

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2025.04.016

关于库仑土压力公式推导的教学拓展

魏鹏云, 刘坤, 朱连勇

(塔里木大学水利与建筑工程学院, 新疆阿拉尔市 843300)

摘要: 为了加深学生对库仑土压力公式推导的认识, 分别采用摩擦力隐含和显示的极限平衡法及极限分析法的四种速度模式对库仑主动土压力公式进行推导。通过对比指出几种推导方法获得的公式完全等价, 这是一题多解的教学方式在土力学教学中的应用, 在库仑土压力的教学活动中利用多种方法进行公式推导可以吸引学生的学习兴趣, 也可为学生后续进行土压力理论的研究打下基础。

关键词: 主动土压力; 极限平衡法; 极限分析法; 一题多解

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2025)04-0133-08

Pedagogical Extension on the Derivation of Coulomb's Earth Pressure Formula

WEI Pengyun, LIU Kun, ZHU Lianyong

(College of Water Conservancy and Architecture Engineering, Tarim University, Alar, Xinjiang 843300, China)

Abstract: In order to increase students' understanding of the derivation of Coulomb's earth pressure formula, this paper adopts the friction implied and displayed limit equilibrium method and the four velocity modes of limit analysis method for the derivation of the Coulomb's earth pressure formula. Through comparison, it is concluded that the formulas obtained by several derivation methods are completely equivalent, which is the application of the teaching method of multiple solutions for one question in the teaching of soil mechanics, and the use of multiple methods for formula derivation in the teaching activities of Coulomb's earth pressure can attract the students' interest in learning, and can also lay the foundation for the students to carry out the subsequent research of the theory of earth pressure.

Keywords: active earth pressure; limit equilibrium method; limit analysis method; multiple solutions for one question

土力学是水利类专业一门重要的专业基础课程, 课程难度较大, 为了提高土力学课程的教学质量, 启发学生的创新思维, 对土力学的具体教学内容和教学方式开展了研究^[1-2]。土压力问题是土力学研究的经典问题之一, 也是土力学教学和学习中的重点和难点。经典的土压力理论包括朗肯土压力理论和库仑土压力理论, 库仑土压力理论由于能适用于较为复杂的各种实际边界条件, 且在一定范围内能得出比较满意的结果, 因而应用更广泛^[7]。

目前绝大部分土力学教材均采用极限平衡法推导库仑土压力公式^[7-9], 事实上也可以采用极限分析法和条分法等, 如顾慰慈^[9]、陈惠发^[10]就采用极限分析法推导了库仑土压力公式, 但是其推导时只利用了最常用的速度模式, 其实还可以采用其他速度场进行推导, 本文将利用四种速度模式进行推导。卢坤林等^[11]采用斜条分法进行了库仑土压力公式的推导, 但是过程比较复杂。由于现在课时被压缩, 所以在课堂上采用条分法推导库仑土压力公式不现实, 但是利用极限平衡法和极限分析法可以快速地

收稿日期: 2025-02-04

修稿日期: 2025-04-17

基金项目: 《土力学》省级(兵团级)一流本科课程建设项目建设; 《土力学》校级课程思政示范团队建设项目(TDKCSZ12307); 校级《土力学》实践教学改革创新项目(TDGJYB2305)

