

压弯破坏高强混凝土扁柱恢复力模型试验

马泽峰

(上海房科建筑设计有限公司,上海 200231)

摘要:为研究高强混凝土扁柱构件的真实力学性能,对6根不同混凝土强度、轴压比及剪跨比的高强混凝土扁柱进行拟静力试验,并对其受力特点和破坏状态进行分析。根据试件的滞回曲线,建立高强混凝土扁柱三折线骨架曲线,并给出骨架曲线的分段方程表达式;针对试件的滞回环形状不饱满的特点,采用归一化的三折线标准滞回环,拟合滞回环关键点与轴压比、剪跨比的函数关系,获得曲线的刚度退化规律。两者结合建立了高强混凝土扁柱的恢复力模型,并与试验结果进行对比。结果表明:提出的恢复力模型与试验结果吻合良好,能够准确描述高强混凝土扁柱在不同加载条件下的刚度退化和强度变化规律。

关键词:扁柱;拟静力试验;恢复力模型;压弯破坏

中图分类号: TU375.3

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2025)02-0032-08

Experiment of the Restoring Force Model for Compression-bending Damaged High-strength Concrete Flat Columns

MA Zefeng

(Shanghai Fangke Architectural Design Co., Ltd., Shanghai 200231, China)

Abstract: In order to analyze the real mechanical properties of high-strength concrete flat column members, six proposed static tests of high-strength concrete flat columns with different concrete strengths, axial compression ratios and shear span ratios were carried out. The force characteristics and damage states were analyzed through the test phenomena in the loading process. According to the hysteresis curve of the specimen, the triple-fold skeleton curve of high-strength concrete flat column is established, and the expression of the segmental equation of the skeleton curve is given; for the specimen's hysteresis loop shape is not full, the normalized triple-fold standard hysteresis loop is adopted, and the key point of the hysteresis loop is fitted as a function of the axial compression ratio and the shear-span ratio, so as to get the stiffness degradation rule of the curve. The restoring force model of high-strength concrete flat column is established by combining the two, and compared with the experimental results. The results show that the proposed restoring force model is in good agreement with the test results, and can accurately describe the stiffness degradation and strength change rule of high-strength concrete flat column under different loading conditions.

Keywords: flat column; quasi-static experiment; restoring force model; compression-bending damage

工程应用中经常会遇到一类构件,其横截面的高与宽之比较大,介于一般定义的柱和墙之间,称之为扁柱。因截面两主轴方向尺寸差距大,扁柱两方向所表现出的受力性能也有较大不同。从概念上可

以初步分析扁柱的受力特点,但具体到实际工程的某一构件的受力性能以及采取何种构造形式却缺乏可靠依据。这一问题的直接体现就是我国现行规范对扁柱构件界定的不一致。《高层建筑混凝土结构

技术规程》(JGJ3—2010)中的表述如下:“柱截面高宽比不宜大于3”以及“短肢剪力墙是指截面厚度不大于300 mm、各肢截面高度与厚度之比的最大值大于4但不大于8的剪力墙”,本条在JGJ3—2002版中的表述为:“短肢剪力墙是指墙肢截面高度与厚度之比为5~8的剪力墙”,并强调:“当墙肢的截面高度与厚度之比不大于4时,宜按柱进行截面设计”。《混凝土结构设计规范》(GB50010—2010)中相关表述为:“竖向构件截面长边、短边(厚度)比值大于4时,宜按墙的要求进行设计”。规范的定义明确了柱和墙的配筋形式分界,但对于处于两者之间的、截面高厚比在3~5的扁柱构件,以截面高厚比4为界的简单过度并不能准确反应其受力特点和抗震性能。目前针对扁柱构件的研究仍较为匮乏。同时考虑高层建筑中普遍采用的高强混凝土材料具有强度高、脆性大、延性差的特点,高强混凝土扁柱的力学行为更加复杂。通过试验分析和理论演绎明确高强混凝土扁柱的受力性能,无论对现行规范的补充、完善或对设计工作的指导、参考均有一定的现实意义和价值。

恢复力曲线是指结构或构件在外荷载去除后恢复原来形状的能力。恢复力曲线模型一般包括骨架曲线、滞回特征和刚度退化规律三个组成部分。确定恢复力曲线的方法有试验拟合法、系统识别法和理论计算法等。常用的恢复力曲线模型有兰伯格-奥斯古德(Romberg-Osgood)模型、克拉夫(Clough)模型和武田(Takeda)三线性模型等。针对各自研究对象,目的的不同,学者们各自提出了有一定适用范围和局限性的恢复力曲线模型。罗国胜等^[1]采用可以考虑强度与刚度退化的修正的ModIMK滞回材料定义滞回规则,计算了105片RC剪力墙的截面有效刚度和峰值转角,提出了钢筋混凝土剪力墙弯矩-转角三折线骨架模型。李升才等^[2]通过6个装配式复合箍筋约束高强混凝土柱及1个现浇对比柱进行循环往复加载试验,提出了考虑轴压比和配箍率影响的适用于装配柱的三折线恢复力模型。盖彤彤^[3]提出了兼顾效率和精度的RC柱破坏模式和恢复力模型智能预测方法。李艳艳等^[4]通过试验研究建立了HRB600E高强钢筋混凝土柱三线性恢复力模型。史亚娟^[5]通过6根1:2缩尺装配式焊接环式复合箍筋约束C60混凝土柱拟静力试验,基于试验数据和已有的二元回归计算方法,提出了引入轴压比参数影响的三折线恢复力模型。张娇磊^[6]

