

闸后水流运动的 SPH 法数值模拟

李俊娜¹, 李捷², 郭艳³

(1. 广东省综合交通勘察设计研究院有限公司, 广东 广州 510115; 2. 水利部珠江水利委员会水文局, 广东 广州 510370;
3. 中交第四航务工程勘察设计院有限公司, 广东 广州 510231)

摘要: 在对光滑离子流体动力学(SPH)法的基本原理、核函数及控制方程离散格式、边界处理方法等进行介绍的基础上建立了数值水槽模型, 成功模拟了闸门开启后水流的界面变形、界面破碎、气泡的生成及溃灭, 以及涌浪的生成过程。结果表明 SPH 法能够捕捉到流体的飞溅及融合现象, 适于模拟具有瞬时极大变形等水流运动。

关键词: 光滑离子流体动力学; 水流运动; 无网格; 数值模拟

中图分类号: TV145

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2012)02—0076—03

Numerical Simulation of Water Movement after Gate by Using SPH Method

LI Jun-na¹, LI Jie², GUO Yan³

(1. Guangdong Province Comprehensive Transportation Survey and Design Institute Co., Ltd., Guangzhou, Guangdong 510115, China;
2. Hydrology Bureau of Pearl River Water Resources Commission, Guangzhou, Guangdong 510370, China;
3. Zhongjiao Fourth Navigation Engineering Survey and Design Institute Co., Ltd., Guangzhou, Guangdong 510231, China)

Abstract: The basic principles of SPH method for smooth ion fluid dynamics, nuclear function and discrete forms of governing equations as well as boundary treating methods are introduced here. Then the numerical flume model is established accordingly, and the water interface deformation, screen breaking, bubble formation and collapse after opening the gate, as well as the swell generation process are simulated successfully. The results show that the fluid splash and fusion phenomena could be captured by using SPH method, and the method is suitable for the transient simulation with the great water movement and deformation.

Keywords: smooth ion fluid dynamics; water movement; no grid; numerical simulation

闸孔出流是水利工程中一种常见的现象, 由于闸门的控制, 从闸孔下泄的水流常具有较高的流速, 往往需要在下游设消力池进行消能, 很多水力现象也伴随而生, 像水跃、回流、局部漩涡等^[1]。由于闸下出流水力特性的复杂性, 水利工程师通常通过物理模型试验研究水流条件。随着计算流体力学的迅速发展, 采用数值模拟复杂水流日益成为可能。

闸后水流水面波动一般比较大, 对于界面变形及界面破碎等自由面变化复杂的问题, 不适合采用刚盖法来回避自由表面问题, 而目前对自由水面模拟的常用方法有标高函数法、标记网格法(MAC)和体积率法(VOF)。杨小亭等人采用 MAC 法求解不可压缩非定常 Navier-Stokes 方程^[2], 廖斌等采用 VOF 法直接在 Euler 固定网格下差分求解 Navier-

Stokes 方程, 模拟了回形水块自由跌落入水过程^[3]。本文将应用一种新的无网格方法——光滑离子流体动力学方法(SPH)研究立面二维溃坝问题。

1 SPH 方法

SPH 法将描述场的函数用“核函数逼近”近似表达为任意函数和核函数的乘积的积分, 然后作“质点逼近”, 用一系列粒子将这个场离散化(即积分式的级数表达)。这样, 整个流场变成了一系列粒子的表达, 每个粒子又由周围的粒子表达, 场中的任一宏观变量 $A(r)$ 都能借助于一组无序点上的值表示成积分插值计算得到^[4]。

$$\langle A(r) \rangle = \int_D A(r') W(r - r', h) dr' \quad (1)$$

式中: D 为整个求解区域; $A(r')$ 为预先设置点的宏

观变量值; $W(r - r', h)$ 称为核函数, 它有两个自变量: 粒子间距离 $|r - r'|$ 和光滑长度 h 。任一点 i 的函数值可表示为 SPH 的离散形式:

$$A(\vec{r}_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h) \quad (2)$$

式中: N 为支持域内相邻粒子个数; m_j 及 ρ_j 分别为粒子 j 的质量、密度; $\vec{r}_i - \vec{r}_j$ 为粒子 i 和粒子 j 的距离。

1.1 Navier-Stokes 控制方程及 SPH 离散

由流体力学知, 拉格朗日型的控制方程为^[5]

$$\text{连续方程: } \frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{v} \quad (3)$$

$$\text{动量方程: } \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{g} + \Theta \quad (4)$$

式中: ρ 为流体粒子密度; t 为时间; \vec{v} 为粒子运动速度; P 为压力; \vec{g} 为重力加速度; Θ 为紊动项。根据式 (2) 可得出控制方程的 SPH 离散格式为

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \sum_{j=1}^N v_{ij} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} \quad (5)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = -\sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} + \vec{g} \quad (6)$$