作者简介: 魏鹏云(1994—), 男, 硕士, 讲师, 主要从事土压力理论及结构的内力和变形计算。E-mail: 1310412791@qq.com

通讯作者: 刘坤(1978—), 女, 硕士, 副教授, 主要从事土力学及水资源高效利用教学及科研工作。E-mail: 37509234@qq.com

获得库仑土压力公式。另外,目前的土力学教材采用极限平衡法进行库仑土压力公式推导时,均采用隐含墙背与滑动楔体之间摩擦力及不动土体与滑动楔体之间摩擦力的方法,这对于库仑土压力的初学者而言完全理解掌握是比较费劲的。而极限分析法不仅在土压力理论^[12],还在边坡稳定性分析^[13]及地基承载力计算^[14]的研究中有广泛应用,所以有必要在土力学的教学中引入极限分析法,若在土压力、边坡稳定性及地基承载力的教学中都引入并不现实,但是利用极限分析法推导库仑土压力公式相对来说要简单一些,所以可在土压力的教学中引入极限分析法,可为学生利用极限分析法掌握复杂条件下土压力理论、边坡稳定性及地基承载力等的研究打好基础。此外,数值模拟在土力学的科研和教学中也有非常多的应用,比如涉及土压力的数值模拟研究^[15-17],以及数值模拟在土力学课程及实验教学中的应用^[18-20]。本文利用极限平衡法和极限分析法推导库仑土压力公式也是一题多解的教学方式在土力学教学中的应用,这种一题多解的教学方式在不同的课程中有很多应用,比如:高等数学^[21]、材料力学^[22-23]及结构力学^[24-25]等。在土压力的教学过程中引入这种一题多解的教学方式,可以培养学生的发散思维,提高学生的创新能力,加深学生对库仑土压力的理解,还可以为学生后续进行土压力理论的研究积累经验。

本文利用极限平衡法(摩擦力隐含方法和显示方法)与极限分析法的四种速度模式对经典库仑土压力公式进行推导,旨在加深学生对库仑土压力、极限平衡法及极限分析法的理解,为后续进行复杂条件下土压力的研究打下基础,也是一题多解教学方式在土力学教学中的实践。

1 库仑主动土压力公式的推导

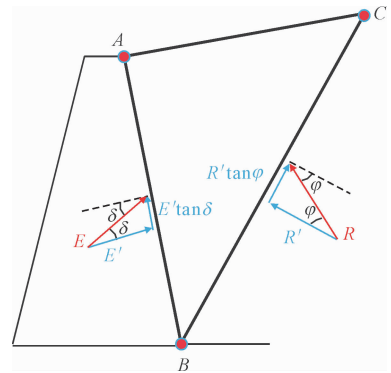
库仑主动土压力公式的推导是先推导出墙背反力与潜在滑裂面倾角之间的函数关系式,然后通过求极值的方法获得库仑主动土压力公式。本文给出两类推导墙背反力与潜在滑裂面倾角之间函数关系的方法:极限平衡法和极限分析法。极限平衡法通过力的平衡方程来进行土压力公式的推导,而极限分析法是将土体模拟为理想塑性材料,根据外力功率与塑性变形区的内部能量耗损率相等建立能量方程进行推导。

由于库仑主动土压力与被动土压力的推导类似,只不过由于滑动楔体滑动的方向不同从而导致

一些力的方向会发生变化,所以这里只将库仑主动土压力公式推导进行详细说明。

1.1 极限平衡法

库仑根据作用在滑动楔体上的 3 个力(滑动楔体的自重、不动土体对滑动楔体的反力及挡土墙对滑动楔体的反力)满足力平衡条件获得了库仑土压力公式。如图 1 所示。此种推导方法认为是将摩擦力隐含的推导方法,其中墙背与滑动楔体之间隐含的摩擦力通过 δ 体现,不动土体与滑动楔体之间隐含的摩擦力通过 φ 体现。



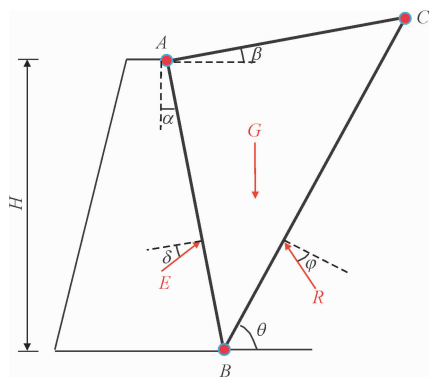
注: E 为挡土墙对滑动楔体的反力; δ 为墙背法线的夹角即外摩擦角(墙背与滑动楔体之间的摩擦角); R 为不动土体对滑动楔体的反力; φ 为滑动面法线的夹角即内摩擦角。