对基于损伤退化的钢筋混凝土柱、邢国华^[7]对高强混凝土多重复合芯柱、邵明哲^[8]对考虑尺寸相应钢筋混凝土柱、宗定^[9]对剪弯破坏性钢筋混凝土柱等均提出了不同的恢复力模型。

本文拟通过多因素、多水平的高强混凝土扁柱低周反复拟静力试验,分析压弯破坏型扁柱的抗震性能,并根据骨架曲线和滞回曲线特点,提出适用于此类构件的恢复力模型,以期为工程设计提供参考。

1 试验概况

1.1 试件设计及制作

试验在同济大学土木工程防灾国家重点实验室静力实验室进行,共6根高强混凝土扁柱^[10]。试件尺寸、布置形式及轴压比取值来自某实际工程项目,设计模型与实际构件相似比取1:4。6个试件中,为保证试验结果的可靠性,BZ1与BZ2、BZ4与BZ5完全相同,相互验证,6个试件中仅有4组独立的试验参数。试验设计时主要考虑混凝土强度,轴压比及剪跨比三个影响参数,为实现以较少的试件反映较多的参数影响,采用正交试验方法进行试件设计。试验扁柱试件细部构造如图1—图3,试件的成型及安装如图4和图5所示,试件尺寸及相关参数如表1所示。

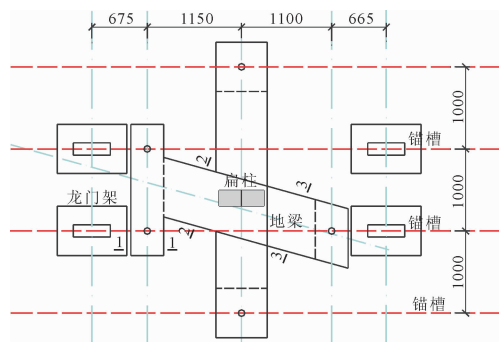


图1 试验构件布置平面图(单位:mm)

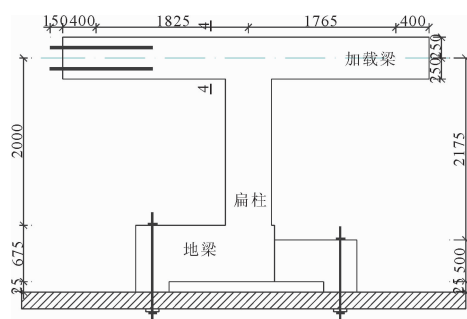


图2 试验构件立面图(单位:mm)

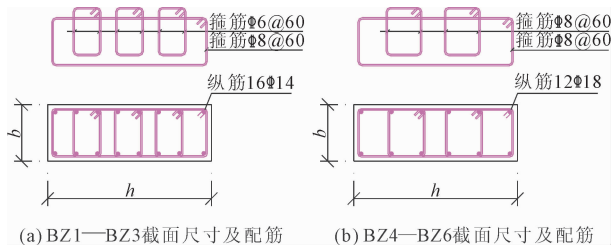


图 3 扁柱截面尺寸及配筋示意



图 4 试件成型照片



图 5 试件安装情况图

表 1 试件尺寸及相关参数

编号	截面尺寸/mm		混凝土强度	轴力/kN	设计轴压比
	b	h			
BZ1、BZ2	190	550	C60	700	0.24
BZ3	190	550	C60	1000	0.35
BZ4、BZ5	150	450	C80	1000	0.42
BZ6	150	450	C80	1300	0.54

1.2 材料属性

材料力学性能指标详见表 2 和表 3。

表 2 钢筋力学性能指标

钢筋直径/mm	弹性模量/GPa	屈服强度/MPa	抗拉强度/MPa
8	202	440	598
14	201	410	547
18	201	422	570

表 3 混凝土力学性能指标

混凝土强度	弹性模量/GPa	抗压强度/MPa
C45	36.3	47.3
C60	36.3	58.8
C80	38.4	88.2

注:混凝土为实验室制备,C60 实测强度略低。

1.3 加载制度

由申科(SCHENCK)加载机施加水平荷载,采用周期为 100 s 的正弦波,加载初期控制加载力,以较小的加载级数逐级加载,每级循环一次,并观察应变片读数,当某一应变片读数达到接近屈服的应变读数时改用位移控制,采用屈服时的位移为加载级数逐级加载,每级循环三次,直到构件承载能力下降到极限承载力的 80% 左右时停止试验^[11]。

