

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2018.03.028

# 长期荷载对混凝土断裂性能影响的 试验与数值研究

吴乔,董伟,李杰

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

**摘要:** 徐变对混凝土结构的耐久性有重要影响。为研究徐变对混凝土断裂性能的影响,对带有预制裂缝的混凝土梁进行了30%极限荷载和起裂荷载两种水平的弯曲徐变试验,持续时间116 d,并对徐变后试件进行三点弯曲梁试验。试验结果表明,30%极限荷载应力水平下,试件中裂缝没有发生扩展,而起裂荷载应力水平下,试件中裂缝产生扩展。通过考虑微裂缝扩展的影响,计算了起裂荷载作用后试件的临界裂缝扩展长度、断裂能和断裂韧度。计算结果表明,徐变过程中微裂缝的扩展对断裂能的影响不大,但是持续起裂荷载作用后试件的临界裂缝扩展长度和失稳断裂韧度提高。最后,考虑徐变裂缝断裂过程区的黏聚力松弛效应,引入基于起裂断裂韧度的裂缝扩展准则,数值计算了荷载-裂缝口张开位移曲线,与试验结果对比吻合良好,验证了考虑长期荷载作用的裂缝扩展全过程数值方法的可行性。

**关键词:** 混凝土;徐变;软化本构;断裂参数;裂缝扩展

中图分类号: TV32

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2018)03-0155-06

## Influence of Sustained Load on Fracture Properties of Concrete: Experimental and Numerical Analysis

WU Qiao, DONG Wei, LI Jie

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

**Abstract:** Creep performance has important impacts on the durability of concrete. In order to investigate the influence of sustained load on fracture properties of concrete, flexural creep tests and three-point bending tests were conducted on pre-notched concrete specimens with a loading age of 116 days. In the flexural creep tests, two load levels, 30% of the peak load and the initial cracking load, were considered. Experimental results showed that crack did not propagate for specimens under 30% of the maximum load, but micro-crack formed and propagated for specimens under the initial cracking load. By considering the influence of creep-induced micro-crack, the critical equivalent crack length, fracture energy, and unstable fracture toughness were calculated. The results showed that the influence of sustained load on fracture energy is insignificant. But the critical equivalent crack length  $a_c$  and unstable fracture toughness  $K_{IC}$  increase for specimens under the sustained initial cracking load. Finally, a stress-relaxation effect in the creep-induced micro-crack zone is considered, the crack propagation process was simulated numerically by introducing a crack-propagation criterion. The predicted load versus crack mouth opening displacement curves showed a reasonable agreement with the experimental ones, which verified the numerical method adopted in this study.

**Keywords:** concrete; creep; softening constitutive curve; fracture parameter; crack propagation

实际工程中,大坝等混凝土结构通常在负载条件下工作,这使得其断裂性能与实验室准静态短期荷载下的测量值不同<sup>[1-2]</sup>。研究表明,长期荷载作

用下带裂缝混凝土的徐变性能与外部作用应力水平关系密切<sup>[3]</sup>。当应力水平较低时,徐变变形很小,一般发生线性徐变。当应力水平较高时,由于混凝土

徐变和内部微裂缝的扩展相互影响,结构产生非线性徐变<sup>[4-5]</sup>,此时混凝土结构会在缝尖初始应力强度因子小于失稳断裂韧度的情况下,经过一定时间的持荷后发生破坏。以湖南某大坝为例<sup>[6]</sup>,根据 8 年的监测数据可以发现,初始裂缝扩展了近 43 m,几乎要抵达基础。因此,研究长期荷载作用下混凝土的断裂性能,对负载条件下混凝土结构的安全性评价至关重要。

近年来,国内外学者开展了长期荷载对混凝土的断裂性能影响的研究。Omar M 等<sup>[7-8]</sup>进行了荷载水平为 80% 极限荷载,作用时间为 90 d 的三点弯曲梁持载试验,结果表明长期荷载作用后断裂能减少。Carpinteri A 等<sup>[9]</sup>将荷载加载到峰值后 70%、75%、80%、85%、90% 和 95% 极限荷载,持载到试件破坏。试验结果表明,混凝土单调加载全曲线是徐变试验荷载-位移曲线的包络线,高应力水平持续荷载对断裂能没有影响。Saliba J 等<sup>[10]</sup>进行了荷载水平为 85% 极限荷载,作用时间为 120 d 的试验研究,结果表明徐变后试件的断裂能和断裂韧度增加。在 Saliba 的研究中,断裂能的计算直接采用三点弯曲梁试验测得的荷载-加载点位移曲线的面积除以初始韧度面积,断裂韧度的计算则通过断裂能推导得到。但是,当应力水平为 85% 极限荷载时,由于裂缝已经产生了扩展,试件的韧带长度发生变化,因此不考虑徐变过程中裂缝扩展的计算方法无法准确评估高应力持载水平下断裂能的数值问题。

