

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2015.06.034

# 基于随机减量法和时域 ITD 法的 重力坝模态参数识别

徐辰奎, 刘国明, 杨 亮

(福州大学 土木工程学院, 福建 福州 350108)

**摘 要:** 为获得混凝土重力坝实际运行下的自振特性,降低模态参数识别误差,在探究随机减量法对加速度信号适用性问题的基础上,对传统时域 ITD 法进行改进。用两自由度算例验证了本方法的可靠性后,将其应用于水口电站混凝土重力坝的模态参数识别。从计算结果看,随机减量与时域 ITD 法识别的重力坝固有频率、阻尼比略大于功率谱峰值法,与有限元结果相近;因有限元几何模型、材料和边界条件的影响,振型系数与有限元计算值偏差略大。上述分析表明,基于人工边界的有限元计算理论和模态参数识别技术具有一定的合理性,但仍有待一步研究完善。

**关键词:** 水工结构;模态识别;混凝土重力坝;加速度信号;随机减量;时域 ITD 法

中图分类号: TV31

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2015)06-0178-05

## Modal Parameter Identification of Gravity Dams Based on ITD Method and Random Decrement Technique

XU Chenkui, LIU Guoming, YANG Liang

(College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China)

**Abstract:** Recently, the modal parameter identification technology is applied to civil engineering and gradually developing, however it is rarely used to analyze hydraulic structures. In order to obtain the vibration characteristics of the gravity dam under actual operation, the conventional time-domain ITD method was improved based on the applicability study of the random decrement technique for the acceleration signal. After the verification of a two-freedom numerical example, the improved time-domain ITD method was applied to identify the modal parameters of the concrete gravity dam in Shuikou power station. The identified results indicate that the natural frequency and damping ratio are larger than those of the peak picking method, but similar to those of the finite element. Due to the restrictions of the model, material and boundary conditions, the deviation of identified modes is slightly larger than the results of the finite element method. The above analysis shows that the rationality of the finite element calculation theory based on artificial boundary and the modal parameter identification technology is limited and further research is needed.

**Keywords:** hydraulic structures; modal identification; concrete gravity dam; acceleration signal; random decrement; time-domain ITD method

所谓模态参数识别时域识别法,就是利用实测结构自由振动反应时程曲线,或结构强迫振动的时间曲线识别结构模态参数的一种方法。现阶段发展比较成熟的,能用于结构模态参数识别的时域方法主要有 ITD 法<sup>[1]</sup>、STD 法<sup>[2]</sup>、最小二乘复指数法、随机减量法<sup>[3-4]</sup>、时间序列法、自然激励法及特征系统

实现(ERA)法<sup>[5]</sup>等,但是,由于监测数据较难获得,这些方法很少被应用于重力坝等大型水工建筑物的参数识别。近几年,谯雯等<sup>[6]</sup>假定坝基测点的加速度记录为输入激励,先后采用多输入单输出的 ARX 时间序列法和基于自然激励技术的 HHT 变换<sup>[7]</sup>对混凝土重力坝的模态参数进行研究,根据识别的阻

收稿日期:2015-07-20

修稿日期:2015-08-26

作者简介:徐辰奎(1989—),男,河南淮阳人,硕士研究生,研究方向为水工结构及岩土工程数值计算。E-mail: xuchenkui0706@163.com

通讯作者:刘国明(1963—),男,福建闽侯人,教授,主要从事水工结构及岩土工程数值计算方面的研究工作。E-mail: lgm6379@163.com

尼比得出地震作用下坝体材料仍处于线弹性范围内的结论,但未研究振型的识别。郑东建等<sup>[8]</sup>通过改进特征系统实现算法,利用水口重力坝实测地震记录研究了重力坝的模态参数识别。

由于强震仪多位于坝体上,无法直接获得地震动的输入,实测记录均为输出响应数据,上述文献中假定坝肩或坝基测点为输入,与实际不符。时域 ITD 法无需激励信号,且对测点个数、模态密集程度和阻尼的大小无限制,与重力坝的监测条件和结构特点相近。故本文利用随机减量法对水口重力坝 19# 坝段各测点的地震记录进行预处理,获得加速度自由响应信号后,再通过改进的时域 ITD 法识别其模态参数。计算结果表明,该方法能够快速识别出重力坝频率、阻尼比和振型。

