

# 土力学教学中三相指标计算实用程序开发

陈宝,林明琛,饶红玉

(同济大学 土木工程学院 地下建筑与工程系,上海 200092)

**摘要:** 在土力学教学、学习及实际岩土工程设计计算中,土壤三相比例指标的换算是必备的基础技能。同时,土壤三相比例指标计算较为繁琐且易出错,会影响到学生对课程学习的兴趣,不利于学生对知识点的掌握。为提高教学质量,运用 C++ 编程语言开发了一个可用于计算土壤三相指标的实用计算程序。该程序梳理选取 8 个常用土壤三相比例指标,利用其中任意 3 个已知指标,通过求解非线性方程组得到 3 个基本指标,再进一步计算得到其他换算指标。该程序不仅为土力学教学提供一个辅助教学工具,也为学生将来运用土力学知识解决复杂岩土工程问题提供一个简便计算工具。

**关键词:** 土力学;三相比例指标;C++ 编程

**中图分类号:** TU441.31

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1672-1144(2024)05-0213-06

## Practical Program Development of Three Phase Index Calculation in Soil Mechanics Teaching

CHEN Bao, LIN Mingchen, RAO Hongyu

(Department of Geotechnical Engineering, College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** In the teaching and learning process of soil mechanics and the practical design calculations of geotechnical engineering, the conversion of soil three-phase ratio index is an essential fundamental skill. At the same time, the calculation of soil three-phase ratio index is tedious and error-prone, which can affect students' interest and hinder their mastery of the knowledge points. In order to improve the quality of both teaching and learning, a practical program for calculating soil three-phase index is developed with C++ programming language. The program selects 8 commonly used soil three-phase ratio indexes, and by utilizing any three known indexes, it solves a system of nonlinear equations to obtain 3 basic indexes, and further calculates other conversion indexes. The program not only provides an auxiliary teaching tool for soil mechanics teaching, but also provides a simple calculation tool for students to apply soil mechanics knowledge to solve complex geotechnical engineering problems in the future.

**Keywords:** soil mechanics; three-phase ratio index; C++ programming

土力学是土木工程、地质工程、水利工程及交通工程等专业本科生的必修课,是一门主要研究土体在力的作用下的应力-应变-时间关系和土体强度的应用学科。作为工程力学的一个分支,它提供了定量研究的理论基础和方法,以研究土体中可能产生的地质作用。与其他力学学科相比,土力学的基本理论体系还不够成熟完善,各个章节的内容之间相对独立,知识点琐碎,公式较多,逻辑系统性和依赖关系不强<sup>[1]</sup>。在土力学教学和学习中需涉及土壤三相指标、土中应力、土体固结度、地层压缩变形、土的强度和稳定性等大量计算内容。其中,土的三

相指标换算问题是土力学课程学习的入门问题,也是整个土力学学习过程中经常会碰到的问题,同时还是解决其他学科后续复杂问题的第一步。三相指标换算过程涉及概念较多且计算繁复,枯燥和易错的计算工作会影响到学生对土力学课程学习的兴趣,也会影响学生对知识点的掌握和学习效果<sup>[2]</sup>。

在土力学教学实践中,目前还没有成熟的土壤三相指标换算程序,本文拟使用 C++ 编程软件开发一个实用的计算土壤三相指标的应用程序,为土力学教学提供一个辅助教学工具,方便课堂教学及课后答疑,同时也能作为 C++ 课程的实践题目,锻炼

学生编程解决实际问题的能力;也能为学生将来运用土力学知识解决复杂岩土工程问题提供计算工具,帮助学生熟练掌握土的三相指标的换算,为今后土力学或是其他相关课程的学习提供便利,加快计算分析的速度,提高学生的专业素养。

### 1 土的三相指标及换算

土的三相比例指标,系指土壤中固相、液相与气相在体积及质量分配上所呈现的比例关系,它反映了土的基本情况,是评估土壤工程性质时不可或缺且最为基础的物理性质参数。

为推导土的三相比例指标,通常把在土体中实际处于分散状态的三相物质理想化地分别集中在一起,构成如图 1 所示的三相图<sup>[3]</sup>。在左边标注的是土体中各部分的质量关系,而右边标注的是土体中各部分的体积。

