

堆石颗粒强度的尺寸效应研究

米晓飞^{1,2}, 迟世春^{1,2}

(1. 大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学 建设工程学部水利工程学院 工程抗震研究所, 辽宁 大连 116024))

摘要: 堆石料作为主要筑坝材料,具有显著的尺寸效应且易发生颗粒破碎,颗粒破碎是引起土石坝变形的重要因素之一。因此,研究堆石颗粒单粒破碎强度的尺寸效应可为高土石坝变形控制研究提供试验参数,具有重大意义。通过对 20 mm ~ 240 mm 范围内的大连石灰石颗粒进行单颗粒强度室内试验,分析了不同粒径颗粒强度的分布规律,发现 Logistic 函数能够较好地描述同一粒组堆石颗粒强度的分布。基于 Logistic 函数建立了考虑尺寸效应的颗粒强度公式,同时根据单颗粒破碎试验现象提出了四种颗粒破碎模式。最后对单颗粒破碎后的碎片进行筛分,研究了其碎片的分布规律。

关键词: 颗粒破碎;尺寸效应;室内试验;破碎模式;颗粒强度公式;Logistic 函数

中图分类号: TV42⁺2

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2019)04—0182—06

Size Effects of Rockfill Particle Strength

MI Xiaofei^{1,2}, CHI Shichun^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;

2. Institute of Earthquake Engineering, Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: As the main material for dam construction, rockfill has obvious size effects and is prone to occur particle breakage, and particle breakage is one of the important influencing factors of the deformation of earth-rock DAMS. Hence, the study about size effects of single crushing strength of rockfill particles is significant for providing experimental data for deformation control of high dams. Dalian limestone particles within the range of 20 - 240mm were tested for single particle strength laboratory test, and the distribution law of particle strength with different particle sizes was analyzed, the Logistic function could describe the distribution law of particle strength well. Based on Logistic function, the formula of particle strength considering size effects was established, and four kinds of particle failure models were proposed according to the phenomenon of single particle breakage. In the end, the granular fragment was screened and its distribution was studied.

Keywords: particle breakage; size effect; laboratory test; failure modes; particle strength formula; Logistic function

堆石坝的变形问题一直是当前高土石坝安全设计时的重中之重^[1],作为坝体的主要支撑材料,堆石料一方面易发生破碎,另一方面由于粒径大,室内试验设备尺寸有限,只能对缩尺后的粗粒料进行的试验结果来推算坝体变形。大量研究表明小尺寸试样的变形特性与原型试样之间存在明显的尺寸效应,对大坝变形的估算也经常会出现高坝算小,低坝算

大的情况。因而,研究堆石颗粒破碎以及堆石颗粒强度的尺寸效应具有重要的意义^[2]。

Marsal 等^[3]提出用颗粒破碎率 B_g 对粗粒土颗粒破碎程度进行度量,来表示颗粒破碎的程度。马刚等^[4]提出采用考虑颗粒破碎效应的随机颗粒不连续变形方法 SGDD 研究堆石料尺寸效应的细观机制。傅华等^[5]深入研究了粗颗粒土的破碎特性,并

认为母岩强度、应力状态、级配以及围压等因素对颗粒破碎具有一定的影响。徐永福等^[6]提出了岩石颗粒破碎强度尺寸效应规律,并建立了关于岩石颗粒的破碎强度与粒径大小的关系,呈现幂指数的规律。周海娟等^[7]用数值模拟的方法模拟了单个颗粒在压缩破碎时的破碎过程,并证明不同粒径堆石颗粒压缩强度确实存在着明显的尺寸效应。刘汉龙等^[8]通过室内的大型三轴试验,发现了堆石粗粒料颗粒破碎增加会导致抗剪强度的降低,并提出了峰值内摩擦角与颗粒破碎率之间的幂数关系。

Weibull 统计理论是对尺寸效应的传统解释,McDowell 等^[9]曾对 0.5 mm、1.0 mm、2.0 mm 粒径的石英砂做了单轴压缩实验,并发现不同粒径的石英砂的压缩强度可以用 Weibull 分布进行拟合,且效果较好。Ovalle 等^[10]采用 Weibull 统计分布函数分析了岩石粒径对岩石骨料破碎强度的影响,并提出了 4 参数 Weibull 尺寸效应影响程度公式。Rozenblat 等^[11]认为在大多数情况下,单个颗粒破碎强度分布均可以 Weibull 分布、对数正态分布以及 Logistic 分布函数来进行很好地拟合,但是 Logistic 分布函数才是最精确和简便的,并提出了关于颗粒破碎强度的扩展的 Logistic 函数分布,并对其中的参数进行了研究及说明。