## 1 随机减量 + 时域 ITD 法的基本原理

### 1.1 随机减量技术

为了获得大型结构(如大坝、海上钻井平台等)的动力特性,常常测量实际工程结构在环境激励下的响应数据,如风荷载作用下的海上钻井平台、轻微地震时大坝的振动等,再利用获得数据进行模态参数识别。为便于利用时域识别法和提高识别精度,常利用样本平均法,去除结构随机振动响应信号中的随机部分,从而提取一定初始激励下的自由响应信号,即是所谓的随机减量技术<sup>[9]</sup>。

已经证明,可用随机减量法从白噪声激励下结构的实测位移、速度响应中提取自由振动信号。由于实际工程中采集到的信号多为加速度数据,传统方法是通过积分获得位移信号<sup>[10]</sup>,再利用随机减量提取自由衰减响应,采用基于位移信号的时域 ITD 法进行模态参数识别。然而,积分变换会消除实测数据中的低频成分,引入新误差<sup>[11]</sup>。为直接利用加速度信号进行模态参数识别,本文将单自由度线性系统为例,探究随机减量法对加速度信号的适用性问题。

单自由度线性振动系统的动力平衡方程及其解如下:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = f(t) \quad (1)$$

$$x(t) = (\dot{x}_0 + 2\xi\omega_nx_0)h(t) + x_0\dot{h}(t) + \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (2)$$

式中: $\omega_n$  为固有频率; $\xi$  为阻尼比; $f(t)$  为外部激励(白噪声); $h(t)$  为脉冲响应函数; $x_0 = x(0)$  为初位移; $\dot{x}_0 = \dot{x}(0)$  为初速度。

令式(1)中的  $t = 0$ ,得初位移、初速度与初加速度间的关系。对  $x(t)$  求导,并将上述关系带入,可得单自由度线性系统的加速度响应。

$$\ddot{x}(t) = -\frac{\ddot{x}_0}{2\xi\omega_n}\dot{h}(t) + x_0\left[\ddot{h}(t) + \frac{4\xi^2\omega_n^2 - \omega_n^2}{2\xi\omega_n}\dot{h}(t)\right] + \int_0^t f(\tau)\dot{h}(t-\tau)d\tau + \frac{f(0)}{2\xi\omega_n}\dot{h}(t) \quad (3)$$

选取采样幅值  $\ddot{x}_s = \ddot{x}(t_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ ) 去截取加速度响应信号,可得  $K$  个长度相等、可重叠的样本  $\ddot{x}(t - t_i)$ ,第一、二、四项为  $t_i$  时刻初始条件下的自由振动,第三项为受迫振动。将所得样本进行多次平均后,随机激励  $f(t)$  引起的受迫振动和  $f(0)$  引起的自由振动响应趋于零,故随机减量技术可以从加速度记录中提取自由衰减响应信号。

$$\ddot{x}(t - t_i) = -\frac{\ddot{x}_s}{2\xi\omega_n}\dot{h}(t - t_i) + x_s\left[\ddot{h}(t - t_i) + \frac{4\xi^2\omega_n^2 - \omega_n^2}{2\xi\omega_n}\dot{h}(t - t_i)\right] + \int_0^t f(\tau)\dot{h}(t - t_i - \tau)d\tau + \frac{f(0)}{2\xi\omega_n}\dot{h}(t - t_i) \quad (4)$$

$$\delta(\tau) = -\frac{\ddot{x}_s}{2\xi\omega_n}\dot{h}(\tau) + x_s\left[\ddot{h}(\tau) + \frac{4\xi^2\omega_n^2 - \omega_n^2}{2\xi\omega_n}\dot{h}(\tau)\right] = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^K\ddot{x}(\tau + t_i) \quad (5)$$

对于线性多自由度振动系统,测得其加速度随机响应信号为  $\ddot{x}_1(t) \ \ddot{x}_2(t) \ \dots \ \ddot{x}_K(t) \ \dots \ \ddot{x}_N(t)$ ,可只选取第  $i$  个测点的采样幅值,所得各点特征信号  $\delta_K(\tau)$  可以反映系统的自由衰减响应<sup>[12]</sup>,可对加速度的响应记录进行随机减量处理。

### 1.2 基于加速度信号的时域 ITD 法

时域 ITD 法以黏性阻尼多自由度系统的自由响应为基础,通过对自由衰减响应信号进行三次不同延时采样,构造自由响应采样数据的增广矩阵(自由衰减响应数据矩阵),由响应与特征值之间的复指数关系,建立特征矩阵的数学模型,再根据模型矩阵与振动系统间特征值的对应关系,求解系统的模态参数。