2 试验结果分析

2.1 试验现象

在水平加载初期,离散于试件中的混凝土微裂缝在扁柱顶、底的受压侧闭合,而受拉侧裂缝根部出现应力集中。随加载的进行,受压侧混凝土压应力逐渐加大,受拉侧裂缝逐渐开展,相邻裂面相互贯通,并形成第 1 道表观水平裂缝。试验中观察到的试件首次开裂的荷载 BZ1—BZ3 约为 80 kN ~ 100 kN, BZ4—BZ6 约为 120 kN ~ 140 kN。随加载级数增大,在第 1 条裂缝的上下出现若干条几乎平行的裂缝,并逐渐向扁柱内部开展,裂缝向内开展的方向与试件中主拉应力迹线方向相同。在试件的构造条件下,扁柱的抗剪承载力均大于抗弯承载力,最终能继续开展的只有扁柱顶、底的水平裂缝,并继续发展为试件的强度控制截面。随水平裂缝的开展,最外侧受拉钢筋屈服,受压侧混凝土边缘达到极限压应变而压碎,保护层沿纵筋剥落,受压侧纵筋尚能与混凝土共同受力。往复加载使得受压区混凝土的损伤逐步累计,不断破碎,处于箍筋间隙的混凝土碎块逐渐从约束区剥离,受压纵筋因丧失与混凝土的粘结能力而被压屈。柱底水平裂缝贯通,试件主要通过纵筋的销键作用、裂面处混凝土的摩擦力以及骨料的咬合力来抵抗水平剪力。纵向受拉纵筋发生较大受拉变形,边缘纵筋径缩、断裂,试件逐步丧失承载力。部分试件破坏现象如图 6。这些现象宏观上的反应就是骨架曲线进入下降区段,滞回环呈反 S 形,捏拢效应明显,耗能能力到达极限。



图 6 试件破坏情况示意图

2.2 滞回曲线

试件滞回曲线如图 7 所示。由图 7 可知,总体上扁柱试件的滞回环形状不饱满,说明此类构件的耗能能力偏弱。BZ1—BZ3 的滞回曲线呈现明显的反 S 形,说明柱破坏过程中剪切变形程度高,构件耗

能能力较差;BZ4—BZ6 由于剪跨比稍大,滞回环的形状相对圆滑,曲线上虽没出现明显的拐点,但外凸程度依然较小。同时也表明在本次试验中剪跨比加大对扁柱耗能能力的有利影响大于轴压比、混凝土强度加大带来的不利影响。