前人对单颗粒强度的研究主要集中在较小的粒径范围,得到的尺寸效应规律外推是否合适也是一个值得思考和研究的问题。本文根据一般堆石料粒径的分布范围,选择 20 mm ~ 240 mm 范围内的石灰石颗粒进行了大量的单粒强度试验和颗粒筛分试验,对颗粒强度随粒径的变化规律和破碎后碎片的分布规律进行了研究。

1 堆石颗粒破碎强度试验

本次试验选用大连地区某大型石料厂爆破料,岩性是大连石灰岩,颗粒饱满、棱角分明。筛取粒径范围为 20 ~ 22 mm、22 ~ 24 mm、24 ~ 26 mm、26 ~ 28 mm、28 ~ 30 mm、30 ~ 32 mm、32 ~ 34 mm、34 ~ 36 mm、36 ~ 38 mm、38 ~ 40 mm 以及粒径为 60 mm、120 mm、240 mm 的大连石灰石颗粒,共 13 组粒径石灰岩,每粒组试验颗粒数量 100 颗。

如图 1 所示,仪器采用南京中之岩测控技术有限公司出品的 DYQ-1 型号的单粒岩块强度测试仪,被加载的颗粒上下相当于两个刚度无限大的平行钢板,通过两个钢板挤压堆石颗粒,直至颗粒发生主体破碎,加载速率为 0.5 mm/min。图 2 为颗粒破碎前后及其力与曲线关系图。

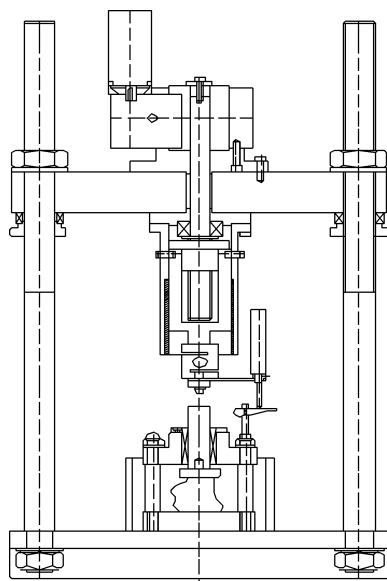


图 1 单粒岩块强度测试仪

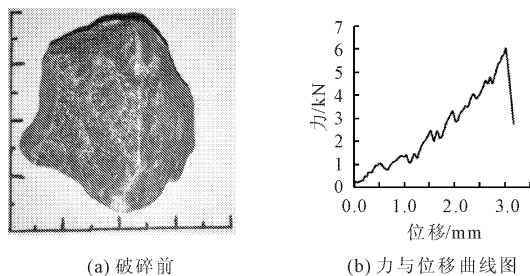


图 2 堆石颗粒力与位移曲线及破碎前照片

试验过程中,颗粒破碎的标准是发生主体破坏,即颗粒发生一分为二的毁灭性破坏或者出现贯通性裂缝^[1]。颗粒在加载过程中力与位移曲线将出现锯齿状上升的趋势,如图 2 力与位移曲线关系图所示,小锯齿出现是由于天然堆石颗粒存在很多不规则棱角,在加载过程中,这些小棱角慢慢被磨平和破坏,使得曲线出现小幅度的抖动。而本文选择曲线的峰值点为颗粒发生主体破碎时的破坏点,其对应的力就是颗粒破碎时的峰值力,位移就是颗粒发生破碎时发生的变形。

2 颗粒破碎模式的探究

Nakata 等^[12]曾对石英砂单粒破碎试验中提出 5 种破碎模型:无明显损坏型、单一磨损型、多棱角破坏型、大分裂破坏型以及二次破坏型。Tapias 等^[13]也对堆石料的单粒加载试验中提出了 2 种破碎模型:棱角破坏、爆炸破坏。Wang 等^[14]用高速显微摄像机拍摄了沙子单粒加载时的破坏过程,并提出了关于沙子单粒破坏时的 4 种破碎模式:裂开式、破裂式、爆裂式以及爆碎式。虽然国内外学者提出

