

单轴对称工形曲梁稳定承载力计算公式

吕伟

(西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 利用 ANSYS 有限元软件对单轴工形曲梁的稳定承载力进行了分析。在总结不同曲梁稳定极限承载力公式的基础上,通过有限元计算结果进行非线性回归,给出了单轴对称工形曲梁极限承载力计算公式,并验证了公式的合理性。

关键词: 单轴对称工形曲梁;稳定性;极限承载力

中图分类号: TU323.3

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2012)04—0092—04

Calculating Formula for Ultimate Bearing Capacity of Mono-Symmetric I-Section Curving Beams

LV Wei

(College of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an, Shaanxi 710055, China)

Abstract: The finite element analyses on the ultimate bearing capacity of mono-symmetric I-section curved beams are performed by using the FEM software ANSYS for numerical simulation. Through the nonlinear regression calculating for the finite element calculation results and summarizing the different formulas of ultimate bearing capacity, a formula is obtained, which can be used to estimate the ultimate bearing capacity of mono-symmetric I-section curving beams, and the rationality of the formula is verified.

Keywords: mono-symmetric I-section curving beam; stability; ultimate bearing capacity

1 概述

当前,由于曲梁具有独特的流线型结构以及良好的受力性能,因此广泛地应用于桥梁工程和建筑工程。钢曲梁作为钢结构的一种构件,稳定是一个很突出的问题。曲梁不同于直梁之处在于初始曲率的存在。但是对于曲梁,其弯曲、扭转、翘曲的几何方程则是相互耦合的,尤其对于单轴对称截面,平面内和平面外的平衡方程也是相互耦合的^[1]。这些问题都导致了曲梁稳定理论分析的复杂性,使得求解曲梁稳定方程的工作十分复杂,无法适于工程的应用。另外,在国家现行的规范规程中^[2],也没有涉及曲梁的稳定承载力方面。在常用的设计手册如《钢结构设计与计算》^[3]中,给出一些悬挂吊车轨道的内力计算表和强度计算公式,而没有稳定的计算公式。曲梁是比直梁更容易弯扭失稳的构件,其理论研究有很大的困难,比如用平衡法得到的微分方程大多

是变系数的,求解十分困难,无法直接求解。曲梁研究的发展状况远不如直梁完善,所以更有必要对其稳定性进行深入的研究。

2 单轴对称工形曲梁计算公式

2.1 本文计算公式的提出

欧洲钢结构协会^[4]建议对弹性非弹性稳定取统一公式:

$$M = M_p \sqrt{\frac{1}{1 + \bar{\lambda}^{2n}}} \quad (1)$$

式中: $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p / M_{cr}}$, n 为常数,与梁的截面形式、荷载形式、荷载偏心程度有关以及钢号等因素有关,经过试验后建议取 2.5。该公式有很多优点,形式简单,既通用于弹性和非弹性稳定,又通用于各种荷载,因此已经被许多欧洲国家采用。不过常数 n 该如何取值,还有不同的看法。目前欧洲各国具体采用的 n 值为:德国和挪威取 2.5,瑞士取 2.25,法国对轧制

梁取 2.0,对焊接梁取 1.5。

考虑到曲梁在到达极限荷载前的弹塑性工作,曲梁的极限承载力应该与截面的临界弯矩 M_{cr} 和全塑性弯矩 M_p 有关。具体表达式^[5]如下:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \left[C_2 a + C_3 \beta_y + \sqrt{(C_2 a + C_3 \beta_y)^2 + \frac{I_\omega}{I_y} \left(1 + \frac{GI_t^2}{\pi^2 EI_\omega} \right)} \right] \quad (2)$$

式中: C_1 是临界弯矩修正系数,取决于受弯构件上的荷载的形式。 C_2 是荷载作用点位置影响系数。 C_3 是荷载形式不同时单轴对称截面的修正系数。同时 C_1 、 C_2 、 C_3 还与构件端部的约束荷载条件有关。在《钢结构设计规范》(GBJ17-88)对于简支梁承受跨中集中荷载的情况,各系数取值为: $C_1 = 1.35$, $C_2 = 0.55$, $C_3 = 0.41$ 。

a 为荷载作用点与剪心之间的距离。为了便于运算,如果荷载作用点在截面剪心之下, a 应该取正值,说明构件屈曲时荷载将使构件减小扭矩作用,因而可提高临界弯矩,如果荷载作用点在截面剪心之上, a 应该取负值,说明构件屈曲时荷载将使构件增加扭矩作用,因为将降低临界弯矩。 β_y 为不对称截面常数,对于单轴对称 I 形截面,经过研究,其不对称截面常数可按下列公式计算:

$$\beta_y = 0.45 \frac{I_1 - I_2}{I_y} h \left(1 - \frac{I_x^2}{I_y^2} \right) \quad (3)$$