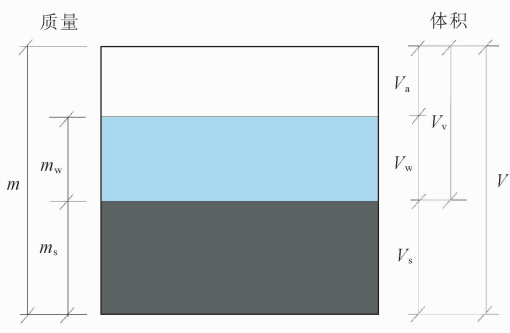


图 1 土的三相构成图

土的三相比例指标,根据指标的获取方式不同,可划分为两大类:试验指标与换算指标。

试验指标系指通过直接实验测量手段获取的性质参数,具体涵盖土粒比重、土的密度和含水率。此外,还存在一系列通过计算推导得出的土的性质参数,这些参数被归类为换算指标,具体包括土的干密度或称干重度、饱和密度或称饱和重度、有效重度、孔隙比、孔隙率以及饱和度。

土的三相比例指标之间可以互相换算,根据土的密度、土粒比重和含水率三个试验指标,可以换算求得全部计算指标,也可以用某几个指标换算其他的指标<sup>[3]</sup>。

图 2 所示的是土的三相指标计算图,若假定土的颗粒体积  $V_s=1$ ,则孔隙体积  $V_v=e$ ,总体积  $V=1+e$ ,颗粒质量  $m_s=V_s G_s \rho_w = G_s \rho_w$ ,水的质量  $m_w = \omega m_s = \omega G_s \rho_w$ ,总质量  $m = G_s(1+\omega)\rho_w$ 。于是根据定义,土的三相指标换算关系如表 1 所示。可以通过下面这个例题来更为直观地理解土的三相比例指标

换算问题。

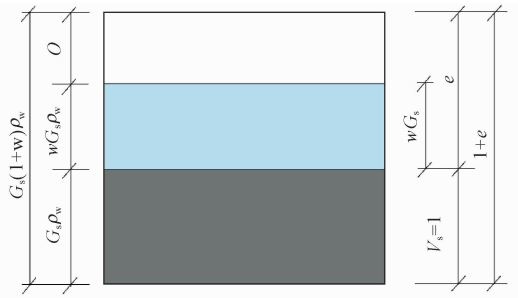


图 2 土的三相指标计算图

表 1 土的三相比例指标换算关系

换算指标	用试验指标计算的公式	用其他指标计算的公式
孔隙比 $e$	$e = \frac{G_s(1+\omega)\rho_w}{\rho} - 1$	$e = \frac{G_s \gamma_w}{\gamma_d} - 1$ $e = \frac{\omega G_s}{S_r}$
饱和重度 $\gamma_{sat}$	$\gamma_{sat} = \frac{\gamma(G_s - 1)}{G_s(1+\omega)} + \gamma$	$\gamma_{sat} = \frac{(G_s + e)}{1 + e} \gamma_w$ $\gamma_{sat} = \gamma' + \gamma_w$
饱和度 $S_r$	$S_r = \frac{\gamma G_s \omega}{G_s(1+\omega)\gamma_w - \gamma}$	$S_r = \frac{\omega G_s}{e}$
干重度 $\gamma_d$	$\gamma_d = \frac{\gamma}{1+\omega}$	$\gamma_d = \frac{G_s}{1+e} \gamma_w$
孔隙率 $n$	$n = 1 - \frac{\gamma}{G_s(1+\omega)\gamma_w}$	$n = \frac{e}{1+e}$
有效重度 $\gamma'$	$\gamma' = \frac{\gamma(G_s - 1)}{G_s(1+\omega)}$	$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$

注:  $G_s$  为土粒比重;  $\rho_w$  为水的密度;  $\rho$  为土的密度;  $\gamma_w$  为水的重度;  $\omega$  为含水率;  $\gamma$  为土的重度。

例:已知土的重度  $\gamma = 17.0 \text{ kN/m}^3$ 、土粒比重  $G_s = 2.72$  和含水率  $\omega = 10.0\%$ ,求孔隙比  $e$ 、饱和度  $S_r$  和干重度  $\gamma_d$ 。

解:两种方法可用来求解这道题目。方法一是利用上文表格中换算关系的各个公式直接计算各求解指标;方法二则需要借助三相图,首先画出三相图,再利用题目中给出的指标分别求出气、液、固三相的重力和体积,最后求解各指标。

方法一:

$$e = \frac{G_s(1+\omega)\rho_w}{\rho} - 1 = \frac{2.72 \times (1+10.0\%) \times 9.81}{17.0} - 1 = 0.727$$

$$S_r = \frac{\omega G_s}{e} = \frac{10.0\% \times 2.72}{0.727} = 34.7\%$$

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1+\omega} = \frac{17.0}{1+10.0\%} = 15.5 \text{ kN/m}^3$$