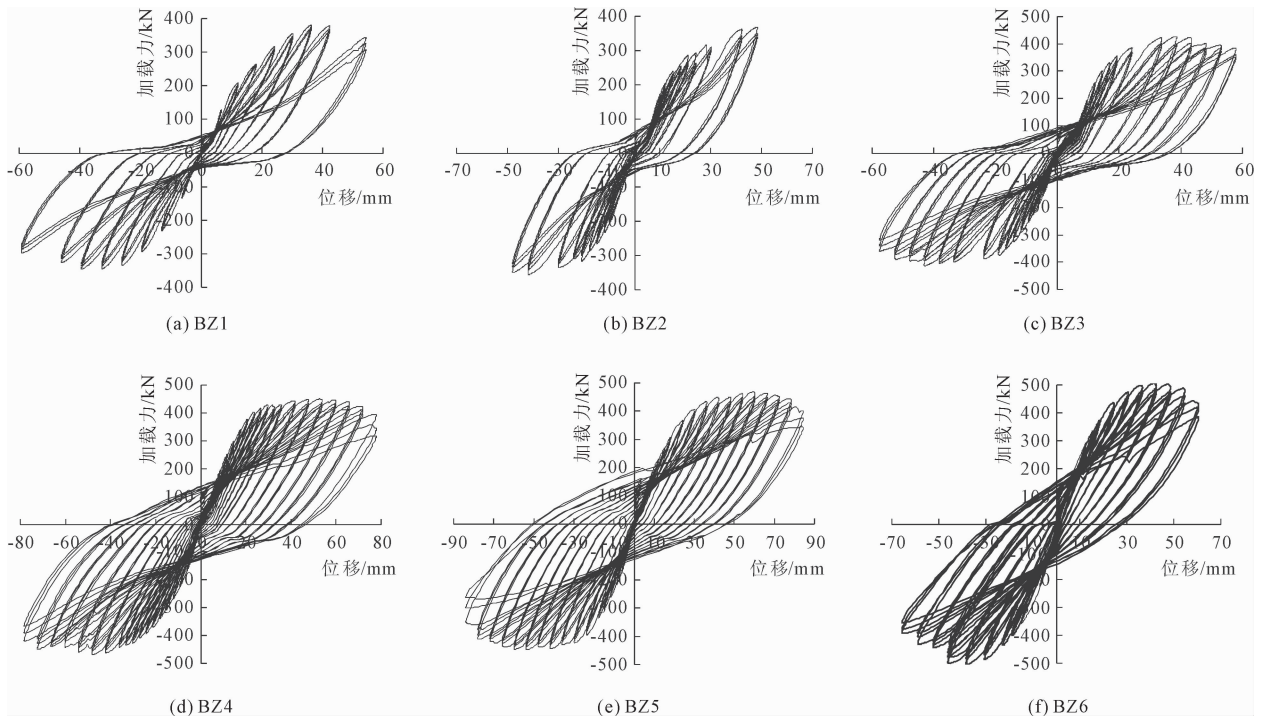


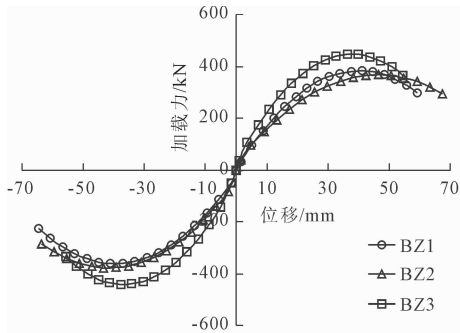
图 7 试件滞回曲线

2.3 骨架曲线

试件骨架曲线如图 8 所示。由图 8 可知,BZ1 和 BZ2, BZ4 和 BZ5 对比度较好,数据相差基本在

5%左右。BZ4—BZ6 较 BZ1—BZ3 截面小却有更大的承载能力,说明提高高强混凝土强度能有效提高试件的承载力。对于 BZ1—BZ3,试验竖向加载由

700 kN 提高到 1 000 kN, 试件极限承载力相应提高了 19%, 对于 BZ4—BZ6, 试验轴压比由 1 000 kN 提高到 1 300 kN, 试件极限承载力相应提高了 10%, 说明轴压力对试件承载力有较大影响。试件的屈服



比 (F_y/F_{max}) 普遍偏高, 说明此类构件安全储备较小, 试件屈服后会较快丧失承载力。扁柱构件骨架曲线上升段陡, 极限荷载段维持较短, 过极限荷载后下降快, 这也直接导致试件的刚度衰减较快。

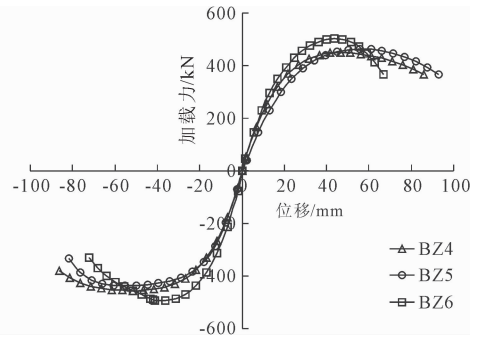


图 8 骨架曲线

3 恢复力模型研究

3.1 恢复力曲线的试验拟合方法^[12]

采用图 9 所示的三折线拟合骨架曲线, 其中三个关键参数点分别为屈服点 $Y(\Delta_y, F_y)$ 、极限承载力点 $M(\Delta_m, F_{max})$ 和破坏状态点 $U(\Delta_u, F_u)$ ^[13]。

载刚度; Δ_y 、 Δ_m 和 Δ_u 分别为三个关键参数点的加载位移; F_y 、 F_{max} 和 F_u 分别为屈服加载力、极限加载力和破坏加载力。

试验拟合法中一般通过归纳标准滞回环的变化规律来拟合恢复力曲线的滞回规律。假设第 i 步加载时滞回环的最大加载位移为 $\Delta_{i,max}$, 最大加载力为 $F_{i,max}$, 则其标准化过程可按下式进行, 得到标准滞回环如图 10 所示的形式:

$$\begin{cases} f_i = F_i/F_{i,max} \\ \delta_i = \Delta_i/\Delta_{i,max} \end{cases} \quad (\text{第 } i \text{ 个滞回环}) \quad (3)$$

