7$ 的要求, 但体系可靠度并不满足, 可见基于多条滑移通道考虑基岩抗滑稳定体系可靠度是非常必要的; 当随机变量存在负相关性时, 体系可靠度增加; Ditlevsen 窄界限法的界限较窄, 对比蒙特卡洛法, 误差在 1% 左右, 可满足工程精度需要, 主次结合法计算结果也满足工程精度要求; 蒙特卡洛法需要计算多条失效路径的联合示性函数, 在 PC 上得到一个结果需数天时间, 效率较低。

3.3 基于模糊失效概率界限比的模糊可靠度分析

考虑随机变量模糊隶属函数为拟正态分布, 失效准则模糊隶属函数为对称三角分布, 以 R_0 代表随

机变量模糊性对界限比 R 的影响, R_0 代表失效准则模糊性对 R 的影响。根据式 (5) 则有 $R = R_0 R_2$ 。

(1) 考虑 R 值与隶属函数形式的模糊可靠度分析。首先, 讨论模糊隶属度函数中参数 k 和 α 取值对模糊可靠度计算结果的影响。由于事件的模糊性随隶属函数参数 k 和 α 的增大而增强, 则分别取两个参数建议值的上界和下界组成四种边界情况, 即以 k 为 0.5 和 3.0、 α 为 0.01 和 1.00 分别进行组合, 得到不同隶属度时的可靠指标区间如图 2 所示。

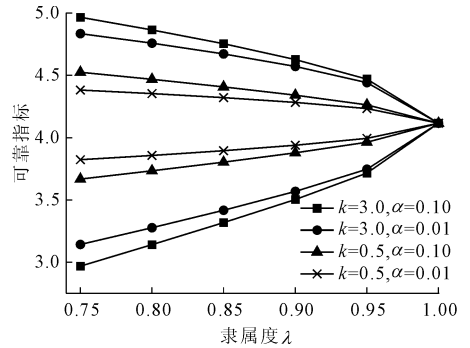


图 2 隶属函数参数不同取值的可靠指标

从图 2 可以看出, 隶属函数参数 k 和 α 的不同取值对模糊可靠指标区间范围的影响较大, 其中 k 值的变化对最终模糊可靠度范围的影响相对显著。

然后, 考虑不同隶属函数形式对模糊可靠度计算结果的影响。这里先假定当 R 值为定值且隶属度为 $\lambda = 0.75$ 时不同形式隶属函数的模糊性影响相同。当 $k = 3.0, \alpha = 0.10$ 时, 本算例有 $R_0 = 1096.145, R_2 = 4.195$ 。

以随机变量隶属函数为拟正态分布、三角分布, 失效准则为拟正态分布、三角分布为例, 对比不同隶属函数形式的模糊可靠度计算结果, 得到不同隶属度形式组合时的可靠指标分布如图 3 所示。图中“拟正态-三角”表示随机变量隶属函数为拟正态分布, 失效准则隶属函数为三角分布, 其余以此类推。

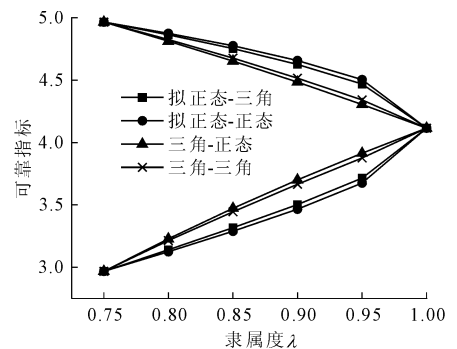


图 3 同 R 值下不同隶属函数的可靠指标

从图中可以看出,隶属函数的离散程度直接影响了模糊可靠指标区间的离散程度,且随机变量模糊隶属函数变化引起的结果改变更明显,这是因为 R_v 远大于 R_z 。以给定 R 值讨论工程的模糊性时能得到关于隶属函数形式对可靠度计算结果的影响的更定性的结论。

(2) 基于 R 值的加权平均法。如若要使用加权平均法计算模糊可靠指标综合值,则失效概率的上、下界应在一个量级上以保证加权计算的合理性,即有 $R \leq 10$ 。