图 1 E 与 R 的力分解图

事实上, E 是滑动楔体与挡土墙间挤压的正压力(墙背对滑动楔体的法向反力)和相应摩擦力的合力,记墙背的法向反力为 E' ,则墙背上的摩擦力为 $E'\tan\delta$,而 E' 与 $E'\tan\delta$ 相互垂直,那么 E 的方向必然与墙背法线的夹角为 δ ;同理, R 是不动土体与滑动楔体间挤压的正压力(不动土体对滑动楔体的法向反力)和相应摩擦力的合力,记不动土体对滑动楔体的法向反力为 R' ,则滑动面上的摩擦力为 $R'\tan\varphi$,而 R' 与 $R'\tan\varphi$ 相互垂直,那么 R 的方向必然与滑动面法线的夹角为 φ 。如果利用 E' 、 $E'\tan\delta$ 、 R' 及 $R'\tan\varphi$ 来进行推导,那么墙背与滑动楔体之间的摩擦力 $E'\tan\delta$ 及不动土体与滑动楔体之间的摩擦力 $R'\tan\varphi$ 是暴露出来的,所以此种推导方法可认为是摩擦力显示的方法。接下来将分别利用这两种方法进行推导,以此加深相关人员对库仑土压力的认识。

1.1.1 摩擦力隐含方法

经典库仑主动土压力计算模型如图 2 所示。需要注意的是,当 θ 为真正的破裂角 θ_{cr} 时, E 即为库仑主动土压力 E_a 。



注: H 为挡土墙高度、 α 为墙背倾角、 β 为墙后填土倾角、 θ 为潜在滑裂面倾角、 G 为滑动楔体 ABC 的重力。

图2 经典库仑主动土压力计算模型

在图2中,因为 $\overline{AB} = \frac{H}{\cos\alpha}$,故在三角形 ABC 中

由正弦定理可求得 $\overline{BC} = \overline{AB} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta)}{\sin(\theta - \beta)} =$

$\frac{H\cos(\alpha - \beta)}{\cos\alpha\sin(\theta - \beta)}$,进而可得 G 的表达式:

$$G = \gamma S_{\Delta ABC} = \gamma \left[\frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta + \alpha\right) \right] = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos(\alpha - \beta)\cos(\theta - \alpha)}{\cos^2\alpha\sin(\theta - \beta)} \quad (1)$$

(1) 几何法

经典库仑土压力计算模型中的滑动楔体 ABC 受到 E 、 G 及 R 三个力而平衡,则这三个力必然要形成闭合的矢量三角形(见图3),进而可以利用矢量三角形的几何关系进行公式推导,绝大多数教材都是利用几何法来获得 E 与 θ 的函数关系式。

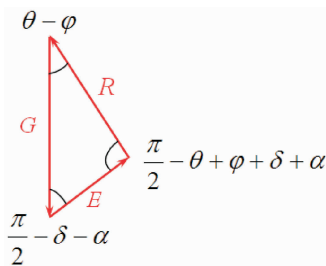


图3 力的矢量三角形

在图3的矢量三角形中,根据正弦定理得:

$$\frac{E}{\sin(\theta - \varphi)} = \frac{G}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta + \varphi + \delta + \alpha\right)} \quad (2)$$

对式(2)进行化简可得 E 与 θ 的函数关系式为:

$$E = \frac{G\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)} \quad (3)$$

(2) 解析法

事实上,图2的受力既然能用图3所示力的矢量三角形求解,那么由理论力学力系平衡的知识可知,利用力的投影方程也可以进行求解。所以将图2中的三个力 E 、 G 及 R 分别投影在水平和竖向后得:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow$$

$$E\cos(\alpha + \delta) = R\cos(90^\circ - \theta + \varphi) \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow$$

$$E\sin(\alpha + \delta) + R\sin(90^\circ - \theta + \varphi) = G \quad (5)$$

联立式(4)和式(5)消去 R 可得 E 与 θ 的函数关系式为:

$$E = \frac{G\tan(\theta - \varphi)}{\sin(\alpha + \delta)\tan(\theta - \varphi) + \cos(\alpha + \delta)} \quad (6)$$

将式(6)分子分母乘以 $\cos(\theta - \varphi)$,进行三角函数变换整理便可得到式(3),具体化简过程如下:

$$\begin{aligned} E &= \frac{G\tan(\theta - \varphi)}{\sin(\alpha + \delta)\tan(\theta - \varphi) + \cos(\alpha + \delta)} \\ &= \frac{G\tan(\theta - \varphi)\cos(\theta - \varphi)}{[\sin(\alpha + \delta)\tan(\theta - \varphi) + \cos(\alpha + \delta)]\cos(\theta - \varphi)} \\ &= \frac{G\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\alpha + \delta)\sin(\theta - \varphi) + \cos(\alpha + \delta)\cos(\theta - \varphi)} \\ &= \frac{G\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)} \end{aligned}$$