通常的模型化处理只要求三个关键点处的标准滞回环及变化规律, 同时假定各关键点之间处滞回环特征按线性变化。

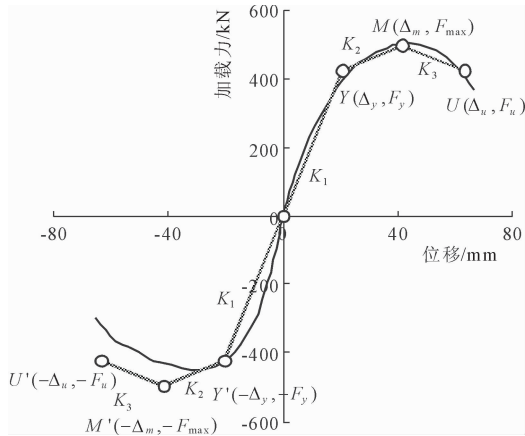


图 9 三折线骨架曲线拟合示意图

拟合骨架曲线的核心问题就是确定三个关键点的坐标量^[14]。在明确三个关键点的坐标后, 三折线骨架曲线可由下式确定:

$$F(\Delta) = \begin{cases} K_1 \Delta & 0 \leq \Delta \leq \Delta_y \\ F_y + K_2(\Delta - \Delta_y) & \Delta_y < \Delta \leq \Delta_m \\ F_{max} + K_3(\Delta - \Delta_m) & \Delta_m < \Delta \leq \Delta_u \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} K_1 = F_y/\Delta_y \\ K_2 = (F_{max} - F_y)/(\Delta_m - \Delta_y) \\ K_3 = (F_u - F_{max})/(\Delta_u - \Delta_m) \end{cases} \quad (2)$$

式中: K_1 、 K_2 、 K_3 分别为卸载刚度、滑移刚度和再加

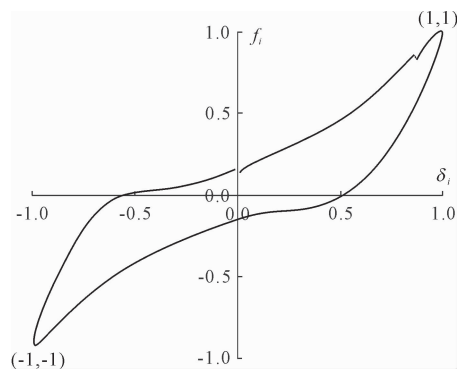
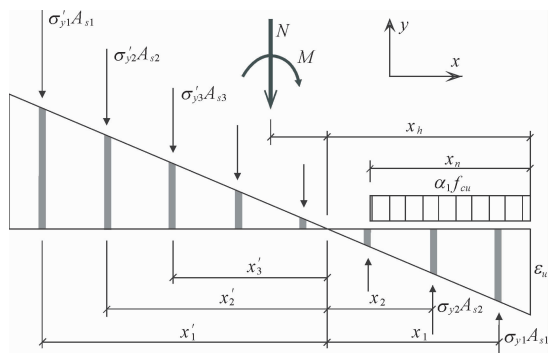


图 10 标准滞回环示意图

3.2 骨架曲线的关键性能点拟合

试件均为压弯型的大偏心受压破坏, 柱顶、底的贯通截面为控制截面。极限承载力计算时假定破坏截面符合平截面假定^[15], 则根据截面平衡条件, 如图 11 所示。



注:图中 α_1 为等效矩形受压截面高度系数,取 0.8。

图 11 极限承载力计算截面示意

试件的承载力应符合 $\sum F = 0, \sum M = 0$, 即:

$$\begin{cases} N + \sum_{i=1}^k \sigma'_{yi} A'_{si} - 0.8x_h f_{cu} b - \sum_{i=k}^{8-k} \sigma_{yi} A_{si} = 0 \\ Nx_n + \sum_{i=1}^k \sigma'_{yi} A'_{si} x'_i + 0.8x_h f_{cu} b (x_h - 0.4x_h) + \sum_{i=k}^{8-k} \sigma_{yi} A_{si} x_i - M = 0 \\ \sigma_{yi}, \sigma'_{yi} \leq f_{yk} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\sigma_{yi}, \sigma'_{yi}$ 为第 i 根受压、受拉钢筋应力; A_{si}, A'_{si} 为第 i 根受压、受拉钢筋截面面积; x_h, x_n 为中和轴到受压边缘、截面中心距离; x_i, x'_i 为第 i 根受压、受拉钢筋到中和轴距离; f_{cu}, f_{yk} 为混凝土、钢筋材料强度试验值,见表 2、表 3; N 为截面轴力; M 为截面弯矩。

由此可以得到试件承载力计算结果如表 4 所示。由表 4 可见,按平截面假定计算的试件承载力与试验值对比性好,说明在试验试件的构造条件下高强混凝土扁柱试件破坏形式及承载力计算符合现有大偏压柱的强度理论。

表 4 极限承载力计算结果对比

试件	X_h/mm	极限承载力/kN		偏差/%
		计算值	试验值	
BZ1	150	390	372	+4.83
BZ2	150	390	373	+4.56
BZ3	180	440	444	-0.90
BZ4	155	427	453	-5.74
BZ5	155	427	450	-5.11
BZ6	170	452	497	-9.05