了关于单粒加载过程中的破坏模式,但是由于他们试验的对象粒径较小,一般小于 5 mm,难以准确的观察和判定颗粒破碎时的情况,故而并没有统一的破碎模式被认同。而本文试验的对象包含 120 mm、240 mm 等超大粒径的单粒,在加载过程中能够明显地观察颗粒破碎时的模式。图 3—图 6 是根据 120 mm 粒径大连石灰石单粒破碎时总结的 4 种颗粒破碎模式。

(1) 爆裂式破碎。如图 3 所示,分别为颗粒破碎前、破碎后及其力与位移曲线图。爆裂式破碎模式情况下的颗粒破碎过程特征如下:颗粒一分为二,破碎后的小颗粒和碎末很少(几乎没有),同时可以观察到颗粒所受的力大幅度降至很低乃至 0(kN)左右。

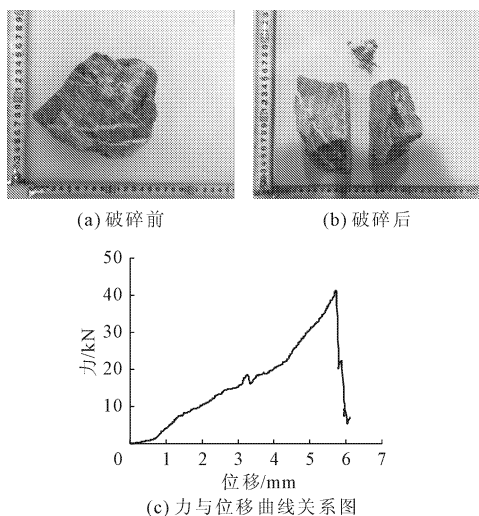


图 3 爆裂式破碎颗粒前后及其力与位移曲线关系图

(2) 分裂式破碎。如图 4 所示,分裂式破碎模式下的颗粒破碎特征如下:颗粒破碎后分裂成 3~5 部分,加载过程中会出现边角破坏的情况,破碎后有些许的小颗粒和粉末产生,同时可以观察到颗粒所受的力会有较大幅度,下降至少 50%。

(3) 粉碎式破碎。图 5 罗列了粉碎式破碎模式下破碎前、破碎后以及力与位移曲线,其破碎特征如下:颗粒破碎后分裂成很多部分,加载过程中曲线比较平稳,破碎后有大量的小粒径颗粒和较多的粉末产生,主要通过观察到裂缝产生以及力会有下降,但是幅度不是很大,大致会降峰值力 1/3 左右。

(4) 贯通缝式破碎。如图 6 所示,贯通缝式破碎模式特征主要包括以下几点:颗粒破碎后并未分开,而是裂开了一条明显的缝隙,此时力有大于 50% 幅度的下降,破碎后能明显的观察到颗粒的贯通缝。在试验过程中,要特别注意贯通缝式破坏,因