以滑坡通道 $EFGB$ (失效模式 1) 且不考虑随机变量相关性以为例,取 $R=9$ 进行试算。

分析其中 $R_v = R_z = 3$ 的情形,经过试算得到相应的 $k=0.237, a=0.0766$,计算此时不同隶属度的可靠指标,如表 4 所示。

表 4 模糊可靠度计算结果

λ	β^-	β^+	p_f^-	p_f^+
0.75	3.857	4.364	6.394×10^{-6}	5.746×10^{-5}
0.80	3.897	4.326	7.584×10^{-6}	4.873×10^{-5}
0.85	3.939	4.287	9.060×10^{-6}	4.097×10^{-5}
0.90	3.983	4.245	1.095×10^{-5}	3.400×10^{-5}
0.95	4.033	4.197	1.353×10^{-5}	2.753×10^{-5}
1.00	4.116	4.116	1.929×10^{-5}	1.929×10^{-5}

对表 4 中失效概率加权求和,得到滑坡通道 $EFGB$ 的失效概率为 2.457×10^{-5} ,模糊可靠指标为 4.060,不考虑模糊性的结果为 4.116,可见,不考虑模糊不确定性时可靠性计算结果偏于保守。

讨论本算例中随机变量模糊性和失效准则模糊性占 R 的比重,即 R_{vz} 的对模糊可靠性的影响,分别令 R_{vz} 为 1/9 和 9,得到模糊可靠指标结果为 4.070 和 4.048。 R_{vz} 从 1/9 增大到 9 时,结构的模糊性从完全由失效准则模糊性来决定过渡到完全随机变量模糊性来决定,模糊可靠指标仅减小 0.5% 左右,影响非常小。

若 $R=9$ 且完全由失效准则决定,对其取正态隶属函数、三角隶属函数、尖 Γ 隶属函数,分别得到模糊可靠指标为 4.004, 4.057, 4.072, 变化并不明显,从图 3 可以推测,其值变化应该和隶属函数在隶属度范围内的离散程度有关。

通过上面的分析可以知道,影响模糊可靠指标的因素主要来自于 R 值的大小以及隶属函数的形式;而使用加权平均法后,由于同时需要对 R 值做假定,减小了隶属函数形式的影响。

3.4 考虑模糊性的体系可靠度计算

从兼顾精度和效率上考虑,本文使用窄界限法求解模糊体系可靠度。另外,考虑如下代表性情况:对于隶属函数的形式,随机变量的模糊采用拟正态隶属函数,失效准则的模糊采用对称三角隶属函数;对于模糊隶属函数中参数的取值,考虑边坡常用中 $k=3, \alpha=0.1$ 和 $k=0.5, a=0.01$ 的两种常规情况,以及假定 $R=9$ ($R_{vz}=1$) 时不同滑坡通道对应不同的 k 和 α 的情况。

通过模糊可靠度计算,得到单一失效模式不同隶属度时模糊可靠度区间的上、下界值,然后采用式 (6) 进行体系可靠度计算,从而得到本工程的模糊体系可靠度的界限,计算结果如图 4 所示。

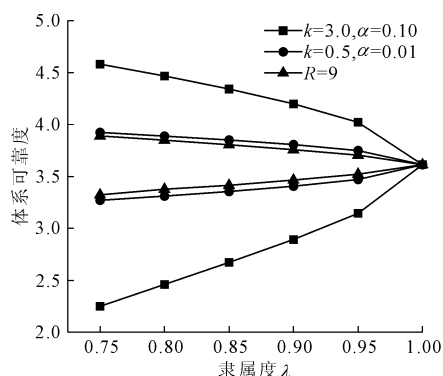


图 4 不同隶属度的体系可靠指标

可见,当 $k=3.0, \alpha=0.10$ 时,得到的模糊体系可靠度区间很大。实际上当隶属度为 0.75 时,使用边坡工程中选取的模糊隶属函数参数的取值,计算得到的模糊体系可靠度范围为 2.250 ~ 4.582,其界限比 R 最大达到 5 301 倍,使用加权平均法意义已经不大,只能作为一个粗略的参考。

借助加权平均法,计算 $R=9$ 时不同 $\rho_{f,c}$ 对应不同的模糊体系可靠度,并和考虑模糊性时的体系可靠度作为对比,由于本算例中窄界限法的区间上、下界差距不大,以其下界表示计算结果,并绘制不同隶属度时的模糊体系可靠度值,计算结果如图 5 所示。