当进行复杂条件下的土压力研究时,会出现力的矢量多边形不易用图形表达的情况,所以此时用解析法列平衡方程会方便一些。

1.1.2 摩擦力显示方法

图4为摩擦力显示的库仑主动土压力计算模型,在图4中各参数的物理含义在前面已经介绍,这里不再赘述。

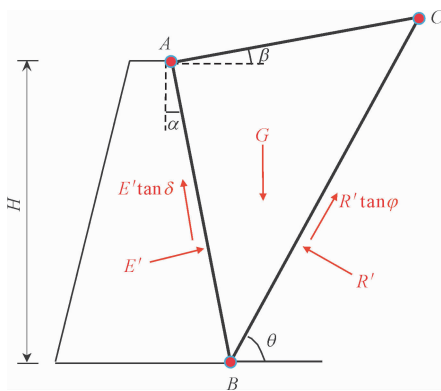


图4 摩擦力显示的库仑主动土压力计算模型

观察图4发现作用于滑动楔体的力有5个,此时若利用几何法(矢量多边形法)推导要比解析法复杂,所以利用解析法将图4中的5个力分别投影在水

$$W_{eG} + W_{eE} = 0 \quad (13)$$

将式(11)和式(12)代入式(13)得:

$$E = \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)} \quad (14)$$

对比式(14)发现与式(3)完全一样。

1.2.2 模式 II

参考文献[27-28],可以得到第二种速度模式的计算模型如图6所示。此模式中,相对速度 $v_{0,1}$ 与挡土墙背部的夹角为外摩擦角 δ ,挡土墙以水平速度 v_0 运动,滑动楔体 ABC 以速度 v_1 运动,三个速度的矢量三角形见图7所示。

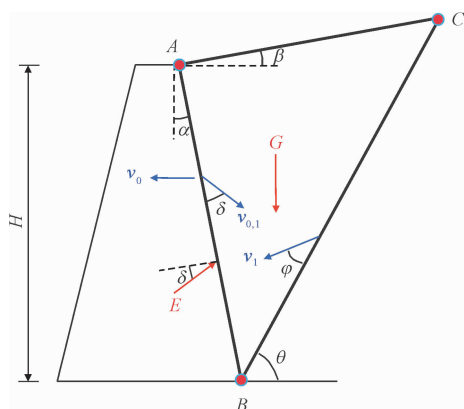


图 6 模式 II 的库仑主动土压力计算模型

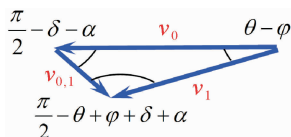


图 7 模式 II 的速度三角形

由图7可知:

$$v_0 = v_1 \frac{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)}{\cos(\delta + \alpha)} \quad (15)$$

$$v_{0,1} = v_1 \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\delta + \alpha)} \quad (16)$$

外力所作的功率包括: G 及 E 的功率。 G 的功率 W_{eG} 按式(11)计算。

E 做功为:

$$W_{eG} = -E \cos(\delta + \alpha) v_0 \quad (17)$$

与模式 I 一样,由于是无黏性土,所以滑动面 CD 上的能量耗散为0。再由内部能量耗散与外力的功率相等,即式(13),将式(11)和式(17)代入式(13)整理得:

$$E = \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\delta + \alpha) \frac{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)}{\cos(\delta + \alpha)}} \quad (18)$$

将式(18)化简后便可得到式(3),具体化简过程如下:

$$\begin{aligned} E &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\delta + \alpha) \frac{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)}{\cos(\delta + \alpha)}} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)} \end{aligned}$$

1.2.3 模式 III

参考文献[29-30],可以得到第三种速度模式的计算模型如图8所示。此模式中,相对速度 $v_{0,1}$ 沿着墙背向下,挡土墙以水平速度 v_0 运动,滑动楔体 ABC 以速度 v_1 运动,三个速度的矢量三角形见图9所示。