为在加载时并不会轻易观察到贯通缝的发生,特别是粒径比较小的颗粒。

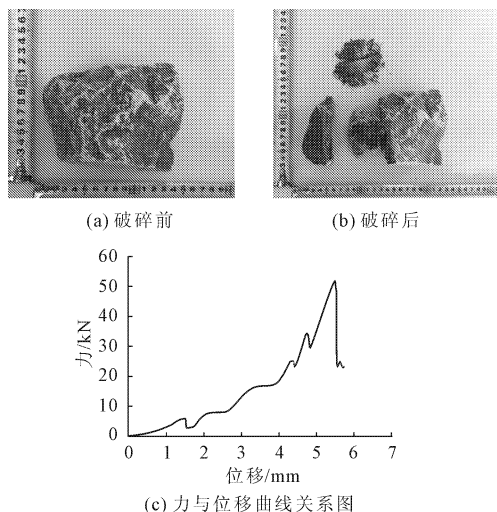


图 4 分裂式破碎颗粒前后对比及其力与位移曲线关系图

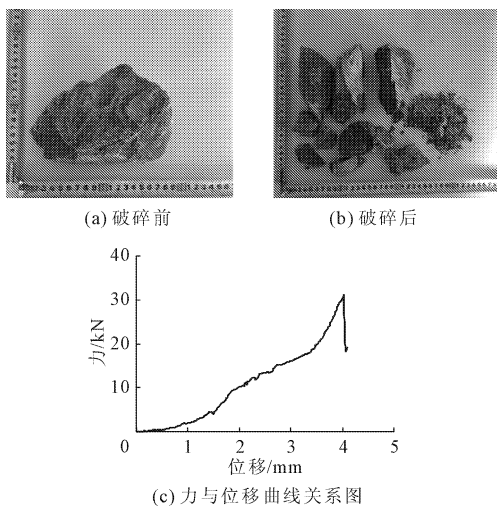


图 5 粉碎式破碎颗粒前后对比及其力与位移曲线关系图

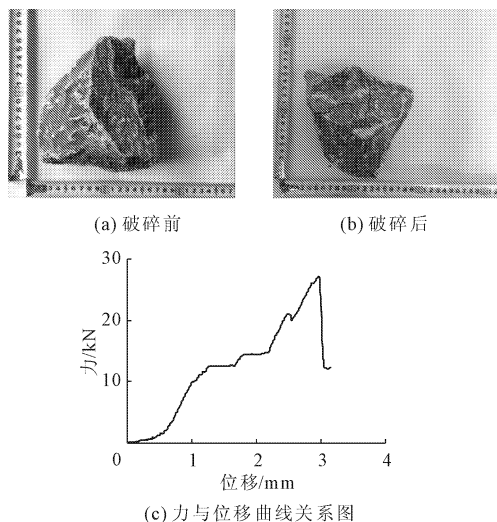


图 6 贯通缝式破碎颗粒前后对比及其力与位移曲线关系图

3 堆石料单粒强度统计分布

3.1 Logistic 统计学分布

在巴西圆盘劈裂试验^[14]中,提出岩石的最大拉伸应力用下式表示:

$$\sigma_t = \frac{\pi F}{2d^2} \quad (1)$$

其中: F 为最大轴向荷载; d 为颗粒的加载高度即上下钢板之间的距离; σ_t 为颗粒破碎时的最大劈裂应力。Cavarretta等^[15]在2012年对不规则颗粒的单轴压缩试验中,提出不规则颗粒的最大拉伸应力,可以用下式表示:

$$\sigma_t = \frac{0.225F}{d^2/4} = \frac{0.9F}{d^2} \quad (2)$$

Jaeger^[16]以及Lee^[17]分别在1967年以及1992年提出颗粒在单轴压缩试验中,最大拉伸应力应该表示如下:

$$\sigma_t = \frac{F}{d^2} \quad (3)$$

上述研究工作均表明用 F/d^2 来表示夹在两个钢板之间的颗粒的最大劈裂应力是比较合理的,而由于 $0.9 < 1 < \pi/2$,本文便采用式(3)来表示堆石颗粒的最大劈裂应力。

Woitzik等^[18]在测定两个钢板之间被加载颗粒破碎强度的试验中提出,Logistic函数相比于传统的Weibull函数来说,其表达形式更加简洁方便,也更加能精确地拟合不同粒径单个颗粒破碎强度尺寸效应曲线。Logistic累积分布函数 $F_X(x)$ 表达式如下:

$$F_X(x) = 1 - \left[1 + \left(\frac{x}{X_{50}} \right)^S \right]^{-1} \quad (4)$$

其中: X_{50} 表示均值参数; S 表示曲线分布宽度的形状参数, S 越大表示Logistic函数分布曲线越窄,而且 S 是与颗粒粒径无关的参数,只与试验材料性质有关; x 是随机变量,在这里代表不同颗粒的破碎强度,如图7所示。

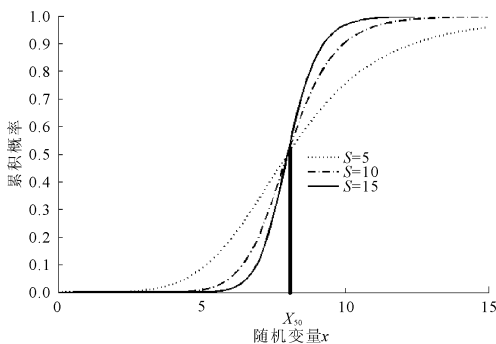


图7 Logistic累积分布函数示意图

参照Logistic累积分布函数形式,并根据Rozenblat等^[11]在文献中对Logistic统计函数的表达,本文选择用下式表示不同粒径堆石颗粒的破碎强度:

$$P = 1 - \left[1 + \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_{50}} \right)^S \right]^{-1} \quad (5)$$

其中: P 表示堆石颗粒的破碎概率; S 表示曲线分布的分散性,只与试验材料性质有关,如石英、砂石以及大连石灰石都具有不同的 S 值。 σ_c 表示颗粒所受的破碎应力, σ_{50} 表示该粒组的特征均值破碎应力。图8(a)~图8(n)描述了不同粒组的颗粒强度与破碎概率曲线与Logistic统计函数曲线拟合效果图,纵轴 P_t 代表颗粒的破碎概率,横轴 σ_c 表示颗粒所受的破碎应力。