全塑性弯矩 M_p 表达式如下:

$$M_p = Z f_y = 2 S_{A/2} f_y \quad (4)$$

式中: Z 是截面的塑性抵抗矩。由于截面应力完全达到屈服点 f_y ,中轴把截面等分为二。因此,计算 Z 时先把截面等分为两部分,然后计算半个截面对形心轴的面积矩 $S_{A/2}$,再乘以 2。

本节在总结各种曲梁稳定极限承载力公式的基础上,借鉴欧洲钢结构协会的稳定公式,推出如下公式:

$$M_u = M_p \left(\frac{1}{1 + \lambda^{2n}} \right)^{1/n} \quad (5)$$

其中 $\lambda = \sqrt{M_p/M_{cr}}$ 。 M_u 为跨中最大弯矩。为了考虑曲率对承载力的影响,由于 n 在 1 左右浮动,假定

$$n = \frac{C_1 + C_2 \beta}{C_3 + C_4 \beta}。$$

文献[6]针对于两端简支、跨中集中荷载的圆弧水平曲梁给出了内力表达式:

$$M_x = \frac{PR}{2} \frac{\sin \phi}{\cos(\beta/2)} \quad (6)$$

$$M_y = \frac{PR}{2} \left[\frac{\cos \phi}{\cos(\beta/2)} - 1 \right] \quad (7)$$

式中: β 为曲梁所对的圆心角, $0 \leq \phi \leq \beta/2$ 。所以当 $\phi = \beta/2$ 时, M_x 取得最大值即 $M_x = \frac{PR}{2} \tan(\beta/2)$,经本文验算用 $M_x = \frac{PR}{2} \tan(\beta/2)$ 求得的 M_u 与 ANSYS 求得的值的误差很小。因此本文的承载力公式为:

$$\frac{P_u R}{2} \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = M_p \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{M_p}{M_{cr}}\right)^n} \right)^n \quad (8)$$

2.2 计算公式回归

利用 SPSS^[7] 对本文单轴对称工形曲梁的承载力结果进行非线性回归。

根据式(8)令因变量 $p_u = y$,自变量 $\frac{M_p}{R \tan(\beta/2)}$ $= x_1$, $\frac{M_p}{M_{cr}} = x_2$, $\beta = x_3$ 。系数为 C_1, C_2, C_3, C_4 。

则要进行非线性回归的模型表达式为

$$y = x_1 \left(\frac{1}{1 + x_2 \frac{C_3 + C_4 x_3}{C_1 + C_2 x_3}} \right)^{C_4} \quad (9)$$

2.3 建模的参数

(1) 基本参数

本文的本构关系为理想弹塑性模型,不考虑强化的影响,工形曲梁采用 SHELL181 单元进行模拟^[8]。所用材料为常见的 Q235 钢,屈服应力 $f_y = 235$ N/mm²,弹性模量 $E = 2.06 \times 10^{11}$ N/m²,泊松比 $\nu = 0.3$ 。考虑到材料本模型采用双线性随动强化模型 BKIN,该模型采用等向强化的 Mises 屈服准则,通常用于金属塑性的大应变情况,但不宜用于循环加载时的情况。本文在数值计算中同时考虑了材料非线性与几何非线性。

(2) 边界条件

试件在平面内、外均为简支。只要在水平曲梁两端截面形心位置的节点处约束竖向位移和侧向位移,仅在一端施加水平约束即可。平面外简支还要满足端部截面翘曲自由和绕曲梁轴线方向的转动被限制。可通过约束端部截面所有节点的侧向位移,这样端部截面绕曲梁轴切线方向肯定无法转动。不限制除形心点外的截面上其它点的轴向位移,因而截面的翘曲变形和绕截面主轴的转动是自由的。

(3) 网格划分

模型的网格划分过粗或过密都是不可取的,过粗的网格划分会影响计算结果的精度,而网格过密虽然可以提高计算精度但会耗费大量时间。通过变

化单元尺寸,研究了模型中的单元网格划分,发现单元尺寸约为 $10\text{ mm} \times 15\text{ mm}$ (宽 \times 长)时可以获得比较满意的计算结果。试件典型的单元网格划分见图 1。

