

基于椭圆拟合的隧道断面监测及其应用

赵兵帅, 黄腾, 欧乐

(河海大学 地球科学与工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 基于最小平方中值法提出了一种改进的方法,即先进行最小平方中值法拟合,再用样本中位数剔除数据中的粗差,最后用最小平方中值算法拟合椭圆曲线,增强了拟合结果的稳健性。通过高精度的椭圆拟合,可以计算出每次的变形量,且提出的收敛比例很好地反映了隧道断面某一部分的微变形趋势。利用新模范马路隧道的监测数据进行了验证。

关键词: 隧道断面;椭圆拟合;最小平方中值;稳健算法;形状误差,收敛比例

中图分类号: U45

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2013)01—0130—04

Application of Tunnel Profile Monitoring Based on Elliptic Fitting

ZHAO Bing-shuai, HUANG Teng, OU Le

(College of Earth Science and Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: On the basis of least square method, an improved method is disclosed in this paper. Firstly, conducting least-square fitting, then using the sample median to eliminate the gross errors in data, finally, the least-square algorithm is used to fit the elliptic curve. This method could enhance the robustness of the fitting results. Here, each of the deformation is calculated by high-precision ellipse fitting, and the convergence ratio is of great response to the trend of the micro-deformation of tunnel cross-section. Moreover, the data of Xinmofan Road tunnel is used to validate this method, and the result is good.

Keywords: tunnel section; ellipse fitting; least-square median; robust algorithm; shape error; convergence ratio

0 引言

随着我国现代城市轨道交通的迅速发展,城市轨道交通的安全保护监测日趋重要。其中隧道的形变是安全保护内容的关键。地铁隧道在长期运营过程中,车辆的通行、地面高层建筑以及土层的压力等综合因素极有可能引起隧道产生形变,这些形变缓慢而长期的累积是潜在的不安全因素,会造成严重的安全事故。例如,隧道附近在建大型建筑物深基坑的开挖施工阶段会造成隧道位移、沉降等变化;隧道周围土层压力、荷载等变化会某种程度上影响隧道本身的稳固趋势^[1](包括隧道各种应力的分布以及隧道管壁周围的整体力学形态)。因此,对地铁隧道断面进行实时、定期的监测和分析预报,及时反馈其动态变化的稳定性趋势,根据反馈信息了解地铁隧道的安全指标,是确保地铁隧道安全通车、运营正常

的重要手段,也是衡量隧道保护监测质量的重要指标。

1 拟合算法

为了对隧道变形结果进行合理有效的分析,首先需要建立一个合适的监测模型即断面模型,然后对数据进行分析和处理。隧道断面在外部荷载压力不均匀的影响下,会产生微小的不均匀变形,可看成是离心率很小的椭圆^[2],通过测量隧道断面上同等间距均匀分布的大量监测点坐标,利用曲线拟合的方法得到隧道断面的具体形状及参数,了解隧道的形变情况,从而对隧道断面健康状况进行及时的诊断。

1.1 最小平方中值法(LMedS方法)^[3]

最小平方中值法是 G. Roth^[4]等人在最小二乘法的基础上要求残差平方的中值取最小值提出

的,该方法在椭圆拟合的前提下可以表述为代数最小二乘法,要求满足:

$$\sum_{i=1}^m (ax_i^2 + bx_iy_i + cy_i^2 + dx_i + ey_i + 1)^2 = \min \quad (1)$$

而最小平方中值法要求:

$$\text{med} \left\{ \sum_{i=1}^m (ax_i^2 + bx_iy_i + cy_i^2 + dx_i + ey_i + 1)^2 \right\} = \min \quad (2)$$

其中 $\text{med} \{a_i\}$ 为 $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 的中值。

平面二次曲线方程一般可表示为:

$$F(m, n) = m \times n = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \quad (3)$$

写成矩阵形式:

$$f + (d \quad e) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + (x \quad y) \begin{pmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

其中 $m = (a, b, c, d, e, f)^T$, $n_i = (x_i^2, x_iy_i, y_i^2, x_i, y_i, 1)$, $F(m, n_i)$ 是平面上点 (x_i, y_i) 到曲线 $F(m, n)$ 的代数距离,根据最小二乘原理可以列出误差方程。