本文利用加速度、位移信号间的微积分关系,推导了加速度自由衰减响应信号下的时域 ITD 法。对一个线性多自由度系统,假设系统自由度与测点数相等,其位移自由振动响应可表示为各阶模态响应的线性叠加,其加速度自由振动响应可表示为位

移响应的二阶导数:

$$\{x_K(t_i)\} = \sum_{r=1}^{2N} \phi_{Kr} e^{\lambda_r t_i} \quad (6)$$

$$a_K(t_i) = \frac{d^2(x_K(t_i))}{d(t_i)^2} = \sum_{r=1}^{2N} \lambda_r^2 \phi_{Kr} e^{\lambda_r t_i} = \sum_{r=1}^{2N} \bar{\phi}_{Kr} e^{\lambda_r t_i} \quad (7)$$

式中:  $\phi_{Kr}$  为第  $K$  个测点的第  $r$  阶复阵型向量;  $\lambda_r$  为第  $r$  阶模态复特征值。

每个测点的自由振动响应数据有  $L$  个, 且  $L \gg N$ , 采样周期为  $\Delta t_s$ 。故对  $N$  个测点的加速度信号进行等间隔采样, 形成加速度响应采样数据矩阵  $[A]$ , 由式(6)中关系, 得:

$$\begin{bmatrix} a_1(t_1) & \cdots & a_1(t_L) \\ \vdots & & \vdots \\ a_N(t_1) & \cdots & a_N(t_L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{11} & \cdots & \bar{\varphi}_{12N} \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{\varphi}_{N1} & \cdots & \bar{\varphi}_{N2N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t_1} & \cdots & e^{\lambda_1 t_L} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{\lambda_{2N} t_1} & \cdots & e^{\lambda_{2N} t_L} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[A]_{N \times L} = [\bar{\Phi}]_{N \times 2N} [E]_{2N \times L} \quad (9)$$

式中:  $[\bar{\Phi}]$  是模态矩阵;  $[E]$  是复特征值指数矩阵。

取采样时间  $t = t_i + \Delta t_2$ , 进行第二种方式采样, 即比上述采样方式延迟  $\Delta t_2$ , 令  $b_K(t_i) = a_K(t_i + \Delta t_2)$ , 对  $b(t_i)$  进行  $L$  次采样后, 得:

$$b(t_i) = \sum_{r=1}^{2N} \{\bar{\varphi}\}_r e^{\lambda_r(t_i + \Delta t_2)} = \sum_{r=1}^{2N} \{\bar{\varphi}\}_r e^{\lambda_r \Delta t_2} e^{\lambda_r t_i} = \sum_{r=1}^{2N} \{\bar{Q}\}_r e^{\lambda_r t_i} \quad (10)$$

$$[B]_{N \times L} = [\bar{Q}]_{N \times 2N} [E]_{2N \times L} \quad (11)$$

取采样时间  $t = t_i + 2\Delta t_2$ , 进行第三种方式采样, 同样, 令  $c_K(t_i) = a_K(t_i + 2\Delta t_2) = b_K(t_i + \Delta t_2)$ , 对  $c(t_i)$  进行  $L$  次采样后, 得

$$c(t_i) = \sum_{r=1}^{2N} \{\bar{\varphi}\}_r e^{\lambda_r(t_i + 2\Delta t_2)} = \sum_{r=1}^{2N} \{\bar{Q}\}_r e^{\lambda_r(2\Delta t_2)} e^{\lambda_r t_i} = \sum_{r=1}^{2N} \{\bar{R}\}_r e^{\lambda_r t_i} \quad (12)$$

$$[C]_{N \times L} = [\bar{R}]_{N \times 2N} [E]_{2N \times L} \quad (13)$$

将式(9)与式(11)合并, 得

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{2N \times L} = \begin{bmatrix} \{\bar{\Phi}\} \\ \{\bar{Q}\} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} [E]_{2N \times L} \quad (14)$$

$$\text{即 } [D] = [\psi][E]$$

将式(11)与式(13)合并, 得

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}_{2N \times L} = \begin{bmatrix} \{\bar{Q}\} \\ \{\bar{R}\} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} [E]_{2N \times L} \quad (15)$$