方法二:

设土粒体积  $V_s = 1 \text{ m}^3$ , 则:

土粒所受的重力

$$W_s = V_s G_s \gamma_w = 1 \times 2.72 \times 9.81 = 26.68 \text{ kN}$$

水所受的重力

$$W_w = \omega W_s = 10.0\% \times 26.68 = 2.67 \text{ kN}$$

土所受的重力

$$W = W_s + W_w = 26.68 + 2.67 = 29.35 \text{ kN}$$

已知土的重度  $\gamma = 17.0 \text{ kN/m}^3$ , 则:

土的体积

$$V = \frac{W}{\gamma} = \frac{29.35}{17.0} = 1.727 \text{ m}^3$$

孔隙体积

$$V_v = V - V_s = 1.727 - 1 = 0.727 \text{ m}^3$$

水的体积

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_w} = \frac{2.67}{9.81} = 0.272 \text{ m}^3$$

之后,可进一步求解计算:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{0.727}{1} = 0.727$$

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} = \frac{0.272}{0.727} = 0.374 = 37.4\%$$

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{26.68}{1.727} = 15.4 \text{ kN/m}^3$$

此两种方法计算的数值在尾数上有些许误差,这主要是由于采用方法二进行计算时,误差会逐步累积所致,因此在工程实践中,通常倾向于采用第一种方法进行计算。

但在学习阶段的解题过程中,把表1中的换算公式全都背下来显然是不可能也无必要的,查表做题这种方法非常繁琐且并不方便,而且大多数情况下实际已知的三个指标并不一定都是土的试验指标。在没有计算工具的条件下,即使是查表计算也非常麻烦,所以大多数情况下手工计算三相指标还是会选用假设土的颗粒体积  $V_s = 1 \text{ m}^3$ , 然后根据定义计算土的换算指标的方法。

由以上例题可见,这种手工换算明显缺点就是计算量大且存在误差累积,容易出现计算错误。

## 2 程序开发原理

本文针对土的三相指标及其换算问题,梳理并选取8个常用土壤三相比例指标(土粒比重  $G_s$ 、土的含水率  $\omega$ 、土的天然重度  $\gamma$ 、干重度  $\gamma_d$ 、饱和重度  $\gamma_{sat}$ 、孔隙比  $e$ 、孔隙率  $n$  和饱和度  $S_r$ ), 利用C++程序设计语言编制一个实用计算程序,实现利用任意3个已知指标,通过求解非线性方程组得到3个基

本指标(土粒比重  $G_s$ 、含水率  $\omega$  和孔隙比  $e$ ), 再进一步计算得到其他换算指标的功能。此外,程序还具备能够根据输入数据及计算结果,分析指标合理性并输出提示的功能,以及兼备可修改重力加速度、输入数据一键清零等基本实用功能。

该实用计算程序的编制流程为:

- 1) 指标选取及基本指标(土粒比重,含水率和孔隙比)确定。
- 2) 运用牛顿迭代法由已知指标求解基本指标。
- 3) 由基本指标换算其它计算指标。
- 4) 制作应用程序界面和发布应用程序。

### 2.1 基本指标和计算指标

解决土的三相指标换算问题面临的首要问题是三个基本指标的选择。在上一节中,取三个试验指标为基本指标,其余五个换算指标均由三个试验指标计算得到,这种基本指标的选择方案在实验室环境下适用性较强,但换算指标的计算公式比较复杂且有失一般性。

为了兼顾一般性及计算的简便性和准确性,本程序选择土粒比重  $G_s$ 、含水率  $\omega$  和孔隙比  $e$  等3个指标作为基本指标;其它常用指标如天然重度  $\gamma$ 、干重度  $\gamma_d$ 、饱和重度  $\gamma_{sat}$ 、孔隙率  $n$  和饱和度  $S_r$  等5个指标为计算指标。如此,本程序共涉及8个常用土壤三相指标,能基本涵盖土力学和相关课程所需的三相指标体系,其他程序未涉及的指标可利用此8项指标通过简单换算求得。

### 2.2 由已知指标计算基本指标

选定的8个三相指标之间仍存在较为复杂的相关性,在由已知指标计算基本指标的问题解决过程中,不可避免地要涉及非线性方程组的求解问题,由此引出了本文编程需要解决的关键问题——非线性方程组求解<sup>[4]</sup>。