在求解的过程中,有可能因为误差等原因导致求出的参数曲线不是椭圆而是其他曲线,为了保证拟合结果是椭圆,需对式(3)加一个约束条件: $b^2 - 4ac = 1$;

具体计算步骤如下:

(1) 在所有待拟合的点中随机的选取五个点 $(x_{j1}, y_{j1}) \dots (x_{j5}, y_{j5})$, $j = 1, \dots, m$; 利用解线性方程组的方法解算出一组椭圆系数 $\alpha_j = (a_j, b_j, c_j, d_j, e_j)$;

(2) 每个待拟合点对参数向量 $\alpha_j = (a_j, b_j, c_j, d_j, e_j)$ 求误差的平方:

$$D_{j,i}^2 = (ax_i^2 + bx_iy_i + cy_i^2 + dx_i + ey_i + 1)^2 \quad (5)$$

(3) 求误差平方的中值: $D_j^2 = \text{med} D_{j,i}^2$, $i = 1, 2, \dots, n$

(4) 重复上面(1) ~ (3)步 m 次,得到 m 个中值 $D_1^2, D_2^2, \dots, D_m^2$, 选取其中最小的一个,其对应的参数组就是要求的参数^[5], 根据经验值, m 一般为参与拟合点数的五分之一,即: $m = \frac{n}{5}$ 。

1.2 改进的椭圆拟合算法

最小平方中值法是在最小二乘的基础上提出的,但采用此法拟合出的椭圆无法判定其稳健性,本文结合最小平方中值法提出了一种改进的拟合算法,可以很好的判断椭圆拟合的好坏,其计算步骤如

下:

(1) 先按照最小平方中值的方法,得到一套最优系数,并以此系数计算每个点的残差,把所有点的残差组成一个残差向量^[6];

(2) 由于这里的异常值通常多于一个,所以采用样本中位数检验方法^[7],从残差向量中找到异常值,然后把产生异常值所对应的粗差点剔除。

其中样本中位数检验法原理如下:

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是 X 的独立同分布样本,而 $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ 为它的顺序统计量,用样本中位数 $\text{med}\{X_i\}$ 估计总体中心位置, $X_{(m)}$ 和 $\text{med}\{X_i\}$ 则分别为上下两侧极端值与中心位置的差异,将 $X_{(i)} - \text{med}\{X_i\}$ 再取中位数作为尺度,得到了关于异常值检验的检验统计量。

$$T_m = \frac{X_m - \text{med}\{X_i\}}{\text{med}\{X_i - \text{med}\{X_i\}\}} \quad (6)$$

$$T_m^* = \frac{\text{med}\{X_i\} - X_{(1)}}{\text{med}\{X_i - \text{med}\{X_i\}\}} \quad (7)$$

或者

$$DT_m = \frac{\max_{1 \leq i \leq m} |X_i - \text{med}\{X_i\}|}{\text{med}\{X_i - \text{med}\{X_i\}\}} \quad (8)$$

其中

$$\text{med}\{X_i\} = \begin{cases} X_{(m+1)} & \text{当 } n = 2m + 1 \text{ 时} \\ \frac{1}{2} [X_{(m)} + X_{(m+1)}] & \text{当 } n = 2m + 2 \text{ 时} \end{cases} \quad (9)$$

T_m 和 T_m^* 分别是样本中位数检验法的上、下侧异常值检验统计量, DT_m 是样本中位数检验法的双侧异常值检验统计量。其中 T_m 和 T_m^* 分别用于检验 $X_{(m)}$ 和 $X_{(1)}$ 是否异常值。

此方法的优点是可以利用最小平方中值法找到一套具有稳健性的拟合系数,然后利用样本中位数可以找出异常值,剔除异常值后,再利用最小平方中值法拟合,得到最优拟合效果。

2 断面点数据的采集、后处理及精度分析

在需要进行断面、收敛监测的里程点上,使用带有自动马达的全自动全站仪进行测量,数据的采集一般采取非接触式^[1]的。隧道断面本身的形变非常小,这决定了测量的高精度要求,因此在测量中常采取自由设站、分站式测量的方法,要求固定仪器高、固定步长或角度、固定设站点,每次测量的点位