$$\text{即 } [\hat{D}] = [\hat{\psi}][E]$$

联立式(14)、式(15), 消去矩阵  $[E]$ , 由于矩阵

的行数与列数不等, 可利用单边最小二乘法进一步简化, 得:

$$[\hat{D}][\hat{\psi}]^{-1} = [D][\psi]^{-1} \quad (16)$$

$$\text{简化得 } [\hat{D}][D]^T([D][D]^T)^{-1}[\psi] = [\psi][\Delta]$$

从而将模态参数识别转换为求解矩阵  $[D]$  的特征值计算问题, 其  $2N$  个特征值即是复特征值指数矩阵  $[E]$  的对角线元素, 即  $\rho_r = e^{\lambda_r \Delta t_2}$ ; 而矩阵  $[D]$  的特征向量中前  $N$  个元素构成的向量与振动系统的振型相对应。设振动系统的第  $r$  个特征值为  $\lambda_r = a_r + jb_r$ , 由此可得振动系统的各阶模态参数如下:

$$\omega_r = \sqrt{a_r^2 + b_r^2} \quad (17)$$

$$\xi_r = -a_r / \omega_r \quad (18)$$

已知复数频率和各测点加速度记录, 可根据式(7)求解对应于已知测点的振型系数, 可由伪逆法求得各阶振型系数:

$$\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t_1} & \cdots & e^{\lambda_{2N} t_1} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{\lambda_1 t_L} & \cdots & e^{\lambda_{2N} t_L} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{k1} \\ \vdots \\ \bar{\varphi}_{k2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k(t_1) \\ \vdots \\ a_k(t_L) \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中, 第  $K$  个测点的第  $r$  阶振型系数  $\varphi_{Kr} = \bar{\varphi}_{Kr} / \lambda_r$ 。

由于实测信号不可避免的受到噪声的干扰, 噪声不仅会影响识别精度, 还会产生虚假模态。为了降低噪声影响, 常增加采样点数, 以获得较高阶的数据矩阵  $[D]$ , 进而识别出比待识别模态数多的模态, 再用模态置信因子(MCF)法从中辨识真实模态。对于实际工程结构来说, 增加真实测点往往给测量工作带来不便, 且不经济, 因此常采用“虚拟测点技术”<sup>[13]</sup>。

## 2 算例验证

为验证基于加速度记录的随机减量技术与时域ITD法相结合进行模态参数识别方法的正确性, 本文选用如图1所示的双自由度振动系统。

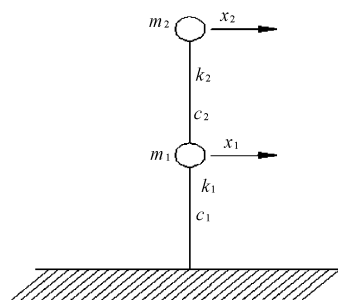


图1 双自由度系统模型

模型参数如下: 质量是  $m_1 = m_2 = 0.50 \text{ t} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}$ ;

刚度是  $k_1 = k_2 = 200 \text{ t/cm}$ ; 阻尼系数是  $c_1 = c_2 = 1.5 \text{ t}\cdot\text{s/cm}$ 。按结构动力学方法求解该模型的模态参数见表 1。以 1940 年 EI Centro 波南北分量地震动为随机激励, 建立动力平衡方程, 利用直接积分法求解各质点的加速度响应, 如图 2 所示。

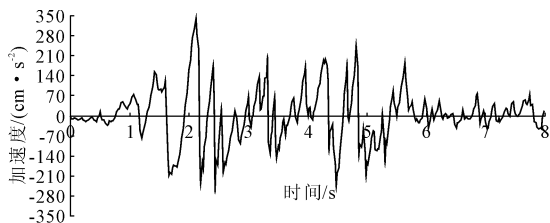


图 2 EI Centro 波南北分量地震动加速度曲线

因实测记录是结构在实际阻尼作用(未必满足瑞利阻尼假定)下的真实反应, 为尽可能反应结构的实际情况, 算例模型直接给出阻尼系数, 避免引入阻尼假定而降低数值模拟的真实性。具体过程如下: 第一步, 利用随机减量技术对加速度响应信号进行预处理, 获得加速度自由响应信号; 第二步, 采用基于加速度的时域 ITD 法识别模型的复模态参数, 并根据复模态参数和各质点加速度响应, 用伪逆法求解各阶振型系数; 第三步, 以模态置信因子 MCF 接近于 1 为系统真实模态, 从而消除噪声模态。表 1 为双自由度系统的模态参数识别结果。本文直接利用加速度信号进行识别, 避免引入积分误差, 识别结果接近于理论解, 说明基于加速度信号随机减量技术的时域 ITD 法是可行的。