非线性方程组常用的求根方法分为区间法和迭代法两大类,其中牛顿迭代法又称为牛顿-拉夫逊(拉弗森)方法<sup>[5]</sup>。该法广泛用于计算机编程中,故本程序中非线性方程组的求解选择使用牛顿迭代法<sup>[6]</sup>。

牛顿迭代法通过将非线性方程  $f(x) = 0$  在其解的近似值  $x_0$  某个邻域内,进行局部线性化处理,从而进行数值求解。在  $x_0$  的某邻域内,将  $f(x)$  展开为泰勒级数:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)(x - x_0)^2}{2!} + \dots +$$

$$\frac{f^{(n)}(x_0)(x-x_0)^n}{n!} + R_n(x) \quad (1)$$

保留线性部分,使其等于 0,即:

$$f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) = 0 \quad (2)$$

在此情境下,将上述表达式视为非线性方程  $f(x) = 0$  的一个近似方程。函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处的导数  $f'(x_0)$  非零,则其解为:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (3)$$

可得到迭代关系式:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (4)$$

如  $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$ ,则算法收敛,停止计算。

可进一步推广牛顿迭代法,以期对非线性方程组进行求解。具体而言,通过将针对函数  $f(x)$  的方法,拓展至向量函数  $F(x)$  的情境,就能够将此求根策略有效地应用于方程组。

将函数  $F(x)$  的分量  $f_i(x)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 在点  $x^{(k)} = (x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})^T$  处进行多元函数泰勒展开,并保留其线性部分,得到近似表达式:

$$F(x) \approx F(x^{(k)}) + F'(x^{(k)})(x-x^{(k)}) \quad (5)$$

随后,以此近似表达式构造出线性方程组:

$$F'(x^{(k)})(x-x^{(k)}) = -F(x^{(k)}) \quad (6)$$

其中

$$F'(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (7)$$

称为  $F(x)$  的雅可比(Jacobi) 矩阵。

求解线性方程组,并记解为  $x^{(k+1)}$ ,则得:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - F'(x^{(k)})^{-1}F(x^{(k)}) \quad (k = 0, 1, \dots) \quad (8)$$

如果

$$|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}| < \varepsilon \quad (9)$$

则算法收敛,停止计算。

在本程序中,根据三个基本指标土粒比重、含水率和孔隙比的初值或其他三相比例指标的赋值,根据土的三相比例指标换算关系构建非线性方程组,使用牛顿迭代法求解,可得到三个基本指标最终解,进而进一步求解其他计算指标。

### 2.3 由基本指标求解计算指标

在求得基本指标(土粒比重、含水率和孔隙比)之后,就可利用公式(10)求解其它计算指标:天然重度、干重度、饱和重度、孔隙率、饱和度。

$$\begin{cases} \gamma = \frac{gG_s(1+\omega)}{1+e} \\ \gamma_d = \frac{gG_s}{1+e} \\ \gamma_{sat} = \frac{g(G_s+e)}{1+e} \\ n = \frac{e}{1+e} \\ S_r = \frac{\omega G_s}{e} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $g$  为重力加速度。

## 3 程序编制过程

### 3.1 定义基本指标和计算指标之间的关系

在一个 double 型函数 fun 中,定义三个基本指标土粒比重、土的含水率和孔隙比及重力加速度为 double 型数据,并按照前述基本指标求解计算指标的公式(10),使用 switch 条件语句及 int 型数据 No 对八个指标编号(见表 2)。

然后用一个 double 型数据 res 存储基本指标及计算指标与基本指标之间的函数关系。

表 2 指标编号

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
指标	$G_s$	$\omega$	$e$	$\gamma$	$\gamma_d$	$\gamma_{sat}$	$n$	$S_r$

### 3.2 编写三相指标换算程序

程序部分的编制包括定义功能函数和编写主程序等两部分<sup>[7]</sup>。

#### 3.2.1 定义功能函数

为了实现非线性方程组的求解,需要首先创建雅可比矩阵。为此,编写定义三个 double 型函数 dfG、dfw 和 dfe,其功能为对各指标的函数表达式求其对土粒比重、含水率和孔隙比的偏导数。根据以上三个函数编写定义函数 fun 的雅可比矩阵并存储在 void 型函数 jacobi 中。

然后,编写定义 void 型函数 MatrixInver 和 double 型函数 Surplus,功能分别是求矩阵的转置及求矩阵行列式的值,借助这两个函数进一步编写定义 void 型函数 MatrixOpp 来计算矩阵的逆。