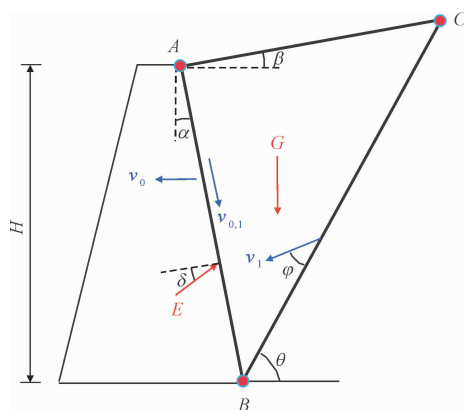


图 8 模式 III 的库仑主动土压力计算模型

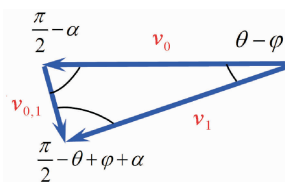


图 9 模式 III 的速度三角形

由图9可知:

$$v_0 = v_1 \frac{\cos(\theta - \varphi - \alpha)}{\cos \alpha} \quad (19)$$

$$v_{0,1} = v_1 \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos \alpha} \quad (20)$$

外力所作的功率包括: G 的功率 W_{eG} 按式(11)计算; E 的功率 W_{eE} 按式(17)计算。与模式 I 和 II 不同,模式 III 的内能耗散不为零,具体计算公式为:

$$W_{iE} = E \sin \delta v_{0,1} \quad (21)$$

使内部能量耗散与外力的功率相等,即:

$$W_{eG} + W_{eE} = W_{iE} \quad (22)$$

将式(11)、式(17)和式(21)代入式(22)整理得:

$$E = \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\left[\sin \delta \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos \alpha} + \cos(\delta + \alpha) \frac{\cos(\theta - \varphi - \alpha)}{\cos \alpha} \right]} \quad (23)$$

将式(23)化简后即可得到式(3),具体化简过程如下:

$$\begin{aligned} E &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\left[\sin \delta \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos \alpha} + \cos(\delta + \alpha) \frac{\cos(\theta - \varphi - \alpha)}{\cos \alpha} \right]} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\sin \delta \sin(\theta - \varphi) + (\cos \delta \cos \alpha - \sin \delta \sin \alpha) \left[\cos(\theta - \varphi) \cos \alpha + \sin(\theta - \varphi) \sin \alpha \right]} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\sin \delta \sin(\theta - \varphi) + (\cos \delta \cos \alpha - \sin \delta \sin \alpha) \left[\cos(\theta - \varphi) \cos \alpha + \sin(\theta - \varphi) \sin \alpha \right]} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\sin \delta \sin(\theta - \varphi) \cos^2 \alpha + \cos \delta \cos^2 \alpha \cos(\theta - \varphi) + \cos \delta \cos \alpha \sin \alpha \sin(\theta - \varphi) - \sin \delta \sin \alpha \cos \alpha \cos(\theta - \varphi)} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\sin \delta \sin(\theta - \varphi) \cos \alpha + \cos \delta \cos \alpha \cos(\theta - \varphi) + \cos \delta \sin \alpha \sin(\theta - \varphi) - \sin \delta \sin \alpha \cos(\theta - \varphi)} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos \alpha \left[\sin \delta \sin(\theta - \varphi) + \cos \delta \cos(\theta - \varphi) \right] + \sin \alpha \left[\cos \delta \sin(\theta - \varphi) - \sin \delta \cos(\theta - \varphi) \right]} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos \alpha \cos(\theta - \varphi - \delta) + \sin \alpha \sin(\theta - \varphi - \delta)} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)} \end{aligned}$$

1.2.4 模式IV

对照 1.1.2 节摩擦力显示方法中各个力的方向,给出第四种速度模式的计算模型如图 10 所示。此模式中,相对速度 $v_{0,1}$ 沿着墙背向下,挡土墙以垂直墙背的速度 v_0 运动,滑动楔体 ABC 以速度 v_1 运动,三个速度的矢量三角形见图 11 所示。