为了研究长期荷载条件下裂缝的扩展及其对断裂参数的影响,本文首先对带预制裂缝的混凝土梁进行了应力水平为 30% 峰值荷载  $P_{\max}$  和起裂荷载  $P_{\text{ini}}$ ,持续时间为 116 d 的弯曲徐变试验,测量混凝土试件加载点位移和裂缝口张开位移随时间的变化曲线。在徐变试验结束后,立即进行三点弯曲梁试验,得到试件的荷载-加载点位移曲线和荷载-裂缝张开位移曲线,通过测量韧带长度方向的裂缝张开确定试件徐变后的裂缝扩展长度,并且在计算断裂能和断裂韧度时考虑了徐变过程中产生的裂缝的影响。最后,通过引入基于起裂断裂韧度的裂缝扩展准则,考虑徐变对断裂过程区软化行为的影响,模拟了长期荷载作用后试件的裂缝扩展过程。

## 1 试验概况

### 1.1 试件准备

本文采用尺寸为 500 mm × 100 mm × 100 mm 的三点弯曲梁试件,初始缝高比为 0.3。试件为钢模浇筑成型,并于浇筑前在梁跨中位置固定高度 30

mm、厚度 3 mm 的钢片用于形成预制裂缝,钢片在混凝土初凝后终凝前取出。混凝土强度设计等级为 C30,配合比为水泥:砂子:石子:水 = 1:2:3.7:0.6。其中,水泥为大连小野田水泥有限公司生产的 P42.5 普通硅酸盐水泥,骨料最大粒径 10 mm。试件养护 24 h 后拆模,为减少随龄期增长的混凝土强度提高对徐变实验结果的影响,试件拆模后在养护室养护三个月后取出进行试验。此时,三点弯曲梁试验测得试件的最大荷载  $P_{\max}$  为 3.81 kN,后面徐变试验施加的荷载大小以此为依据。混凝土 28 d 和 206 d (与徐变加载试件同条件下养护的未加载试件)的基本力学参数如表 1 所示。

表 1 混凝土力学性能参数

| 混凝土<br>龄期/d | 弹性模量<br>/GPa | 抗拉强度<br>/MPa | 抗压强度<br>/MPa |
|-------------|--------------|--------------|--------------|
| 28          | 32.86        | 2.20         | 37.2         |
| 伴随件(龄期 206) | 34.30        | 2.50         | 42.6         |

### 1.2 徐变试验

为了研究长期荷载对混凝土断裂参数的影响,本文首先进行了弯曲徐变实验。徐变试验在恒温恒湿养护室进行,为防止试件与周围湿度交换,加载前用双层自粘贴锡纸将试件密封,因此试验过程中只观测基本徐变。试验考虑了两种应力水平,分别为 30% 峰值荷载  $P_{\max}$  和起裂荷载  $P_{\text{ini}}$  对应的应力水平。每种工况准备三个试件。徐变荷载通过自制的反力架施加,反力架横梁上有一可旋转螺杆,与荷载传感器连接,通过旋转螺杆来调整荷载值(见图 1)。对于 30% 峰值荷载情况,直接调节螺杆设置荷载值为 1.144 kN。对于起裂荷载情况,则需要在距离缝间 5 mm 处粘贴应变片,通过 IMC 动态数据采集设备监测缝尖应变变化。由于裂缝起裂后缝尖两侧材料弹性应变能释放,应变值下降,因此当加载至应变下降时即认为起裂。由于混凝土材料的离散型,三个试件起裂荷载也略有差异,分别为 2.971 kN、2.947 kN 和 2.850 kN。徐变试验持续 116 d,在持载过程中如果荷载值下降达到 2%,则通过调节螺杆补载使荷载保持恒定,徐变试验中试件的加载点位移和裂缝张开口位移通过千分表进行测试。在徐变实验结束后,将试件从加载装置中取出并立即进行三点弯曲梁试验。