表 1 双自由度系统模态参数识别结果

模态参数	频率/Hz		阻尼比/%		振型系数	
	理论解	ITD 法	理论解	ITD 法	理论解	ITD 法
第 1 阶	1.967	1.921	4.6	3.2	[1, 1.618]	[1, 1.576]
第 2 阶	5.150	5.145	12.1	12.3	[1, -0.618]	[1, -0.636]

### 3 工程实例

#### 3.1 工程概况

水口水电站工程位于福建省闽江干流中游, 上游距闽北重要城市南平市 94 km, 下游距闽清县城 14 km, 距福州市 84 km。坝址以上流域面积 52 438 km<sup>2</sup>。枢纽工程是以发电为主, 兼有航运、过木等综合利用的大型水利工程。总库容 26 亿 m<sup>3</sup>, 总装机 1.4 GW。水口水电站是福建地区最大的水电站, 也是国内少有的具有地震监测系统的水电站之一。该工程靠近台湾海峡强震带, 为监测强震对主要建筑的影响, 根据结构物对地震的反应特征, 选 19#、25# 坝段作为典型坝段布置强震仪, 监测系统布置如图 3 所示。其中, 19# 坝段分 4 个高程布置, 坝顶和坝基布置三分向拾震器(垂直、顺河、横河), 高程 32.0 m 处布置二分向拾震器(垂直、顺河), 高程 11.3 m 处布置一分向拾震器(顺河), 详见表 2。自 2003 年监测系统改进后, 水口库区监测台网共记录 3 级及以上的地震 23 次, 其中最大的一次是 2008 年 3 月 6 日 21 点 57 分发生在古田的 4.8 级地震, 相应库水位为 58.81 m。

#### 3.2 时域 ITD 法模态识别

选取 19# 坝段为研究对象, 通过分析该坝段在古田 4.8 级地震发生过程中的 110 s 加速度响应记录确定模态参数。在进行模态参数识别前, 对原始

加速度记录进行预处理<sup>[14]</sup>, 即通过降噪、去除趋势项、带通滤波等方法降低测量噪声对识别结果的影响。

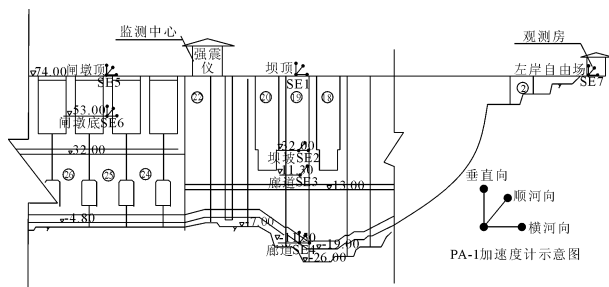


图 3 水口重力坝强震台阵观测点布置图

表 2 19# 坝段强震仪位置信息

编号	桩号/m	高程/m	安装方向
SE1	坝下 0+021.31	74.00	顺河向、横河向、垂直向
SE2	坝下 0+031.75	32.00	顺河向、垂直向
SE3	坝下 0+031.00	11.30	顺河向
SE4	坝下 0+009.00	-11.50	顺河向、横河向、垂直向

假定 SE1 ~ SE4 测点各通道的强震仪记录是在白噪声激励下的加速度响应, 首先, 采用随机减量技术获得加速度自由响应曲线; 然后, 通过时域 ITD 法识别出其频率、阻尼比和振型系数。为说明本文重力坝模态参数识别结果的合理性, 分别采用功率谱

峰值法和有限单元法计算其模态参数。功率谱峰值法<sup>[15]</sup>是通过各测点形成的平均正则化功率谱的峰值识别固有频率,然后利用半功率带宽法求得相应的阻尼比,最后以 SE4 为参考点,采用互功率谱与自谱的比值确定振型系数;有限单元法计算是通过建立 19# 坝段的三维有限元模型(见图 4),同时假设库水不可压缩,采用附加质量法考虑坝-水的相互作用、黏弹性人工边界考虑坝-地基的相互作用,通过“直接滤频法”求解其自振特性。表 3 为时域 ITD 法、功率谱峰值法和有限单元法所求的固有频率和阻尼比。