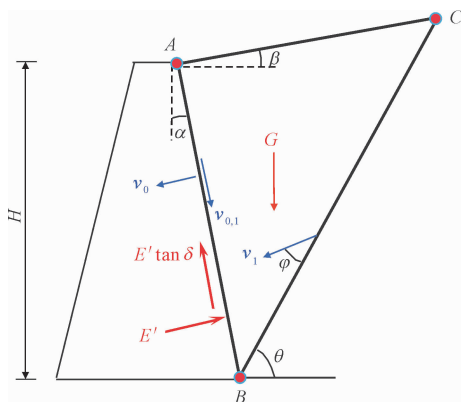


图 10 模式 III 的库仑主动土压力计算模型

由图 11 可知:

$$v_0 = v_1 \cos(\theta - \varphi - \alpha) \quad (24)$$

$$v_{0,1} = v_1 \sin(\theta - \varphi - \alpha) \quad (25)$$

外力所作的功率包括: G 、 E' 与 $E' \tan \delta$ 的功率。

其中 G 的功率 W_{eG} 按式(11)计算。

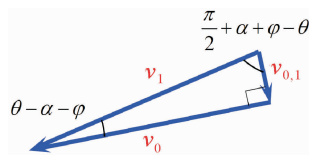


图 11 模式 III 的速度三角形

E' 做功为:

$$W_{eE'} = -E'v_0 \quad (26)$$

$E' \tan \delta$ 做功为:

$$W_{eE' \tan \delta} = -E' \tan \delta v_{0,1} \quad (27)$$

使内部的能量耗散与外力的功率相等,即:

$$W_{eG} + W_{eE'} + W_{eE' \tan \delta} = 0 \quad (28)$$

整理后得:

$$E' = \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi - \alpha) + \tan \delta \sin(\theta - \varphi - \alpha)} \quad (29)$$

与 1.1.2 节一样,要想得到与库仑主动土压力完全一样的结果,需将式(29)除以 $\cos \delta$ 即为:

$$\begin{aligned} E &= \frac{E'}{\cos \delta} \\ &= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos \delta \cos(\theta - \varphi - \alpha) + \cos \delta \tan \delta \sin(\theta - \varphi - \alpha)} \end{aligned} \quad (30)$$

将式(30)化简后即可得到式(3),具体化简过

程如下:

$$E = \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos \delta \cos(\theta - \varphi - \alpha) + \cos \delta \tan \delta \sin(\theta - \varphi - \alpha)}$$

$$= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos \delta \cos(\theta - \varphi - \alpha) + \sin \delta \tan \delta \sin(\theta - \varphi - \alpha)}$$

$$= \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi - \delta - \alpha)}$$

1.3 库仑主动土压力的求解

要想获得库仑主动土压力的解析式,最常见的作法是先通过 E 对 θ 求极值得到真正的破裂角 θ_{cr} 的解析式后再代入 E 的表达式,即可得到库仑主动土压力 E_a 的表达式,也可通过图解法获得库仑主动土压力公式。由于破裂角 θ_{cr} 公式的推导相当繁琐,所以一般土力学教科书均不作具体推导,而是直接给

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \varphi - \arctan \left\{ \tan(\varphi - \alpha) + \sqrt{[\tan(\varphi - \alpha) + \tan(\alpha + \delta)] \cdot [\tan(\varphi - \alpha) + \cot(\varphi - \beta)]} \right\} \quad (31)$$

再将式(31)代入式(3)后化简整理便可得到经典库仑主动土压力的公式为:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\alpha + \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\alpha + \delta) \cos(\alpha - \beta)}} \right]^2} \quad (32)$$

事实上,既然1.1节和1.2节已经获得了 E 与 θ 的表达式,那么对于具体的库仑主动土压力求解问题时,可以直接利用 excel 软件或者 matlab 软件直接进行编程计算。