### 1.3 三点弯曲梁试验

三点弯曲梁试验在 25 t 电液伺服万能材料试验机(MTS)上进行。试验采用夹式引伸仪测量梁加载

点位移  $\delta$  和裂缝口张开位移  $w$ ,如图2所示。同时,在梁另一侧沿预制裂缝尖端至梁顶等间距布置4个夹式引伸仪,采集不同荷载时刻的裂缝张开值,如图3所示。荷载采用位移控制,加载速度 0.048 mm/min。

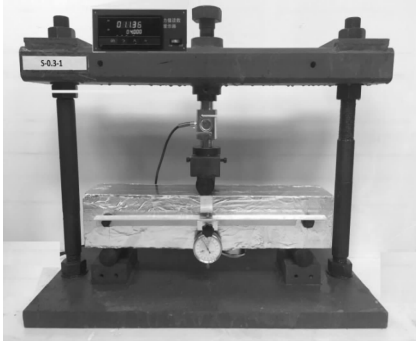


图1 徐变加载装置图

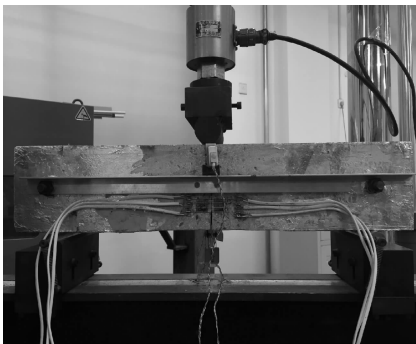


图2 加载点位移测量

变形在前 10 d 增长较快,随后越来越慢,一个月后几乎趋于稳定。起裂荷载应力水平下,变形曲线明显与 30% 峰值荷载下不同,位移增加更快,一个月后位移仍在不断增加,表明持载过程中裂缝产生扩展<sup>[5]</sup>,并且徐变荷载卸载后试件仍存在一部分残余变形  $w_p$ 。

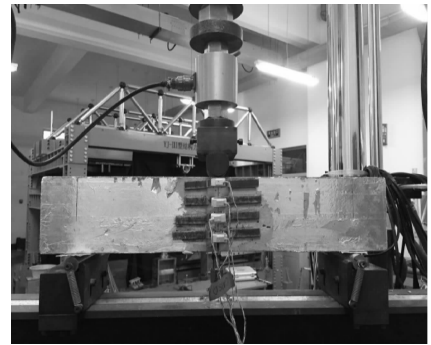


图3 裂缝张开宽度测量

在三点弯曲梁试验中,可通过沿韧带长度方向布置的四个夹式引伸仪测量的裂缝张开值  $w$  确定裂缝的扩展长度<sup>[11]</sup>。但是,对于起裂荷载应力水平下,徐变荷载卸载后会存在残余变形。因此,总的裂缝张开位移应该包括两部分:夹式引伸仪的测量值  $w$  和试件的残余变形  $w_p$ 。残余变形  $w_p$  沿韧带长度方向的分布,可根据起裂荷载时刻  $w$  和 CTOD 的线性关系插值确定。考虑到试件在起裂时刻也存在弹性变形,因此本文用上述总的裂缝张开宽度值  $w + w_p$  减去试件起裂时刻对应的裂缝宽度值  $w_{ini}$  做为虚拟裂缝的实际张开宽度,裂缝实际张开宽度为 0 的位置为虚拟裂缝尖端  $O$ ,如图5所示。通过该方法确定  $P_{ini}$  试件徐变后的裂缝扩展长度  $a_f$  的平均值为 13.50 mm,见表2。