由图8知,对于每组堆石颗粒,颗粒的破碎强度与颗粒的破碎概率基本上呈现Logistic曲线分布关系,且拟合效果非常好。表1列举了每个粒组的 σ_{50} 值与 S 值,从表1可以看出, σ_{50} 随着颗粒粒径的增大不断减小,表明颗粒强度是随着粒径的不断增大逐渐减小的,即颗粒粒径越大,裂缝数量较多,裂缝长度较长,越容易破碎,故而破碎强度越低,具有明显的尺寸效应,而 S 值基本上浮动在3.8左右。

表1 堆石颗粒单粒强度试验的基本参数

粒组/mm	加载高度 d /mm	σ_{50} /MPa	S
20~22	15.084	12.060	4.109
22~24	17.053	11.690	3.916
24~26	18.160	11.600	3.431
26~28	19.530	11.490	3.842
28~30	20.987	11.330	3.916
30~32	21.773	11.160	4.099
32~34	24.083	10.950	3.580
34~36	24.906	9.896	4.188
36~38	25.278	9.659	3.909
38~40	26.656	8.645	3.871
60	43.494	5.831	4.034
120	94.820	4.655	3.894
240	177.280	3.130	3.744

Woitzik等^[18]测得Poraver和Omega的 S 值分别为5.18和4.33,Rozenblat等^[11]测得0.7mm~4mm粒径的Salt的 S 值在4.8左右浮动。从上可见, S 值对于不同种岩性的颗粒是不同的,而对于同一种岩性的材料,即使是不同粒径, S 值基本上浮动在一个定值附近。正如Weibull分布中的模量 m 值一样,只与材料性质有关,原因就是颗粒破碎的原理,