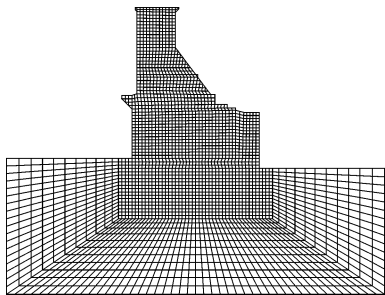


图 4 19# 坝段有限单元计算模型

由表 3 可知,三种方法求得水口混凝土重力坝的固有频率基本一致,随机减量与时域 ITD 法识别结果略大于功率谱峰值法,与有限元计算结果接近。由于功率谱峰值法过于依赖于输入激励,且依靠主观判断确定模态参数,而基于随机减量的时域 ITD 法假定激励为白噪声,降低了对输入数据的依赖,提高了对模态密集结构的识别效率。受平滑次数及窗函数选取的影响,自谱曲线峰值点附近的半功率带宽较窄,使得其识别的阻尼比偏小,而本文时域 ITD 避免了此缺陷,识别的阻尼比略小于设计值 5%,说明此次地震作用下,坝体仍处于线弹性范围,从侧面说明有限元计算中材料线弹性假定的合理性。

表 3 前五阶模态参数计算结果

模态参数	频率/Hz			阻尼比	
	峰值	有限元法	RDT+ITD 法	峰值	RDT+ITD 法
1	2.026	2.404	2.368	0.036	0.040
2	3.552	3.805	3.887	0.012	0.013
3	4.120	4.245	4.264	0.019	0.037
4	5.554	5.735	5.698	0.008	0.036
5	7.428	7.217	7.340	0.014	0.033

图 5 给出了各测点顺河向的第四阶振型系数。识别的前两阶振型与有限元计算结果,差别较大;各方法计算的第三、四阶振型相近。因有限元几何模

型、人工边界条件的限制,本文识别出的振型系数与有限元计算结果仍有一定的差距。

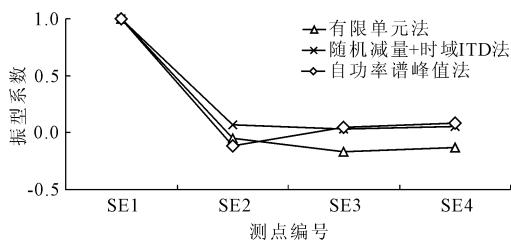


图 5 顺河向第四阶振型系数

## 4 结 论

根据重力坝强震仪无法直接观测地震动输入激励的特点,采用随机减量法直接对加速度响应信号进行预处理,并利用改进的时域 ITD 法识别出混凝土重力坝的固有频率、阻尼比和振型系数。

算例及工程应用表明:随机减量技术与时域 ITD 法相结合能够在无地震动输入记录时识别出结构的频率、阻尼比和振型系数。从水口电站混凝土重力坝的计算结果来看,识别的频率和阻尼比略大于功率谱峰值法,与有限元结果相近,说明基于人工边界的有限元计算具有一定的合理性。由于水口电站记录的地震震级不高、幅值小、信噪比略低,且受限于有限元几何模型和边界条件,该方法识别出的振型系数与有限元计算结果仍有较大误差,说明有限元和模态识别算法还有待进一步完善。

另外,若材料仍处于线弹性阶段,本文基于加速度信号的无输入模态参数识别方法,不仅适用于重力坝,还可推广应用于其它无法直接测量输入激励的大型结构。

致谢:衷心感谢福建水口发电集团有限公司为本文提供的地震原位观测数据。

## 参考文献:

- [1] 狄生奎,张得强,李 健.基于 ITD 法的结构模态参数识别[J].土木工程与管理学报,2012,29(4):15-19.
- [2] 李 帅.工程结构模态参数辨识与损伤识别方法研究[D].重庆:重庆大学,2013.
- [3] 聂雪媛,丁 桦.基于随机减量技术的模态参数识别探讨[J].机械设计,2012,29(8):1-4.
- [4] Lin Changsheng, Chang Daiyun. Modal identification from nonstationary ambient response data using extended random decrement algorithm[J]. Computers and Structures, 2012, 119:104-114.
- [5] 沈方伟,杜成斌.环境激励下结构模态参数识别方法综述[J].电子测试,2013(5):178-181.