$v_{ij} = v_i - v_j$, 表示粒子 i, j 的速度差值, Π 为人工粘性项, 本文采用 Monaghan(1992) 提出的公式:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{ij} \mu_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}} & v_{ij} \cdot r_{ij} < 0 \\ 0 & v_{ij} \cdot r_{ij} > 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\mu_{ij} = \frac{h v_{ij} \cdot r_{ij}}{r_{ij}^2 + \eta^2}$, $\bar{c}_{ij} = \frac{c_i + c_j}{2}$, $\eta^2 = 0.01 h^2$; α, β 为可调整的常数, 与相关的项得到是体积粘度, 与 β 相关的项用于防止在高马赫数时粒子的相互穿透。

1.2 光滑核函数的选取

光滑核函数除满足狄拉克 δ 函数条件外, 还应具有归一性、紧支性及单调非负性等性质。常用的核函数有 Gaussian 型、三次样条核函数及更高次的四次、五次样条核函数等。本文选取 quintic 核函数 (Wendland, 1995) 模拟溃坝问题:

$$W(r, h) = \alpha_d \left(1 - \frac{q}{2} \right)^4 (2q + 1) \quad 0 \leq q \leq 2 \quad (8)$$

式中, $q = \left| \frac{r - r'}{h} \right|$, α_d 为归一化常数, 对二维问题 $\alpha_d = 7/(4\pi h^2)$ 。

1.3 状态方程

通过引入人工压缩性, 把一般的不可压缩流体看作可压缩流体, 在水的状态方程中引入压缩率可模拟具有自由表面的流动。这样不用求解压力泊松方程, 使编程更简单。

$$p = B \left(\left[\frac{\rho}{\rho_0} \right]^\gamma - 1 \right) \quad (9)$$

式中: ρ_0 是粒子的初始密度; γ 是系数, 对于水取 $\gamma = 7$; B 用于限制密度的最大改变量, 一般作为初始压力, 本文取 $B = \frac{\rho_0 C^2}{\gamma}$, C 为人工音速, 选取总体流动最大流速值的 10 倍作为人工音速值, 即 $C = \sqrt{200gH}$, H 为水面高度。

$$\text{粒子的位移变化为: } \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad (10)$$

方程 (5), (6), (9), (10) 组成了基于 SPH 的离散化 N-S 方程组, 加入定解条件就组成完整的迭代方程组。

1.4 边界处理方法

入口边界、出口边界看成特殊自由边界处理。界面处粒子压力赋值为 0 或一定的外压力值。在 SPH 数值模拟中, 将固壁边界离散成为“边界粒子”, 固壁粒子参与控制方程计算, 壁面采用滑移边界, 但它们在模拟中位置固定, 即设置位移为 0。当流体粒子距离固壁很近时, 为阻止流体粒子穿越固壁边界而引起计算崩溃, 边界粒子对靠近它的流体粒子施加一个大小适当的中心排斥力作用, 且排斥力只在近距离上起作用。

1.5 数值解法

先通过连续方程计算粒子的密度变化, 捕捉自由表面粒子并进行自由表面粒子的密度校正, 然后通过状态方程计算粒子的压力, 同时计算外力引起的加速度, 再通过动量方程计算粒子总的加速度。采用迭代方法实现粒子密度、速度、位置的更新。粒子搜索采用关联链表搜索技术。

对离散的 SPH 方程组进行时间积分一般采用显式格式, 如四阶 Runge-Kutta 法、标准蛙跳 (Leapfrog) 法等, 还可用中心差分、Verlet 差分格式等。本文采用 Beeman 预测—校正方法。为保证解的收敛性, 时间步长 Δt 应满足 CFL 条件。

2 算例模拟

为了验证 SPH 法模拟闸门开启后流体大变形流动的有效性, 本文采用数值水槽模型进行计算分析 (见图 1)。水槽为单宽矩形槽, 底坡比降为 0, 水槽长 14 m, 距左侧 4 m 处设一闸门, 上游初始水位为 2 m, 水体密度 $1\,000 \text{ kg/m}^3$ 。下游水深分别采用 0, 0.2 m, 0.4 m 进行计算。初始时刻水体处于静力平衡状态。试验开始时快速提升闸门来模拟闸门开启时的情形。

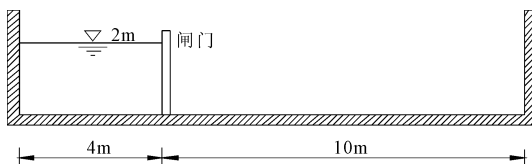


图 1 水槽试验布置及初始条件

粒子的初始间距取 $d_0 = 0.05$ m, 对整个计算区域离散化, 布置初始粒子分布如图 2 所示。共设置粒子 7 051 个, 其中液体粒子 6 320 个, 固壁粒子 731 个。光滑长度 $h = 1.4 \times d_0$ 。时间步长 Δt 根据 CFL 条件给出。粒子的初始压力由静水压力给出。