由表 4 可以看到,试验扁柱的屈服承载力 F_y 约为极限值 F_{\max} 的 85%, 同时试件破坏时的承载力也取极限承载力的 85%, 则有:

$$F_y = F_u = 0.85F_{\max} \quad (5)$$

试验试件性能点位移角值如表 5 所示,由表 5 可知,试验中扁柱试件的屈服位移角 Δ_y 大致在 $1/80 \sim 1/70$, 破坏时的位移角 Δ_u 在 $1/30 \sim 1/20$ 。

表 5 试验试件性能点位移角值

试件	BZ1	BZ2	BZ3	BZ4	BZ5	BZ6
屈服位移角 Δ_y	1/72	1/68	1/73	1/77	1/82	1/82
破坏位移角 Δ_u	1/32	1/29	1/33	1/21	1/21	1/29

3.3 基于三折线刚度回归的滞回规律模型

基于三折线刚度回归滞回模型的拟合思路如下:首先,对滞回曲线的各滞回环按式(3)进行标准化处理,得到的标准滞回环如图 12 所示;然后,找到各个标准滞回环中的关键结点坐标,即点 $A(-1, -1)$ 、 $B(-x_E, -y_E)$ 、 $C(x_C, 0)$ 、 $D(1, 1)$ 、 $E(x_E, y_E)$ 和 $F(-x_C, 0)$, 各关键点选取的原则是所对应线段上数据点与拟合线段的偏差最小同时保证拟合滞回环 $ABCDEF$ 所含面积与试验结果尽量一致,进而得到该标准滞回环对应的三折线刚度,即卸载刚度 K_1 、滑移刚度 K_2 和再加载刚度 K_3 ;最后,回归刚度数据,找到随加载变形的增加,各刚度的变化规律,以及在关键性能点位置(屈服及破坏)刚度随试验变化参数(轴压比及剪跨比)的定量关系。结合滞回关系与骨架曲线即可得到扁柱试件的恢复力模型。

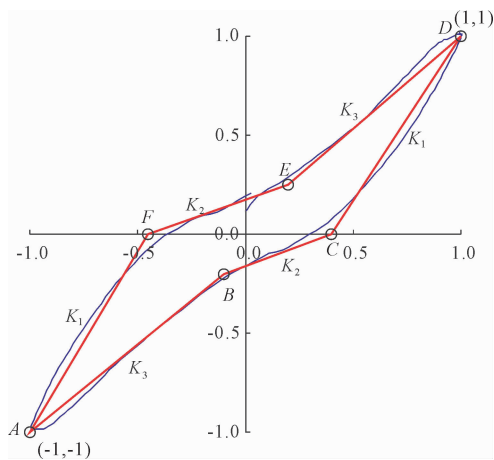


图 12 归一化的标准滞回环与试验结果对比图

定义加载相对变形为:

$$s' = \Delta_{i, \max} / \Delta_{u, \max} \quad (6)$$

式中: $\Delta_{i, \max}$ 为第 i 个滞回环的最大加载变形; $\Delta_{u, \max}$ 为破坏时滞回环的最大加载变形。

各线段刚度随相对加载变形的变化规律如图 13 所示。由图 13 可见,各线段刚度的变化规律大致呈线性,可按式(7)的形式对 $K_{1,2,3} - s'$ 的关系进行

拟合。图 13 中,离散的空心点为试验数据,带实心点的线段为拟合值。

$$K_{1,2,3} = A + Bs' \quad (7)$$

根据试验数据,按最小二乘法拟合得到刚度变化线段(见图 13),由此得到各拟合线段的拟合参数值见表 6。根据表 6 对各参数(A 和 B)进行多因变量

表 6 由试验数据得到的拟合参数 A、B 值

构件编号	剪跨比 λ	轴压比 n	K_1		K_2		K_3	
			A	B	A	B	A	B
BZ1、BZ2	1.591	0.114	0.525	2.153	0.304	-0.063	1.080	-0.116
BZ3	1.591	0.163	0.756	1.904	0.121	0.237	1.218	-0.341
BZ4、BZ5	1.944	0.168	0.508	2.272	0.294	0.187	1.145	-0.435
BZ6	1.944	0.218	0.577	1.343	1.125	-0.531	1.026	-0.317