2 库仑被动土压力公式推导

关于库仑被动土压力公式的推导,可以像上述推导库仑主动土压力的方法获得。但是主动土压力与被动土压力二者之间可以相互转化得到,以极限平衡法为例进行简单说明,如图12所示为库仑被动土压力计算模型,对比图2所示的库仑主动土压力计算模型,容易发现 E 与 R 的作用方向发生了变化,二者与相应面的法线的夹角大小没有变化。所以要想推导被动土压力 E_p ,可以通过定义 E 与 AB 面法线夹角及 R 与 BC 面法线夹角的正负后,将主动情况下的 δ 和 φ 分别变换为 $-\delta$ 和 $-\varphi$ 并将式(32)中根式前的“+”改为“-”即可得到库仑被动土压力公式(33)。

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cdot \frac{\cos^2(\varphi + \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\alpha - \delta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi + \beta)}{\cos(\alpha - \delta) \cos(\alpha - \beta)}} \right]^2} \quad (33)$$

出最终的库仑土压力公式,这会对库仑土压力理论的学习及研究带来困难。

关于 θ_{cr} 解析式可以直接利用式(3)对 θ 求导获得,但是此举计算量太大,相关求解可参考文献[31]。为了直接求解方便,可以以 $\tan \theta, \tan(\theta + \varphi)$ 或 $\tan(\theta + \beta)$ 等为变量进行求解^[32],这要比直接以 θ 为变量求解简单一些。另外,也可以借助软件进行求解,比如文献[33]利用 matlab 的符号运算功能给出了破裂角迄今最简单的表达式,但是其将破裂角定义为破裂面与竖直方向的夹角,该角度与本文定义的破裂角互为余角,所以本文以文献[33]得到的破裂角为基础给出 θ_{cr} 的解析公式如下:

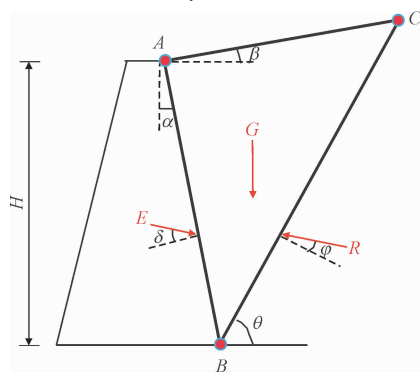


图12 经典库仑被动土压力计算模型

3 库仑主动土压力的教学设计

本文给出了库仑主动土压力公式的几种推导方法,现围绕几种推导方法给出简要教学设计思路如下:①介绍库仑主动土压力计算的假定;②明确库仑主动土压力的原理;③介绍极限平衡法的思路;④厘清摩擦力显示与隐含的含义;⑤介绍极限分析法的思路;⑥介绍最简单的速度场模式;⑦推广其他速度场模式;⑧总结各种方法并进行教学反思。

4 结论

(1) 通过摩擦力隐含和显示的极限平衡法及极限分析法的四种速度模式对库仑主动土压力公式进行了推导,通过对比发现获得的土压力表达式完全

一致。

(2) 利用多种方法对库仑土压力公式进行推导可以作为一题多解的教学方式在土力学中的一次应用。

(3) 采用一题多解的教学方式是建构主义学习理论的一种实践应用,可以帮助学生跨越现有的知识水平,激发学生的创造力,增强自信心,本文采用多种方法推导库仑主动土压力可以加深学生对库仑土压力公式推导的理解,也可以提升学生学习土力学的兴趣。

参考文献:

- [1] 雷胜友. 讲授 Bishop 条分法时引入新研究成果的探索[J]. 水利与建筑工程学报, 2021, 19(4): 219-222.
- [2] 陈宝, 林明琛, 饶红玉. 土力学教学中三相指标计算实用程序开发[J]. 水利与建筑工程学报, 2024, 22(5): 213-2-18.
- [3] 熊甜甜, 廖红建, 樊刚, 等. 基于“四真三化”土力学课程开发与育人协同建设[J]. 水利与建筑工程学报, 2022, 20(6): 238-242.
- [4] 童晨曦, 赵春彦, 张升, 等. 基于课堂演示实验的《土力学》课程教学改革探讨[J]. 水利与建筑工程学报, 2022, 20(4): 240-244.
- [5] 王丽琴, 党发宁. 《土力学》课程混合式教学改革的探索与实践[J]. 水利与建筑工程学报, 2022, 20(1): 211-214.
- [6] 宋荣方, 王俊. 《土力学》“三堂融合”混合式教学的探索与实践[J]. 水利与建筑工程学报, 2022, 20(1): 215-218.
- [7] 李广信, 张丙印, 于玉贞. 土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 第三版, 2022.
- [8] 杨进良, 严驰. 土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 第五版, 2018.
- [9] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2001.
- [10] 陈惠发. 极限分析与土体塑性[M]. 北京: 人民交通出版社, 1995.
- [11] 卢坤林, 杨扬. 基于条分法理念的土压力计算[J]. 工业建筑, 2008(S1): 661-663.
- [12] 欧明喜, 刘新荣, 陈颖辉. 挡土墙主动土压力极限上限分析[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(4): 106-110.
- [13] 闫超, 王红雨. 含挖填界面边坡三维稳定性上限分析[J]. 岩土工程学报, 2024, 46(1): 174-181.
- [14] 徐东升, 刘洋, 侯传坦. 基于多块体上限法的层状珊瑚砂地基承载力分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2024, 54(4): 921-928.
- [15] 马登辉, 韩迅, 蔡正银, 等. 静压桩的桩侧土压力分布规律数值分析[J]. 岩土力学, 2024, 45(6): 1863-1872.
- [16] 徐长节, 姚嘉楠, 迟民良, 等. 基于颗粒流模拟的 RTT 模式砂土非极限主动土压力理论研究[J/OL]. 西南交通大学学报, 1-12 [2025-04-24]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1277.U.20250224.1236.004.html>.
- [17] 姚嘉楠, 徐长节, 迟民良, 等. RBT 模式下刚性挡墙非极限主动土压力的离散元模拟及理论研究[J]. 岩土力学, 2025, 46(2): 640-652.
- [18] 徐令宇, 张杰, 陈炜昀, 等. 土力学中饱和土渗流固结理论的教学方法研究[J]. 高教学刊, 2023, 9(21): 83-85, 90.
- [19] 商翔宇, 刘崇梁, 郝飞, 等. 土力学课程有限元软件的优化与应用[J]. 高等建筑教育, 2016, 25(5): 164-168.
- [20] 夏琼, 蒋代军, 张延杰. 数值模拟方法在土力学实验教学中的应用[J]. 实验技术与管理, 2022, 39(12): 158-162.
- [21] 陈芳, 任必聪. 关于不定积分的一题多解问题[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2019, 44(10): 121-125.
- [22] 李敏, 王治华, 张恒德, 等. 材料力学中梁变形分析方法的关联[J]. 力学与实践, 2023, 45(1): 175-180.
- [23] 曲艳东, 孔祥清, 贾艳东, 等. 材料力学一题多解对学生发散思维的培养[J]. 辽宁工业大学学报(社会科学版), 2018, 20(4): 93-96.
- [24] 李炜明, 蔡利. 同一超静定结构计算多种解题方法的教学思考[J]. 武汉轻工大学学报, 2018, 37(5): 113-118.
- [25] 魏鹏云, 李林. 阶梯梁的位移计算方法对比[J]. 力学与实践, 2023, 45(4): 886-890.
- [26] Chen Waifah. Limit analysis and soil plasticity[M]. Elsevier Science, Amsterdam, 1975.
- [27] Collins I F. The upper bound theorem for rigid/plastic solids to include Coulomb friction[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1969, 17: 323-338.
- [28] Mroz Z, Drescher A. Limit plasticity approach to some cases of flow of bulk solids[J]. Journal of Engineering for Industry, 1969, 91: 357-364.
- [29] Soubra A H, Regenass P. Three-dimensional passive earth pressure by kinematical approach[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. ASCE, 2000, 26(11): 969-978.
- [30] Soubra A H. Static and seismic passive earth pressure coefficients on rigid retaining structure[J]. Can. Geotech. J. 2000, 37: 463-478.
- [31] 张文戈. 挡土墙的库仑土压力[J]. 力学与实践, 1997(5): 73-75.
- [32] 兑关锁, 左晓宝. 库仑土压力与破裂角公式的各种等价形式[J]. 南京理工大学学报, 1999, 23(3): 82-84.
- [33] 王帆, 程国勇, 袁建新. 挡墙后土体破裂角的简化解[J]. 西部探矿工程, 2012, 24(3): 13-15.