## 2 试验结果分析

### 2.1 徐变对裂缝扩展的影响

由图4所示徐变试验中记录的位移-时间变化曲线可以看出,30%极限荷载应力水平下,混凝土的

表2 三点弯曲梁试验结果

| 工况               | $w_0$ /mm | $w_p$<br>/mm | $a_f$<br>/mm | $P_{ini}$<br>/kN | $P_{max}$<br>/kN | $a_c$<br>/mm | $K_{IC}^{un}$<br>/(MPa·m <sup>1/2</sup> ) | $G_f$<br>/(N·m <sup>-1</sup> ) |
|------------------|-----------|--------------|--------------|------------------|------------------|--------------|---|--------------------------------|
| 伴随件-1            | 0         | 0            | 0            | 2.66             | 3.56             | 55.15        | 1.42                                      | 89.71                          |
| 伴随件-2            | 0         | 0            | 0            | 2.53             | 3.68             | 50.63        | 1.27                                      | 109.69                         |
| 伴随件-3            | 0         | 0            | 0            | 2.51             | 3.61             | 50.25        | 1.22                                      | 97.44                          |
| 平均               | 0         | 0            | 0            | 2.55             | 3.59             | 52.01        | 1.28                                      | 98.95                          |
| 30% $P_{max}$ -1 | 0.0072    | 0.001        | 0            | 2.88             | 3.79             | 52.78        | 1.31                                      | 98.22                          |
| 30% $P_{max}$ -2 | 0.0065    | 0.002        | 0            | 2.61             | 3.25             | 54.90        | 1.29                                      | 93.93                          |
| 平均               | 0.0068    | 0.0015       | 0            | 2.74             | 3.52             | 53.84        | 1.30                                      | 96.08                          |
| $P_{ini}$ -1     | 0.0206    | 0.0067       | 13.04        | —                | 3.69             | 60.54        | 1.79                                      | 89.31                          |
| $P_{ini}$ -2     | 0.0204    | 0.0062       | 14.01        | —                | 3.36             | 57.17        | 1.44                                      | 95.68                          |
| $P_{ini}$ -3     | 0.0193    | 0.0079       | 13.40        | —                | 3.37             | 57.69        | 1.47                                      | 113.73                         |
| 平均               | 0.0201    | 0.0069       | 13.50        | —                | 3.47             | 58.47        | 1.57                                      | 99.57                          |

注:30%  $P_{max}$ -3 试件在加载前被破坏,因此未进行三点弯曲梁试验。

此外,采用该方法测量了三点弯曲梁试验中临界裂缝扩展长度  $a_c$ 。由于高水平应力条件下徐变过程中存在裂缝扩展,此时基于线弹性断裂力学的理论计算公式<sup>[11]</sup>不再适用。表 2 中列出了不同工况试件对应的  $a_c$  值。其中伴随试件的  $a_c$  值采用理

论公式计算,徐变试件的  $a_c$  由试验测量得到。通过对比可以发现,30%  $P_{max}$  对应应力水平下,由于持续过程中无裂缝扩展,因此试件的临界裂缝扩展长度与理论计算值相近。但是,起裂荷载对应应力水平下,试件的临界裂缝扩展长度  $a_c$  有了明显的提高。

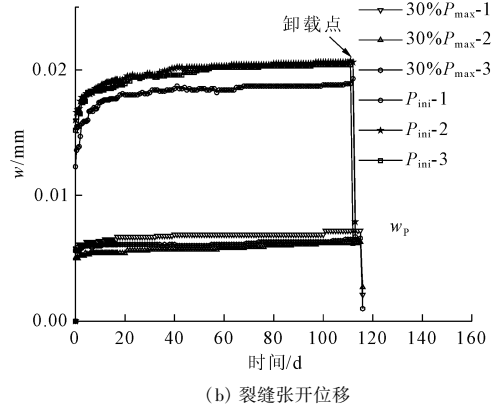
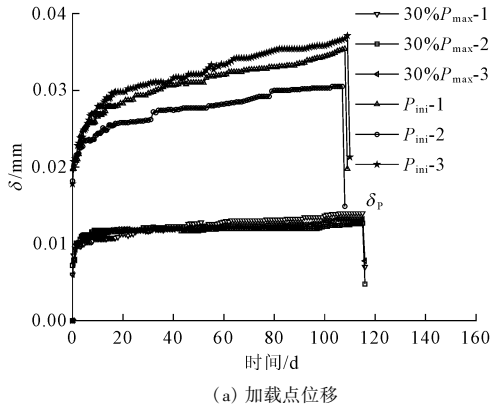


图 4 持载下位移随时间变化的曲线(瞬时变形 + 徐变变形)