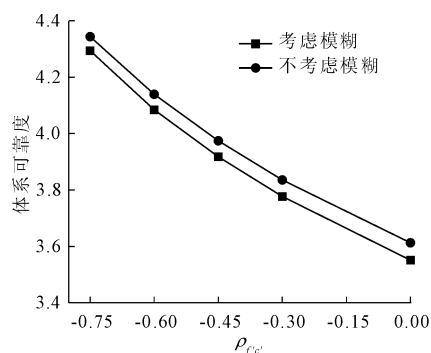


图 5 不同 $\rho_{f,c}$ 的模糊体系可靠度

可以看出,体系可靠度随着随机变量负相关性的增大而增大;考虑模糊时的体系可靠度值比不考虑模糊时要小,具有一定的借鉴意义。

4 结 论

本文结合模糊数学与体系可靠度理论,研究了重力坝多斜面多滑移通道坝基的抗滑稳定可靠度问题,结论如下:

(1) 边坡工程中模糊隶属函数的参数用于重力坝工程,得到的结果波动较大,只能作为一个大致的参考;限定 $R = p_f^+ / p_f^-$ 的值,即确立模糊失效概率界限比,并通过对模糊失效概率区间加权平均得到的综合模糊可靠指标将具有较好实际工程应用价值。

(2) 若使用加权平均法,影响模糊可靠指标的主要因素是 R 值以及隶属函数形式,不过在规定的 R 值的范围内,隶属函数形式的影响不大;本文工程实例对随机变量使用拟正态隶属函数时, R 值随 k 值变化很明显,故 k 需要结合具体工程进行论证和选取。

(3) 窄界限法如果使用在失效概率较小的重力坝工程中,其界限很窄,参照蒙特卡洛法计算结果,其精度能满足要求;重力坝抗滑稳定问题同时考虑整体体系和模糊性后,得到的可靠指标相对较小,在协调工程安全和工程建设经济性方面具有现实意义。

参考文献:

- [1] 刘咏梅. 水位下降对复杂地基重力坝深层抗滑稳定分析——以武都水库重力坝 19#坝段为例[J]. 水利与建筑工程学报,2016,14(4):123-126,146.
- [2] 程心恕. 重力坝体系可靠度探讨[J]. 福州大学学报(自然科学版),1996(1):78-82.
- [3] 黄海燕,麻荣永. 大坝安全模糊风险分析初探[J]. 广

西大学学报(自然科学版),2003(1):14-18.

- [4] 陈 曦,曾亚武. 基于层次分析法和模糊理论水库大坝安全综合评价[J]. 水利与建筑工程学报,2017,15(6):95-100.
- [5] 董立波,孙建伟,王立彬,等. 水工结构体系可靠度计算方法[J]. 东北水利水电,2009,27(2):1-3,6,71.
- [6] 喻天翔,宋笔锋,万方义,等. 机械零件多失效模式相关可靠度算法研究[J]. 机械强度,2006(4):508-511.
- [7] 胡魏玲,邓念武,刘任莉. 基于多模式相关的混凝土重力坝服役寿命研究[J]. 中国农村水利水电,2016(6):150-154.
- [8] 张永杰,邓俊强,李侑军,等. 考虑隶属函数特性的边坡模糊可靠性分析[J]. 岩土工程学报,2018,40(7):1350-1358.
- [9] 贾厚华,贺怀建. 边坡稳定模糊随机可靠度分析[J]. 岩土力学,2003(4):657-660.
- [10] 王 宇. 滑坡渐进破坏模糊随机可靠性研究[D]. 武汉:中国地质大学,2012.
- [11] 李会军,李宗利,王亚红. 重力坝系统可靠度及敏感性研究[J]. 中国农村水利水电,2014(5):81-85.
- [12] 管莉莉. 重力坝坝基深层抗滑稳定模糊随机可靠度分析[J]. 水利与建筑工程学报,2017,15(4):44-47,73.
- [13] Ditlevsen O. Narrow reliability bounds for structural system[J]. Journal of Structural Mechanics, 1979,7(4):453-472.
- [14] 秦净净,王 刚,管莉莉. 基于几何优化算法的重力坝坝基抗滑稳定可靠度分析[J]. 水力发电,2015,41(4):39-42.
- [15] 李建波,常 雪,刘苏日. 基岩深层多滑面抗滑稳定求解方法对比分析[J]. 水利与建筑工程学报,2019,17(3):22-27.
- [16] 郑建国,王 翔,刘荣辉. 求解约束优化问题的 ϵ -DE 算法[J]. 软件学报,2012,23(9):2374-2387.