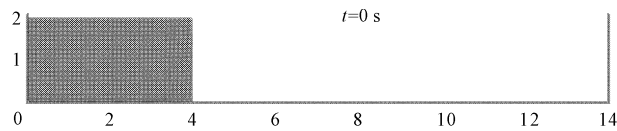


图 2 初始粒子布置

图 3 显示了模拟计算得到的闸门开启后水槽中瞬时粒子分布情况(下游水位 $h = 0.2$ m)。从图中可以看出, 闸门开启后上游水位迅即下降, 水体高速向右运动, 推动下游水体粒子并产生涌波(图 3 (a))。涌浪升高后在重力作用下快速跌落翻卷, 下落水体撞击到底部向右运动的水面上形成封闭的气泡。水体回落后气泡逐渐变小破碎。向前运动的波浪继续推动下游水体翻卷并产生第二个气泡(图 3 (d))。之后右侧水体产生多个大小不一的气泡并逐渐破灭, 水流向右运动并逐渐平稳。

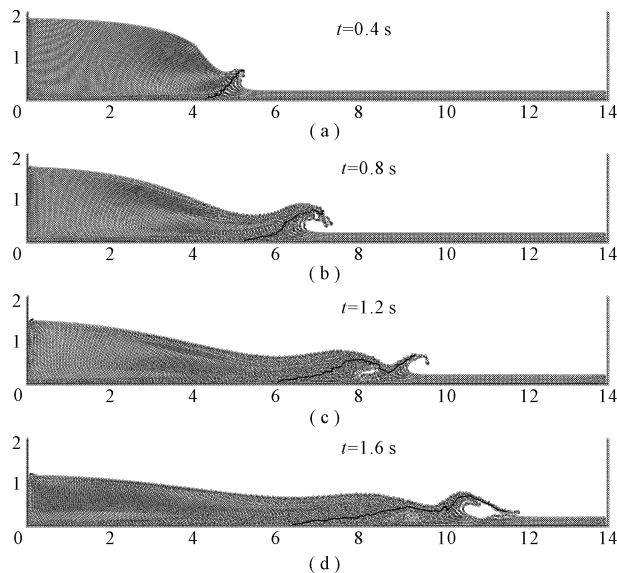


图 3 不同时刻粒子分布

本文还计算了下游水位为 0 及 0.4 m 时闸门后

的水体流动变化情况(见图 4), 由图 4 可见, 下游无水时, 水体前沿运动较快, 水面曲线较光滑。下游水深较大时, 仍将产生涌波, 涌波高度略有增大, 但波浪向下游传播速度略慢。

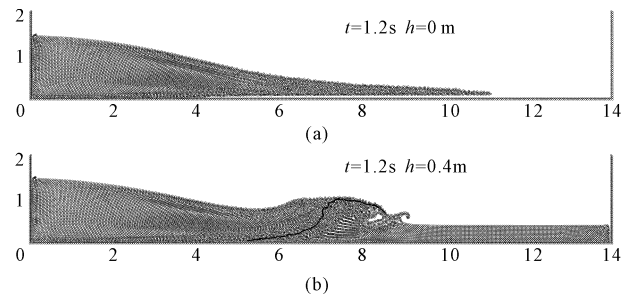


图 4 下游不同水深时粒子分布图

3 结 语

为了预测水闸上下游水流的运动规律, 本文采用 SPH 法模拟了闸门水体流动现象, 运用预测—校正法(分数步长法)求解弱可压缩流体的 SPH 方程组, 有效模拟了水体自由面变形、飞溅融合等复杂自由表面现象。表明用 SPH 法来追踪界面破碎、研究工程中的自由液面波动问题是可行的。

SPH 方法无需生成网格, 避免了大量的单元划分, 解决了通常拉氏方法中的网格缠结和扭曲以及网格重划的问题, 能够适应扭曲变形, 特别是在大变形问题中自适应性强, 而且克服了有限元方法中局部近似所引起的误差。目前已经应用于浮冰消融、血液流动、火山喷发、海啸传播等多方面研究, 但 SPH 也存在粒子搜索耗时、边界粒子积分截断及穿透等缺陷, 尚需进一步深入探讨。

参考文献:

- [1] 罗永钦, 刁明军, 邓 军, 等. 闸孔出流水气二相流三维数值模拟[J]. 西南民族大学学报(自然科学版). 2006, (3): 599-603.
- [2] 杨小亭. 二维溃坝洪水波 MAC 方法数值模拟[J]. 武汉水利电力大学学报, 1997, 30(2): 54-58.
- [3] 廖 斌, 王 泽, 陈善群. VOF 方法模拟回形水块自由跌落入水过程[J]. 人民黄河, 2010, 32(1): 96-97, 99.
- [4] 缪吉伦, 陈景秋, 张永祥. SPH 方法在自由表面流体研究中的应用[J]. 水利水电科技进展, 2011, 31(3): 20-23.
- [5] Liu Gui-rong, Liu Mou-bing. Smoothed particle hydrodynamics—a meshfree particle method[M]. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2003: 26-32.