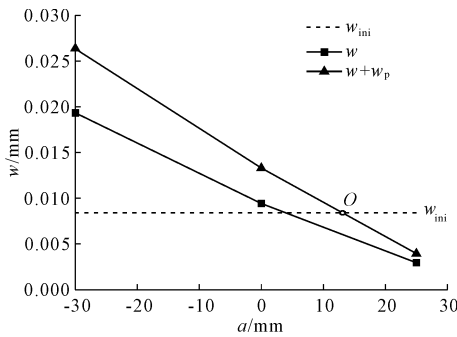


图 5 起裂持载水平试件徐变作用下的裂缝张开位移

## 2.2 徐变对断裂参数的影响

混凝土三点弯曲梁试验测得的荷载-裂缝口张开位移曲线如图 6 所示,可以看出本试验中 115 d 的基本徐变加载对梁的极限荷载没有影响,这与其他文献[7-8,10]的结论是一致的。此外,试验测得的 30% 峰值荷载情况下,试件的起裂荷载与伴随件相比差别也不大。将各试件的  $P_{max}$  和  $a_c$  代入公式(1),可计算出混凝土试件的失稳断裂韧度  $K_{IC}$ ,见表 2 所示。结果表明,30% 峰值荷载的应力水平对失稳断裂韧度  $K_{IC}$  影响不大。但是,持续起裂荷载应力水平作用后,试件的失稳断裂韧度  $K_{IC}$  提高。

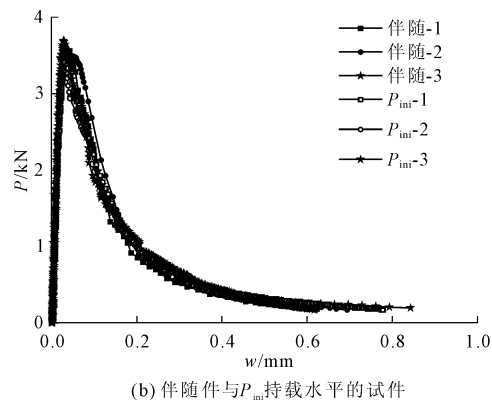
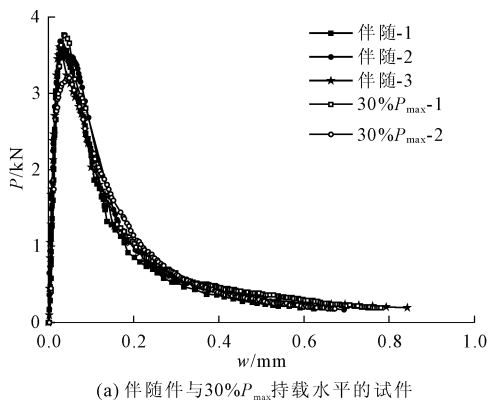


图 6 徐变试件和伴随试件的  $P-w$  曲线

$$K_{IC}^{un} = \frac{3P_{max}S}{2D^2B} \sqrt{a_c} F_2\left(\frac{a_c}{D}\right) \quad (1)$$

Hillerborg 定义断裂能为裂缝扩展单位面积所吸收的能量,本文测量方法采用 RILEM 的推荐标

准<sup>[12]</sup>,计算公式如式(2)。对于 30% 峰值荷载情况,试件在持载过程中没有裂缝的扩展,卸载后几乎没有残余变形,因此仍可采用式(2)计算。但是,对于起裂荷载情况,徐变过程中试件内微裂缝随时间扩

展,卸载后仍有一部分残余变形。对于该情况为考虑试件在持载过程中消耗的能量,断裂能应按式(3)计算。 $G_f$  计算结果如表 2,可以看出在试验误差范围内,115 d 的基本徐变加载对断裂能的影响不大。

$$G_f = \frac{W_f}{A_{lig}} = \frac{W_0 + 2mg\delta_0}{b(d - a_0)} \quad (2)$$

$$G = \frac{W_f + W_c}{A_{lig}} = \frac{W_0 + 2mg(\delta_0 + \delta_p) + W_c}{b(d - a_0)} \quad (3)$$

式中: $A_{lig}$  为韧带面积; $W_0$  为三点弯曲梁试验中  $P - \delta$  曲线包围的面积; $W_c$  为持载过程中  $P - \delta$  曲线包围的面积,见图 7; $mg$  为三点弯曲梁的自重; $b, d, a_0$  分别为试件的宽、高、预制裂缝长度; $\delta_0$  为  $P - \delta$  曲线中最大荷载对应的加载点位移; $\delta_p$  为徐变荷载卸载后试件加载点处的残余变形。