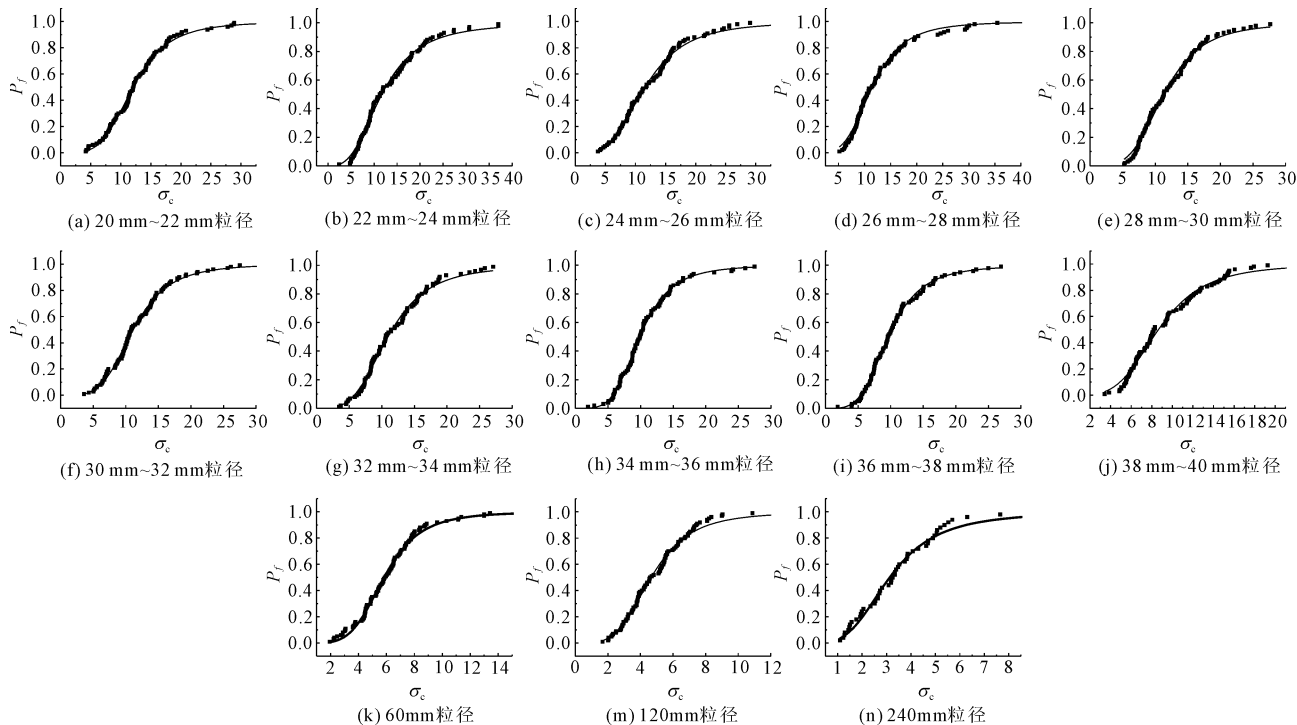


图 8 各组粒径堆石单颗粒强度的 Logistic 分布图

即颗粒破碎主要是由于颗粒原始裂缝不断发展所致,而同一种岩性的堆石颗粒原始裂缝的分布大致,导致其颗粒强度分布的分散性大致相似,而与粒径的大小无关^[19]。

3.2 基于 Logistic 分布上的尺寸效应公式

关于堆石颗粒单粒破碎强度与粒径大小的关系,国内外学者都做了大量的研究工作。Marsal^[3]曾在 1967 年对堆石颗粒单粒加载试验过程中发现,堆石颗粒的破碎强度与堆石颗粒粒径呈现幂函数的关系。Lee^[17]对 Leighton Buzzard sand、Carboniferous limestone 以及 Oolitic limestone 三种岩性的颗粒进行单粒加载试验,发现三种岩性的单粒破碎强度与颗粒粒径的关系可以表示为 $\sigma \propto d^b$,而参数 b 只与岩性有关,对于特定岩性的岩石, b 是定值。而在 2013 年,Ovalle 等^[10]在 Weibull 理论和前人的研究基础上,提出引入描述颗粒形状自相似的参数对幂函数进行改进,即将公式改为 $\sigma \propto d^{-n/m}$,其中 n 为形状参数,表示颗粒的形状自相似程度, m 为 Weibull 模量。

本文在 Ovalle 等人研究的基础上,并结合上述介绍的 Logistic 统计函数,提出了关于大连石灰石堆石颗粒考虑尺寸效应的颗粒强度公式,具体公式如下:

$$\sigma_{50} = \lambda d^{-n/S} \quad (6)$$

式中: σ_{50} 表示该粒径颗粒的特征均值破碎应力; S 表示大连石灰石在 Logistic 分布曲线上的分散性; n 表示颗粒形状参数, n 值越大颗粒外形自相似程度

越高; λ 是该试验公式的经验参数; d 取每粒组的平均值。式子(6)通过拟合每组 σ_{50} 和 d 的关系曲线图,从而得到经验参数 λ 和 n ,如图 9 所示。

通过对每粒组试验特征均值强度及平均加载高度进行拟合,进而得到了上述尺寸效应公式的经验参数 $\lambda = 70.311, n = 2.386$,将参数代入式(6),从而得到大连石灰石颗粒考虑尺寸效应的颗粒强度公式如下:

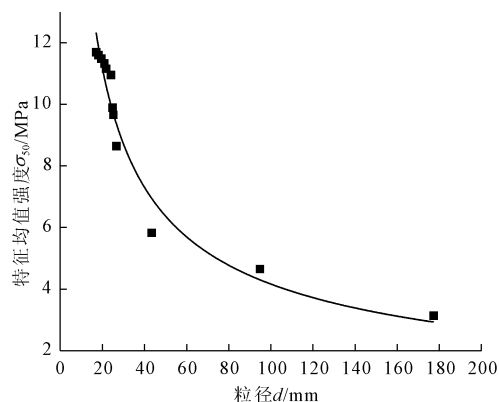


图 9 基于 Logistic 函数上的单粒强度与粒径关系曲线

$$\sigma_{50} = 70.311 d^{-2.386/3.887} \quad (7)$$

得到了上述尺寸效应公式,便可以直接预测较大粒径颗粒的特征均值强度。

3.3 颗粒破碎后的分形分布

分形分布理论是 Mandelbrot^[20]在 20 世纪 70 年代提出的,用来描述那些外形较为相似但并不规则

的物体,自从分形分布被提出以后,就被广泛应用于颗粒破碎模型中,McDowell 曾在对砂子的固结压缩试验后,对颗粒粒径进行筛分,发现粒径级配曲线较好的服从分形分布,关系如下^[14]:

$$N(d > d_i) \propto d_i^{-D} \quad (8)$$

参照 McDowell 的研究工作,在上式的基础上,本文也尝试用分形分布来描述大连石灰石同一粒组颗粒破碎后的形态,颗粒粒组的质量含量占比与颗粒粒径的关系如下^[1]:

$$P_{d < d_i} = \left(\frac{d_i}{d_{\max}} \right)^{3-D} \quad (9)$$

这里, d_i 表示圆筛的孔径; d_{\max} 表示最大圆筛的孔径; D 表示分形维数; $P_{d < d_i}$ 表示粒径小于 d_i 的颗粒的质量占比。将上述式子两边同时用双对数进行处理,化成线性关系如下:

$$\ln P_{d < d_i} = (3 - D) \ln \left(\frac{d_i}{d_{\max}} \right) \quad (10)$$

将 20 ~ 22 mm、24 ~ 26 mm、28 ~ 30 mm、32 ~ 34 mm、36 ~ 38 mm 五个粒组单粒加载实验后的破碎颗粒用筛子进行筛分,其粒径范围的占比分布如图 10 所示,从图 10 中可以明显的看出,破碎后的新的颗粒粒径分布曲线近似为一条直线,表明大连石灰石单粒破碎试验后级配曲线较好的满足分形分布。不同粒组破碎后级配曲线基本平行,说明分形维数基本上是个定值,在 2.15 ~ 2.20 之间,也侧面反映了堆石颗粒的分裂破碎是由其岩性决定。

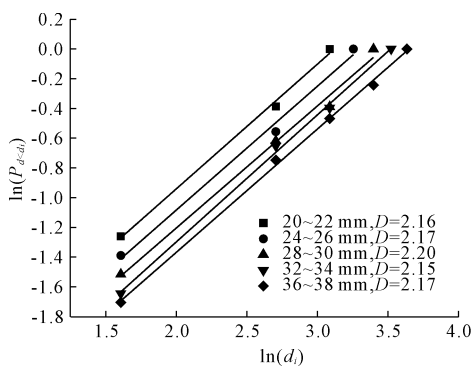


图 10 各粒组颗粒破碎后的粒径级配曲线

4 结论

(1) 堆石颗粒破碎强度分布基本满足 Logistic 分布曲线,且相关性均在 99% 以上。颗粒特征均值强度具有明显的尺寸效应,即粒径越大,特征均值强度越小。各粒组颗粒破碎强度分散性大致相同,只与材料岩性有关,大连石灰石颗粒强度分散系数在 3.88 左右。

(2) 提出了颗粒的四种分裂模式:爆破式、分裂式、粉碎式和贯通式。

(3) 基于 Logistic 统计分布,推导出了考虑尺寸效应的颗粒强度公式,石灰岩的均值特征强度随粒径的增大而减小,即 $\sigma_{50} = 70.311d^{-2.386/3.887}$ 。

(4) 对各粒组破碎后的碎片进行筛分,发现破碎后的颗粒能用分形分布较好的拟合,且各个粒组的分形维数较为接近,在 2.15 ~ 2.20 之间。

参考文献:

- [1] 彭兴楠,邹德高,等.基于局部测量方法的堆石料变形特性试验研究[J].水利与建筑工程学报,2017,15(3):110-114.
- [2] 王振兴,迟世春,王峰,等.堆石料流变试验的颗粒破碎研究[J].水利与建筑工程学报,2012,10(5):103-106.
- [3] Marsal R J. Large-scale testing of rockfill materials[J]. Journal of Soils Mechanics and Foundation Division, 1967,93(2):27-43.
- [4] 马刚,周伟,常晓林,等.堆石料缩尺效应的细观机制研究[J].岩石力学与工程学报,2012,31(12):2473-2481.
- [5] 傅华,凌华,蔡正银,等.粗颗粒土颗粒破碎影响因素试验研究[J].河海大学学报,2009,37(1):75-79.
- [6] 徐永福,王益栋,等.岩石颗粒破碎的尺寸效应[J].工程地质学报,2014,22(6):1023-1027.
- [7] 周海娟,马刚,袁葳,等.堆石颗粒压缩破碎强度的尺寸效应[J].岩土力学,2017,38(8):2425-2433.
- [8] 刘汉龙,秦红玉,高玉峰,等.堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J].岩土力学,2005,24(4):562-566.
- [9] McDowell G R. On the yielding and plastic compression of sand[J]. Soils and Foundations, 2002,42(1):139-145.
- [10] Ovalle C, Frossard E, Dano C, et al. The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rock-fill samples through experimental data[J]. Acta Mechanica, 2014,225(8):2199-2216.
- [11] Rozenblat Y, Portnikov D, Levy A, et al. Strength distribution of particles under compression[J]. Powder Technology, 2011,208(1):215-224.
- [12] Nakata Y, Hyodo M, et al. Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression[J]. Soils Found, 2001b,41(1):69-82.
- [13] Tapias M, Alonso E E, et al. A particle model for rock-fill behaviour[J]. Géotechnique, 2015,65(12):1-20.