一致。为达到此目的,应在墙壁上埋设固定点进行定向,从而与测站点建立一自由坐标系。隧道断面数据点的采集通常采用贴反光片或无反射棱镜全站仪进行测量。

数据的后处理主要是剔除一些明显偏离曲线的粗差点,这些数据点的偏差是由隧道内管线、照明系统、电器、螺栓孔洞、螺帽、泥浆、管片缝隙等干扰物^[8]造成的。

2.1 断面拟合精度

断面拟合的精度可以依据误差理论分析方法中的标准差来表示:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-3}} \quad (10)$$

其中 v_i 是指残差向量, n 为测量点数。

2.2 椭圆形状误差^[9]

椭圆的形状误差计算方法如下:

以最小二乘椭圆的中心为原点,以椭圆的长、短轴分别为 X 、 Y 轴建立坐标系。测量点 $p_i(x_i, y_i)$ 偏离最小二乘椭圆的偏差 Δr_i 为:

$$\Delta r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} - r_i \quad (11)$$

$$r_i = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \alpha_i + b^2 \cos^2 \alpha_i}} \quad (12)$$

其中: $\alpha_i = \tan^{-1}(y_i/x_i)$

椭圆形状误差为:

$$\Delta \epsilon = \max\{\Delta r_i, i = 1, 2, L, n\} - \min\{\Delta r_i, i = 1, 2, L, n\} \quad (13)$$

3 收敛比例的计算

收敛比例是指通过椭圆中心的直线与隧道断面两交点形成的线段与隧道内径的差值除以隧道断面的外径。计算公式如下:

$$l = \frac{L-r}{R} \times 100\% \quad (14)$$

式中: r 、 R 分别是隧道内径、隧道外径; L 为收敛长度。

计算收敛比例是为了了解隧道断面上任意一对收敛点间隧道的收敛变形情况并反映其变形趋势。根据采集的数据、拟合的图形计算两点的收敛,是为了对任一部分隧道断面进行形变分析。判断隧道形变是因为隧道渗水导致泥沙流失还是因为隧道受其他外力所致。将采集的数据导入 AutoCAD 中进行收敛计算,可以将圆四分或者八分,取其中任一部分进行分析,也可以计算收敛比例的变化。此外还可以用图表分析其变化趋势:利用 EXCEL 计算累计收敛

量、本次收敛、收敛速度与时间的关系的函数图像来反映整个隧道的变化量。

4 工程应用实例

为了进一步验证本文提出的算法的可行性、可靠性以及稳定性,在南京地铁一号线新模范马路站——玄武湖站隧道区间保护监测中,采集了几期隧道断面实测数据。该段隧道内径设计为 5.5 m 的标准圆。按照以上所述的方法进行数据的采集、数据粗差的剔除,利用 Matlab 软件对本文提出的方法进行椭圆的拟合,并与利用最小平方中值法拟合的结果进行比较。

4.1 采集断面数据并进行粗差的剔除

利用徕卡全自动全站仪 TM30 内置的断面程序采集监测里程点上的管片断面数据,并把数据投影到空间平面上面,剔除明显偏离曲线的点,并在 7 号点和 12 号点加入粗差。数据见表 1。

表 1 空间平面内点坐标 单位:m

序号	X	Y	序号	X	Y
1	-2.044	0.257	9	0.190	4.831
2	-2.478	0.884	10	1.016	4.671
3	-2.724	1.631	11	1.759	4.274
4	-2.737	2.434	12	2.346	3.989
5	-2.509	3.216	13	2.724	2.919
6	-2.055	3.904	14	2.861	2.097
7	-1.413	4.779	15	2.717	1.281
8	-0.643	4.746	16	2.360	0.565

4.2 椭圆的拟合

利用上述数据进行最小平方中值法和改进的最小平方中值法进行椭圆的拟合,并进行拟合精度、椭圆形状误差的比较:

(1) 最小平方中值法拟合椭圆

拟合出的二次曲线方程为:

$$7.79024x^2 - 0.72138x + 7.92423y^2 - 33.7001y - 0.002xy - 25.8849 = 0 \quad (15)$$