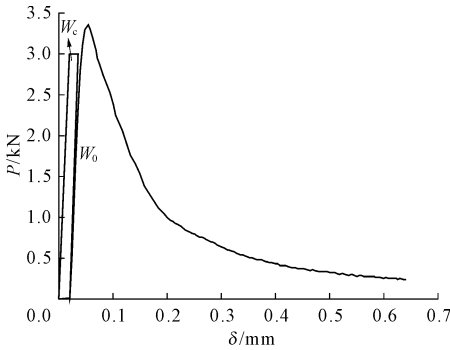


图 7 荷载-加载点位移全曲线

### 3 混凝土试件裂缝扩展数值模拟

#### 3.1 考虑徐变效应的虚拟裂缝模型

根据虚拟裂缝模型<sup>[13-14]</sup>,断裂过程区内材料的软化可以采用裂缝张开位移  $w$  与黏聚应力  $\sigma$  的关系来表示。本文  $\sigma(w)$  采用 Petersson 建议的双线性拉伸软化关系,见图 8。图中  $f_t$  为混凝土单轴抗拉强度,  $G_f$  为试件的断裂能,转折点处的控制参数  $w_s$  和  $w_c$  分别为  $0.8G_f/f_t$  和  $f_t/3$ ,黏聚力为零时的裂缝张开口位移  $w_0$  为  $3.6G_f/f_t$ 。对于持载条件下的混凝土结构,在高应力水平下,混凝土内部微裂缝会随时间扩展,同时随着时间的增长断裂过程区内黏聚力产生松弛效应。因此,本文在模拟徐变后混凝土试件的裂缝扩展时,将虚拟裂缝分解为徐变过程中形成的裂缝  $a_f$  和后期加载新扩展的裂缝  $a$ ,见图 9。对于前者,通过对短期荷载作用下黏聚力方程  $\sigma(w)$  进行折减<sup>[15]</sup>来考虑断裂过程区黏聚力松弛作用。对于新扩展裂缝,黏聚力方程与短期荷载条件下相同,仍为  $\sigma(w)$ 。

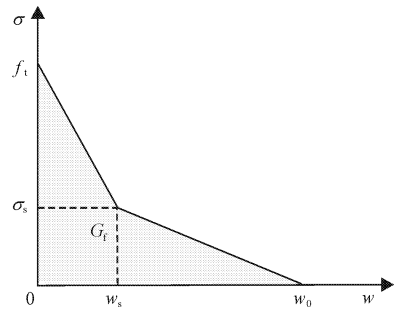


图 8 双线性软化曲线

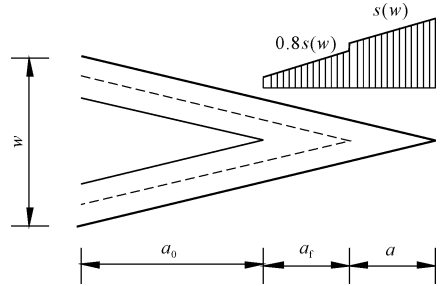


图 9 黏聚力在断裂过程区的分布

#### 3.2 裂缝扩展准则与数值计算过程

本文用 ANSYS 有限元软件对裂缝扩展全过程模型。整个数值模拟过程由裂缝扩展步长迭代控制,将裂缝尖端每一步向前的扩展看成是裂缝尖端一次新的起裂,那么整个裂缝扩展过程就是由若干个起裂步骤组成,其中起裂韧度  $K_{ini}$  为判断是否起裂的标准。本文所运用的裂缝扩展如下,该准则已被成功应用于混凝土 I 型裂缝扩展问题<sup>[16]</sup>,准则表示如下:

- (1) 当  $K_I = K_P - K_\sigma < K_{ini}$  时,裂缝不扩展;
- (2) 当  $K_I = K_P - K_\sigma = K_{ini}$  时,裂缝处于临界状态;
- (3) 当  $K_I = K_P - K_\sigma > K_{ini}$  时,裂缝扩展;

其中,  $K_P$  为外荷载  $P$  引起的裂缝尖端应力强度因子;  $K_\sigma$  为黏聚力  $\sigma(w)$  引起的裂缝尖端应力强度因子。裂缝尖端应力强度因子  $K$  采用位移外推法计算<sup>[17]</sup>。

对于 30% 峰值荷载情况,徐变过程中试件内没有裂缝扩展,因此在后期单调荷载作用下其断裂过程的计算与短期荷载作用相似,具体过程可参看文献<sup>[18]</sup>。对于起裂荷载情况,徐变过程中有裂缝扩展,假定徐变后试件的起裂韧度  $K_{ic}^0$  仍与短期荷载条件下  $K_{ic}^0$  相同,断裂过程的计算步骤如下:

- (1) 建立初始缝长为  $a_0 + a_f$  (预制缝长 + 徐变作用产生的裂缝扩展长度) 的三点弯曲梁有限元模型,赋予单元属性,划分网格,并在裂缝尖端设置奇

异性单元。

(2) 施加荷载,使荷载大小达到徐变荷载 2.9 kN,并在徐变作用下形成的裂缝扩展长度  $a_f$  上施加相应的黏聚力  $0.8\sigma(w)$ ,然后荷载从 2.9 kN 开始增加,直到裂尖的 I 型应力强度因子  $K_I$  达到起裂韧度  $K_{IC}^{ini}$ 。

(3) 删除已有模型,自定义裂缝向前扩展一步  $\Delta a$ ,重新建立模型并划分网格。施加上一步的荷载,并施加相应黏聚力,此时黏聚力施加分两部分,徐变裂缝扩展长度  $a_f$  上的软化本构关系按照  $0.8\sigma(w)$  施加,新扩展裂缝长度上的黏聚力则按照  $\sigma(w)$  施加,计算裂尖的 I 型应力强度因子  $K_I$ 。若

$K_I < K_{IC}^{ini}$ ,则增加荷载,并重新施加黏聚力直到  $K_I = K_{IC}^{ini}$ ;若  $K_I > K_{IC}^{ini}$ ,则减小荷载,并重新施加黏聚力直到  $K_I = K_{IC}^{ini}$ 。

(4) 重复步骤(3),直到裂缝扩展到试件上边界或者荷载降至 0,结束程序。

### 3.3 $P-w$ 曲线数值计算结果与试验结果比较

三点弯曲梁试验得到的荷载-裂缝口张开位移曲线与数值计算结果如下图 10 所示。对比发现,试验结果与数值计算结果基本吻合,验证了本文采用的考虑徐变效应的虚拟裂缝模型模拟长期荷载作用下裂缝扩展的可行性。

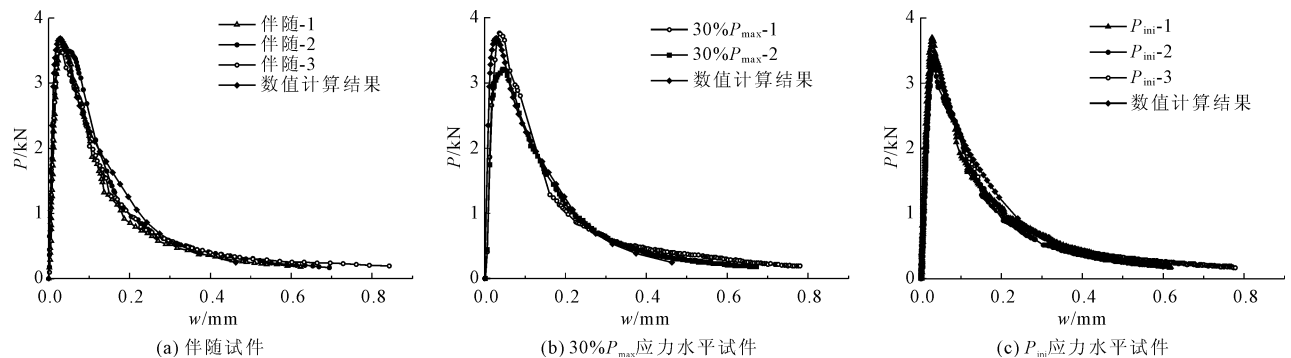


图 10 数值结果与试验结果比较

## 4 结 论

本文对带有预制裂缝的混凝土梁进行了 30% 极限荷载和起裂荷载两种应力水平的弯曲徐变试验,并对徐变后试件进行三点弯曲梁试验。对于起裂荷载情况,测量了持载阶段的裂缝扩展长度,并在计算临界裂缝扩展长度、断裂能和失稳断裂韧度时考虑了已形成微裂缝的影响。进一步引入了基于起裂断裂韧度的裂缝扩展准则,考虑了徐变对断裂过程区软化行为的影响,结合虚拟裂缝模型对长期荷载作用下试件裂缝扩展全过程过程进行模拟。基于试验和计算结果可以得出以下结论:

(1) 在徐变试验中,30% 极限荷载应力水平下,混凝土的变形在前 10 d 增长较快,随后越来越慢,一个月后几乎趋于稳定。起裂荷载应力水平下,变形曲线明显与 30% 峰值荷载下的不同,位移增加更快,一个月后位移仍在不断增加,表明持载过程中裂缝产生扩展,并且徐变荷载卸载后试件产生残余变形。

(2) 三点弯曲梁试验结果表明,徐变过程中微裂缝的扩展对试件断裂能的影响不大;持续起裂荷载作用下试件的临界裂缝扩展长度和失稳断裂韧度提高,而 30% 极限荷载应力水平对试件的临界裂缝

扩展长度和失稳断裂韧度影响不大。

(3) 考虑徐变裂缝断裂过程区的黏聚力松弛效应,引入基于起裂断裂韧度的裂缝扩展准则,数值计算了荷载-裂缝口张开位移曲线,通过与试验结果对比吻合良好,验证了本文提出考虑长期荷载作用的裂缝扩展全过程数值方法的可行性。

### 参考文献:

- [1] 杨 铨,童乐为,Grondin F. 早龄期混凝土徐变性能和损伤发展研究[J]. 结构工程师,2015,31(5):153-158.
- [2] 徐 波,夏 辉. 混凝土坝裂缝性状及其危害性分析方法研究综述[J]. 水资源与水工程学报,2016,27(6):162-168.
- [3] 吴韶斌. 长期持续荷载下的混凝土徐变破坏研究[D]. 重庆:重庆交通大学,2013.
- [4] Chaimoon K, Attard M M, Tin-Loi F. Crack propagation due to time-dependent creep in quasi-brittle materials under sustained loading[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2008,197(21):1938-1952.
- [5] Rossi P, Boulay C, Tailhan J L, et al. Macrocrack propagation in concrete specimens under sustained loading: study of the physical mechanisms[J]. Cement & Concrete Research, 2014,63(63):98-104.

(上接第 160 页)

- [6] Karihaloo B L, Santhikumar S. Application of a visco - elastic tension-softening constitutive model to cracked and ageing concrete[J]. Construction & Building Materials, 1999, 13(1):15-21.
- [7] Omar M, Haidar K, Loukili A, et al. Creep loading influence on the residual capacity of concrete structure: experimental investigation[J/OL]. <http://framcos.org/FraMcos-5/omar.Creep.pdf>.
- [8] Omar M, Loukili A, Pijaudier-Cabot G, et al. Creep-damage coupled effects: experimental investigation on bending beams with various sizes[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2009, 21(2):65-72.
- [9] Carpinteri A, Valente S, Zhou F P, et al. Tensile and flexural creep rupture tests on partially-damaged concrete specimens[J]. Materials and Structures, 1997, 30(5):269-276.
- [10] Saliba J, Loukili A, Grondin F, et al. Experimental study of creep-damage coupling in concrete by acoustic emission technique[J]. Materials and Structures, 2012, 45(9):1389-1401.
- [11] 董伟,张利花,吴智敏.岩石 - 混凝土界面拉伸软化本构关系试验研究[J].水利学报,2014,45(6):712-719.
- [12] Manning J M, Lee C K, Cerami A, et al. Draft recommendation: "Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams"[J]. Materials & Structures, 1985, 18(6):484-484.
- [13] 陆超,何佳文,董伟.四点剪切条件下岩石 - 混凝土界面裂缝扩展过程研究[J].水利与建筑工程学报, 2015, 13(5):83-89.
- [14] 罗昊,荣华,袁文岩,等.约束圆环试验混凝土裂缝扩展全过程研究[J].水利与建筑工程学报,2016, 14(4):168-172.
- [15] Bažant Z P, Li Y. Cohesive crack with rate - dependent opening and viscoelasticity: I. mathematical model and scaling[J]. International Journal of Fracture, 1997, 86(3):247-265.
- [16] Dong W, Wu Z, Zhou X. Calculating crack extension resistance of concrete based on a new crack propagation criterion[J]. Construction & Building Materials, 2013, 38(2):879-889.
- [17] 朱锐,邓乾金.位移外推法在应力强度因子计算中的应用[J].机械工程与自动化,2013(2):190-191.
- [18] 张利花.岩石 - 混凝土界面断裂特性与界面拉伸软化本构关系试验研究[D].大连:大连理工大学,2014.