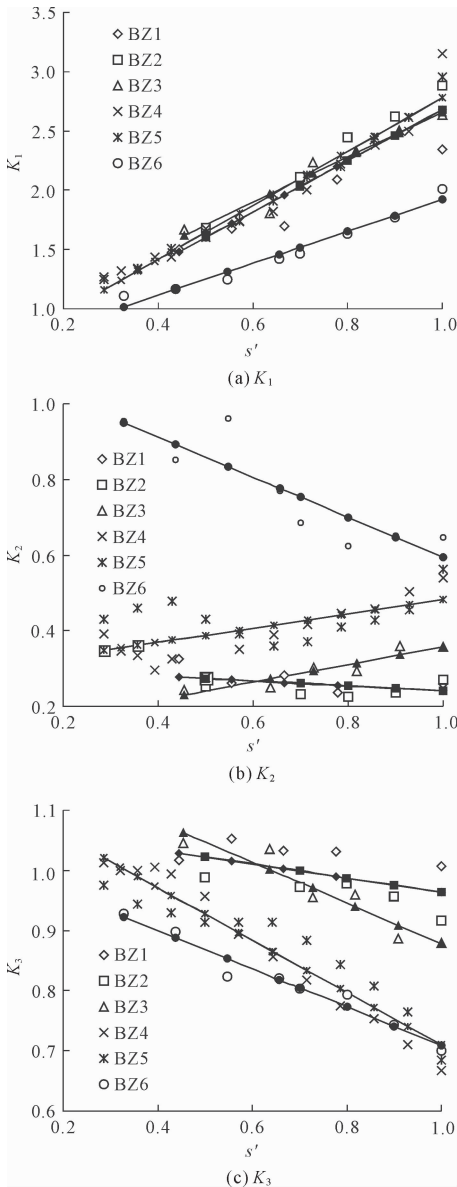


图 13 三折线滞回环刚度变化规律拟合

(轴压比 n 和剪跨比 λ) 的最优拟合。利用 1stOpt(v1.5) 得到 A、B 的拟合公式如下式,式中 p_1-p_5 取值见表 7。

$$A \text{ or } B = p_1 + p_2 \cdot n + p_3 \cdot n^2 + p_4 \cdot \lambda^{p_5} \quad (8)$$

式中: p_1 、 p_2 、 p_3 、 p_4 、 p_5 为回归常数或系数; n 为轴压比; λ 为剪跨比。

表 7 拟合公式参数值 $p_1 \sim p_5$

归一化 刚度	系数	参数				
		p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
K_1	A	-4.478	13.196	-30.605	4.581	-0.349
	B	15.939	29.205	-123.783	-16.543	-0.139
K_2	A	4.199	-55.446	186.664	0.000	32.641
	B	-3.384	58.196	-188.003	-0.805	0.166
K_3	A	-1.276	16.023	-47.655	1.342	-0.335
	B	-2.001	-22.268	63.802	3.808	-0.124

3.4 恢复力模型的试验验证

按上述公式可定量得到任意加载位移时三折线滞回环的刚度量值,同时结合骨架曲线的求解,可以得到各试件加载全过程的加载力-位移演化曲线,详见图 14(粗虚线为拟合结果)。由图 14 可知,基于三折线刚度回归的滞回规律得到的恢复力曲线与试验结果吻合度较高,各加载阶段的刚度、强度变化规律拟合结果与试验相比具有较高的可靠度。

4 结 论

本文通过对高强混凝土扁柱的受力性能及其恢复力模型的深入研究,6 组高强混凝土扁柱低周反复拟静力试验,考察了混凝土强度、轴压比及剪跨比等因素的影响。试验结果揭示了扁柱在受力过程中的破坏模式、耗能能力和刚度退化规律,为恢复力模型的构建奠定了基础。明确了此类构件的力学性能,为工程设计提供参考和依据。主要得出如下结论:

(1) 高强混凝土扁柱试件的滞回环形状不饱满,破坏过程中剪切变形程度高,滞回曲线呈现反 S 形,构件的耗能能力偏弱。

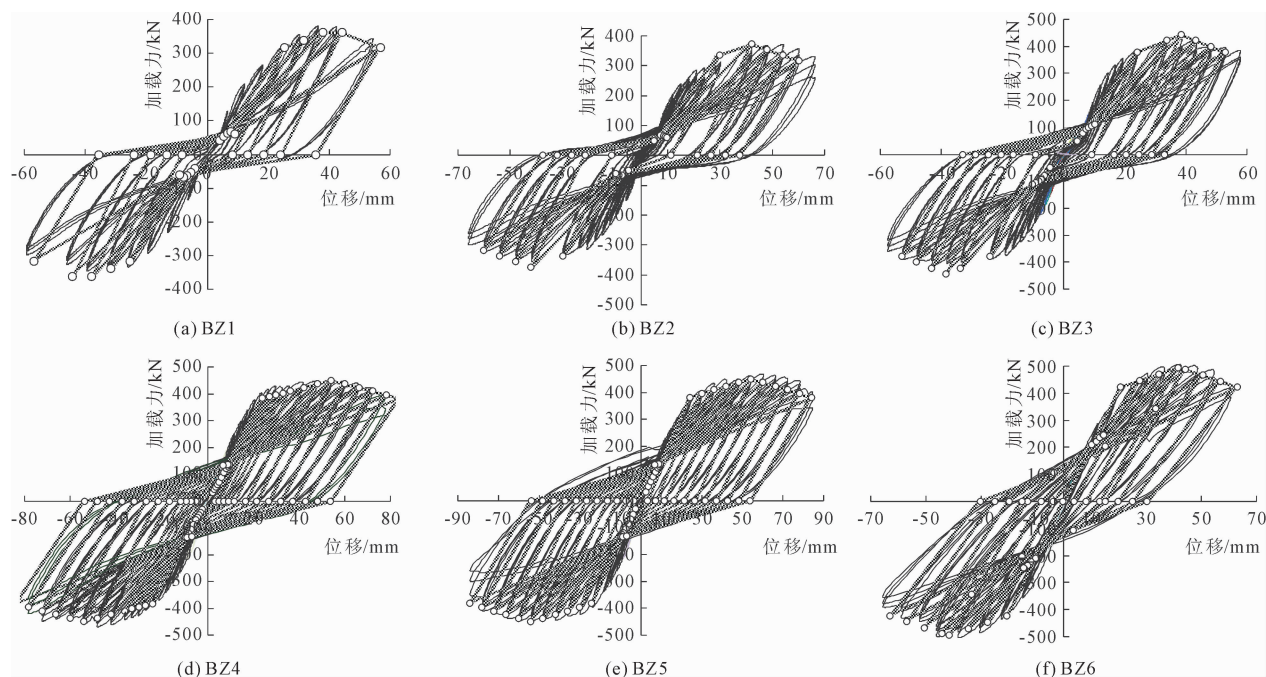


图 14 拟合恢复力曲线与试验结果对比图

(2) 高强混凝土扁柱骨架曲线上升段陡,极限荷载段维持较短,过极限荷载后下降快,延性性能一般。

(3) 高强混凝土扁柱的屈服承载力约为极限承载力的 85%,试件的屈服位移角和破坏位移角分别为 $1/80 \sim 1/70$ 和 $1/30 \sim 1/20$ 。

(4) 高强混凝土扁柱的恢复力曲线模型,即基于三折线骨架曲线和基于三折线刚度回归规律的滞回模型对试验结果拟合精度高,可作为此类构件整体分析的可靠依据。

参考文献:

- [1] 罗国胜,顾冬生. 剪力墙构件恢复力模型在 OpenSees 中的应用 [J]. 重庆大学学报,2023,46(10):127-142.
- [2] 李升才,白巨巨,朱永甫. 装配式复合箍筋约束高强混凝土柱恢复力模型研究 [J]. 振动与冲击,2022,41(10):205-214.
- [3] 盖彤彤. 钢筋混凝土矩形柱恢复力模型的智能预测方法研究 [D]. 青岛:青岛理工大学,2024.
- [4] 李艳艳,潘进,岳圆圆,等. HRB600E 高强钢筋混凝土柱抗震性能及恢复力特性 [J]. 东北大学学报(自然科学版),2023,44(1):130-137.
- [5] 史亚娟. 高轴压比装配式约束高强混凝土柱抗震性能研究 [D]. 厦门:华侨大学,2021.
- [6] 张娇磊,李进,李书锋,等. 基于损伤退化的钢筋混凝土柱参数分析及恢复力模型 [J]. 铁道科学与工程

学报,2020,17(8):2083-2092.

- [7] 邢国华,王浩楠,王溢菲,等. 高强混凝土多重复合芯柱恢复力模型研究 [J]. 震灾防御技术,2021,16(2):326-338.
- [8] 邵明哲. 钢筋混凝土短柱抗震性能尺寸效应研究 [D]. 北京:北京建筑大学,2022.
- [9] 宗定. 弯剪破坏型 RC 柱的剩余承载力评估方法研究 [D]. 西安:西安工业大学,2024.
- [10] 马泽峰,陆洲导,余江滔,等. 高强混凝土扁柱拟静力试验 [J]. 同济大学学报(自然科学版),2013,41(5):652-658.
- [11] 商兴艳,余江滔,马泽峰. 地震力作用角度对短肢剪力墙抗震性能的影响 [J]. 结构工程师,2013,29(2):75-80.
- [12] 李莹辉,蒋欢军. 型钢混凝土剪力墙基于性能的有害层间位移角限值研究 [J]. 结构工程师,2020,36(3):19-27.
- [13] 陆征然,赵婉东,郭超. 基于 BP 神经网络的缺陷 CFST 短柱承载力预测 [J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版),2021,37(4):702-708.
- [14] 黄永安,张超凡. 外方内双圆箍筋约束高强混凝土柱抗震性能试验研究 [J]. 工业建筑,2019,49(6):87-93.
- [15] 姜磊,郑春梅,冯丽娜. 恢复力模型中求突变折点的一种新方法 [J]. 地震工程与工程振动,2020,40(2):171-176.