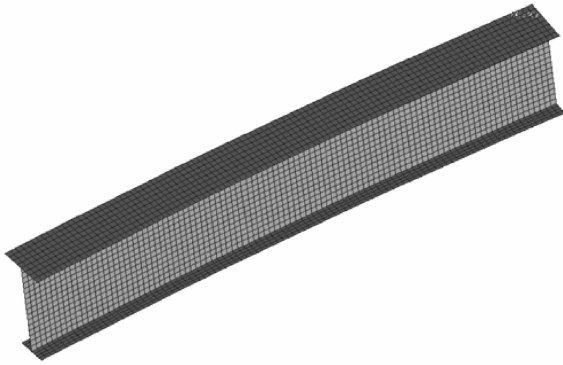


图 1 单元网格划分图

(4) 残余应力

经过童根树、许强^[6]对曲梁极限承载力分析后,发现对于小曲率的曲梁来说,热轧型残余应力对曲梁的承载力影响很小,因此本文未考虑残余应力。

(5) 荷载施加方式及几何参数

本模型的荷载施加方式为跨中集中荷载。工形曲梁对截面翼缘的宽厚比有比较严格的限制,通常采用窄翼缘截面,因此本文模型采用的是窄翼缘,高腹板的工形曲梁。上翼缘宽度为 b_1 ,上翼缘厚度为 t_{w1} ,下翼缘宽度为 b_2 ,下翼缘厚度为 t_{w2} ,截面高度为 h ,腹板厚度为 t_f 。本文曲梁截面尺寸: $h \times b_1 \times b_2 \times t_{w1} \times t_{w2} \times t_f = 300 \times 150 \times 90 \times 10 \times 10 \times 8$ 。

2.4 计算公式的得出

对表 1 中极限承载力有限元值进行非线性回归分析,经过 SPSS 的非线性计算,最终算得 $C_1 = 1.225$, $C_2 = 11.572$, $C_3 = 0.707$, $C_4 = 17.212$ 。

表 1 极限承载力有限元值

L/m	β/rad						
	0.02	0.06	0.08	0.10	0.14	0.16	0.20
1.6	205.46	199.98	192.17	187.71	180.25	177.51	171.32
2.0	184.06	177.07	165.44	159.81	150.56	145.78	137.55
2.8	137.74	126.46	110.33	104.26	93.92	89.59	82.60
3.6	93.58	84.00	72.43	68.67	61.74	54.82	54.81
4.4	65.62	58.93	51.22	48.42	44.04	42.32	39.30
5.2	48.08	43.67	38.30	34.44	33.43	32.16	30.07
6.0	34.65	31.81	28.24	27.15	24.98	24.20	22.92
6.8	29.12	26.89	24.16	23.13	21.50	20.89	19.98
7.6	23.62	22.03	19.90	19.20	17.97	17.51	16.81

因此对于跨中承受集中荷载的曲梁的稳定承

载力公式为:

$$P_u = \frac{M_p}{R \tan(\beta/2)} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{M_p}{M_{cr}}\right)^n} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (10)$$

其中, $n = \frac{1.225 + 11.572\beta}{0.707 + 17.212\beta^\circ}$

3 计算公式验证

表 2 是单轴对称工形曲梁极限承载力回归值的计算结果。图 2 至图 4 为曲梁的稳定极限承载力与圆心角的关系曲线。其中 L 为曲梁的长度, β 为曲梁的圆心角。

表 2 极限承载力回归值

L/m	β/rad						
	0.02	0.06	0.08	0.10	0.14	0.16	0.20
1.6	210.23	201.98	195.11	190.26	185.99	180.97	175.32
2.0	189.04	181.52	170.66	163.72	156.86	150.39	142.62
2.8	124.49	114.04	102.72	98.73	94.15	92.51	90.04
3.6	83.68	76.21	68.31	65.47	62.33	61.21	59.53
4.4	59.30	54.03	48.44	46.79	44.55	43.76	42.56
5.2	44.21	40.41	36.33	35.12	33.43	32.80	31.88
6.0	32.18	29.53	26.67	25.81	24.60	24.18	23.51
6.8	27.21	25.08	22.71	21.99	20.98	20.63	20.07
7.6	22.10	20.46	18.60	18.00	17.22	16.94	16.48

由图 2 ~ 图 4 可以看出,有限元值与回归值的误差不超过 10%。对于小弧长的曲梁,有限元值略小于回归值。而对于大弧长的曲梁,有限元值大于回归值,因此建议在运用本文承载力公式时乘上 0.8 的折减系数。