4 结 语

(1) 随着行人速度的增加,在同方向同人数的情况下,节点最大加速度呈上升趋势,行人的步行频率越接近天桥的自振频率,动力响应越大。

(2) 在桥面行人数量相等的情况下,双向行走工况下的动力响应要比单向行走工况下的动力响应要小,竖向挠度、速度、加速度都有所降低。

(3) 行人同时以不同速度通过天桥时,所产生的动力响应介于以各单一速度通过天桥所产生的动力响应之间,其值略低于各单一速度动力响应的加权平均值。

(4) 发现在不同工况下结构的动力响应差距较大,建议在设计阶段应根据天桥的使用条件进行相应的计算讨论,在保证结构安全性能、避免共振的同时,也要满足行人舒适性的要求。

参考文献:

[1] 黄耀华,卢阳明. 铝合金人行桥振动舒适性研究[J]. 低温建筑技术,2015,37(5):58-61.

[2] 钱 慧. 铝合金在城市人行天桥中的应用[J]. 科技创新与应用,2016(26):232-233.

[3] 李欣宜. 铝合金材料性能及人行桥梁工程的应用研究[D]. 南宁:广西大学,2018.

[4] 陈 勇. 铝合金桁架连续人行天桥结构理论计算与现场试验结果分析[J]. 福建建筑,2018(9):98-102.

[5] 孙艳丽. 铝合金人行天桥设计及结构分析[J]. 湖南交通科技,2018,44(3):153-157.

[6] Dallard P, Fitzpatrick T, Flint A J A, et al. The london millennium footbridge[J]. Structural Engineer, 2001,79(171):17-33.

[7] Bachmann H. Vibration upgrading of gymnasia, dance halls and footbridges[J]. Structural Engineering International, 1992,2(2):118-124.

[8] Young P. Improved floor vibration prediction methodologies[C]//ARUP Vibration Seminar, October 4, 2001.

[9] 谢伟平,何 卫,艾康伟. 车站结构人行荷载特性研究[J]. 工程力学,2012,29(12):256-264.

[10] 陈 隽. 人致荷载研究综述[J]. 振动与冲击,2017,36(23):1-9.

[11] 曲 慧. 某公园外轻柔简支人行桥人致振动响应分析和舒适性研究[J]. 上海公路,2016(4):61-64,99.

[12] 刘小军. 某斜交梁桥荷载试验计算分析[J]. 水利与建筑工程学报,2016,14(4):201-205,234.

[13] 《城市人行天桥与人行地道技术规范》(CJJ69-95)1998 局部修订条文[J]. 工程建设标准化,2003(6):7,1.

[14] 袁爱民,吴闻秀,徐 敏,等. 基于烦恼率的人行桥振动舒适度评价研究[J]. 水利与建筑工程学报,2013,11(4):135-140.

[15] Bases for design of structures – Service ability of buildings and walkways against vibrations: ISO10137—2007 [S]. Interantional Standard Published in Switzerland. 2007.

(上接第 187 页)

[14] Wang W, Coop M R. An investigation of breakage behaviour of single sand particles using a high-speed microscope camera [J]. Géotechnique, 2016, 66 (12): 984-998.

[15] Cavarretta I, O'Sullivan C. The mechanics of rigid irregular particles subject to uniaxial compression [J]. Géotechnique, 2012,62(8):681-692.

[16] Jaeger J C. Failure of rocks under tensile conditions[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1967,4(2):219-227.

[17] Lee D M. The angle of friction of granular fills [D]. Cambridge, UK: University of Cambridge, 1992.

[18] Woitzik C, Düster A. Modelling the material parameter distribution of expanded granules[J]. Granular Matter, 2017,19(3):1-12.

[19] McDowell G R, Amon A. The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles[J]. Soils and Foundations, 2000,40(5):133-141.

[20] Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature[M]. New York: Freeman, 1983.