(2) 改进的最小平方中值法拟合椭圆

① 先进行最小平方中值法拟合得到上述(1)中的方程;

② 计算样本中位数:

$$\text{med}\{X_1\} = -0.67064$$

判断出 7 号点和 12 号点为异常值;删除 7 号点和 12 号点后,其它无异常值。

③ 最小平方中值法拟合出的二次椭圆曲线为:

$$7.296481x^2 - 0.726134x + 7.97950y^2 -$$

$$33.48037y + 0.002xy - 23.0879 = 0 \quad (16)$$

上述两种方法二次曲线拟合的精度和椭圆形状误差见表 2。

4.3 收敛比例的计算及各期的变化表

从表 3 中可以得出每次收敛相差很小,变化趋势平缓;每期监测收敛的变化趋势,也可以通过图表

预测下一期收敛值。

表 2 模型拟合精度与形状误差对比表

方法	拟合精度	形状误差
最小平方中值法	3.8763	1.961
改进的最小平方中值法	0.9589	1.117

表 3 各期水平直径和收敛比例

	第一期	第二期	第三期	第四期	第五期	第六期	第七期	第八期
水平直径/m	5.5220	5.5228	5.5234	5.5232	5.5198	5.5196	5.5217	5.5202
收敛比例/%	0.35	0.37	0.38	0.37	0.32	0.32	0.35	0.33

5 结 语

本文详细介绍了隧道断面收敛测量及后处理的模型与算法,并通过工程实例验证了算法的可靠性,实验中一个断面的收敛数据采集耗时很短,达到了快速、理想的效果。运用多次测量某一断面点的坐标均值进行拟合计算,每次监测数据代入前面拟合的曲线方程,可以求出监测点的变化量,具有较高的精度,可以达到毫米级。本算法简单、易于编程的实现。通过引入并计算椭圆的拟合形状误差与拟合精度,可以很好的判断椭圆拟合的好坏。收敛比例的提出,可以很好的判断断面收敛的变化。此方法在实际工程中得到广泛的应用,并可以推广到各种隧道监测中。

参考文献:

[1] 孙 昊,姚连璧,谢义林.隧道断面收敛测量与数据处

理[J].工程勘察,2010,38(11):70-74.

[2] 李 围,何 川.超大断面越江盾构隧道结构设计力学分析[J].中国公路学报,2007,20(3):76-80.
 [3] 夏 菁.椭圆拟合方法的比较研究[D].广州:暨南大学,2007:4-12.
 [4] Roth G, Levine M D. Extracting geometric primitives[J]. CVGIP: Image Understanding, 1993,58(1):1-22.
 [5] Siegel A F. Robust regression using repeated medians[J]. Biometrika, 1982,69(1):242-244.
 [6] 何丽娜,王解先.隧道断面中心线形确定的方法讨论[J].工程勘察,2009,37(9):77-80.
 [7] 吕 恕,朱 宏.统计数据中异常值的检验方法讨论[J].东北师大学报(自然科学版),1993,(3):27-31.
 [8] 何自强.地铁隧道断面变形检测系统数据处理及计算的研究[J].地下工程与隧道,2011,(2):31-33,37.
 [9] 刘书桂,李 蓬,那永林.基于最小二乘原理的平面任意位置椭圆的评价[J].计量学报,2002,23(4):245-247.

(上接第 112 页)

3 结 语

水资源可持续利用系统是一个复杂的巨型系统,考虑到水资源可持续利用状态评价过程中存在的模糊性,本文利用模糊模式识别模型对区域水资源可持续开发利用程度进行了评价。通过黑河流域中游地区的实例分析,表明了模糊模式识别方法的合理性和客观性。

参考文献:

[1] 冯尚友,梅亚东.水资源持续利用系统规划[J].水科学进展,1998,9(1):1-6.
 [2] 陈守煜.工程模糊集理论与应用[M].北京:国防工业出版社,1998.
 [3] 陈守煜.复杂水资源系统优化模糊识别理论与应用[M].吉林:吉林大学出版社,2002.
 [4] 郭 瑜.水资源与防洪系统工程模糊集理论的应用研究[D].大连:大连理工大学,2006.
 [5] 水利电力部水文局.中国水资源评价[M].北京:水利电力出版社,1987.