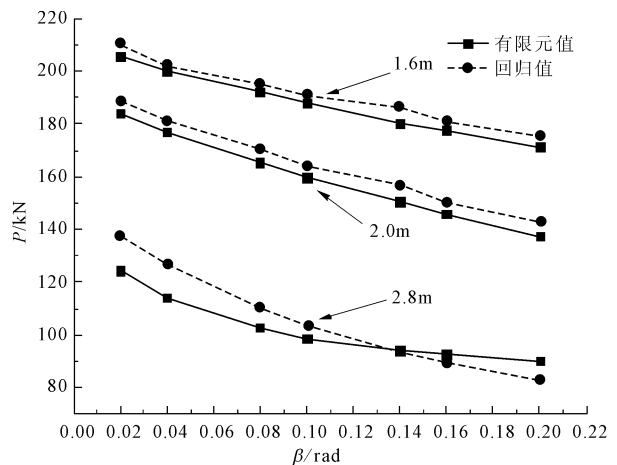
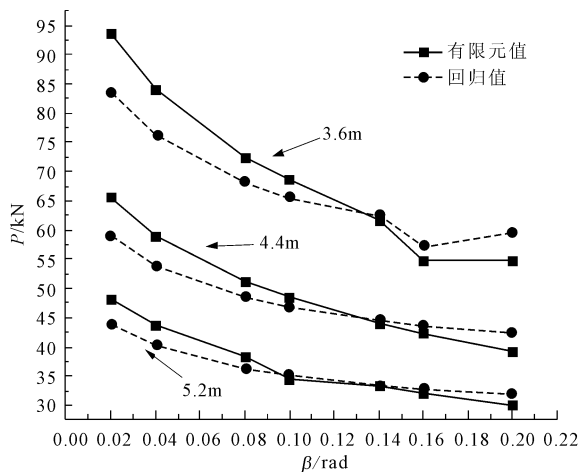
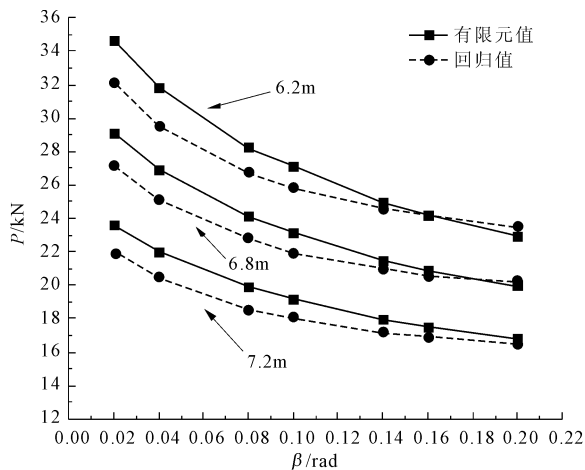


图 2 $L \leq 2.8\text{ m}$ 的曲梁

4 结论

通过以上计算结果的对比分析,可以得到以下结论:

图3 $3.6\text{ m} \leq L \leq 5.2\text{ m}$ 的曲梁图4 $6.2\text{ m} \leq L \leq 7.2\text{ m}$ 的曲梁

(1) 对于跨度较小的单轴对称曲梁,回归值略大于有限元值,所以在运用式(10)计算单轴对称曲梁的极限承载力时,可乘以0.8的折减系数。此公式可以用来初步估算曲梁的极限承载力。

(2) 曲梁的承载力随着跨长的增长而降低,随着圆心角的增加而变小。

(3) 该公式比以往的极限承载力估算公式考虑的因素更多,其中包括跨长、曲率、圆心角、截面形式、临界弯矩、全塑性弯矩。

参考文献:

- [1] 许钧陶,童根树.任意开口薄壁截面圆弧曲梁弯扭精确分析[J].建筑结构学报,1997,18(3):22-28.
- [2] 中华人民共和国建设部.GB50017-2003.钢结构设计规范[S].北京:中国计划出版社,2003.
- [3] 严正庭,严平.钢结构简明设计手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1995.
- [4] ECCS. Manual on the stability of steel structures. Second international colloquium on stability[M]. Brussels, 1976.
- [5] 陈骥.钢结构稳定理论与设计(第3版)[M].北京:科学出版社,2006.
- [6] 童根树,许强.薄壁曲梁线性和非线性分析理论[M].北京:科学出版社,2004.
- [7] 洪楠,林爱华,侯军.SPSS for Windows 统计产品和服务解决方案教程[M].北京:清华大学出版社,2003.
- [8] 王新敏.ANSYS 工程结构数值分析[M].北京:人民交通出版社,2007.