#### 3.2.2 编制主程序

在主程序中,先定义各指标名的字符串及各 double 型数据(即土粒比重、含水率和孔隙比及其微分、重力加速度),并给三个基本指标土粒比重、含水率和孔隙比赋初值,例如  $G_s = 2.5$ 、 $\omega = 0.3$  和  $e = 0.5$ 。

然后使用 if 条件语句识别是否有数据输入(若数值等于默认值零则认为没有数据输入),则取三项基本指标的设定初值数据进行计算。

在 for 语句的循环框架内,先使用 if 条件语句嵌套 switch 条件语句识别是否有三个基本指标土粒比重、含水率和孔隙比数据的输入。若有,则将输入的对应该数据替换指标初值;否则视同初始数值。

在 do-while 循环语句框架下,用输入的数据及 jacobi 函数计算形成雅可比矩阵,并用 MatrixOpp 函数求出雅可比矩阵的逆。使用前述牛顿迭代法,结合雅可比矩阵的逆,计算求解一个三元一次线性方程组得到三个基本指标的微分  $dG$ 、 $dw$  和  $de$ 。令  $G = G + dG$ 、 $w = w + dw$  和  $e = e + de$ ,得到三项基本指标经第一次迭代后的解。

检查  $dG$ 、 $dw$  和  $de$  中任意一个数值的绝对值是否大于  $10^{-6}$ 。若是,则继续执行 do-while 循环语句;如若  $dG$ 、 $dw$  或  $de$  中任意一个数的绝对值小于  $10^{-6}$ ,则结束 do-while 循环,当前迭代得到的解即为非线性方程组的解,即三个基本指标(土粒比重、含水率和孔隙比)最终解。

最后,由计算得到的三个基本指标和重力加速度  $g$ ,利用 fun 函数进一步计算得到其他五个计算指标(天然重度、干重度、饱和重度、孔隙率、饱和度)。

### 3.3 对话框界面及应用程序的制作

本程序使用 MFC 编程,对话框选择版权信息对话框类 CAboutDlg,并增加 DDX/DDV 支持。为 CMY3PIDlg 制作对话框界面,放置控件,设置控件属性,然后为控件连接变量即为控件命名,最后添加并编写消息处理函数<sup>[8]</sup>。

对话框界面显示各指标的编号、名称和单位,指标数据分为已知栏和结果栏两栏显示,且默认值为零。每个指标及重力加速度都有单独的关联对应变量的编辑框,且只有已知栏编辑框中的数据输入是有效的;然后编写具有相应功能的“计算”、“初值清零”和“退出”按钮;最后将所有控件合理的布置在对话框内。

程序编写完成且调试通过后,即可使用 Visual Studio 软件发布生成 release 版本的 exe 文件正常使用。

### 3.4 程序使用示例

双击图标打开程序,程序初始界面如图 3 所示。使用前述例题中的数据,已知土的试验指标重度  $\gamma = 17.0 \text{ kN/m}^3$ 、土粒比重  $G_s = 2.72$  和含水率  $\omega = 10.0\%$ ,将已知指标数据对应填入,应注意程序中含水率的单位是小数。

单击“计算”按钮,结果栏中即能输出计算结果,如图 4 所示。



图 3 应用程序初始界面



图 4 输出计算结果界面

与第 2 节例题中的计算结果进行比较可以发现,程序计算所得结果更为精确。提高计算精度可通过加强收敛条件实现,但加强收敛条件时应注意计算量的增加可能导致计算耗时增加。

在窗口左下角有“重力加速度”输入框,使用者可根据需要在计算前更改重力加速度的数值。

单击“初值清零”按钮,即可一键将已知指标全部清零,从而为下次计算做好准备。

单击“退出”按钮即可退出本程序。

## 4 教学应用

本程序在开发过程中涉及土力学土壤三相指标的概念理解、换算和应用等多方面知识,以及 C++ 编程语言学习的很多知识点。

在土壤三相指标知识学习方面。要求学生全面深入理解和掌握各指标的基本概念、相互之间的联系和区别,并熟练掌握和运用指标换算的计算原理和方法。在进一步学习《数值计算》课程相关知识的基础上,理解和掌握非线性方程组求解的原理和方法,为程序编制开发打下良好基础。

在 C++ 程序编程学习方面。在程序开发之初,

组织正在学习《土力学》课程的三年级优秀本科生,结合和运用他们在二年级学习过的《C++ 程序设计》课程的编程知识和技能,并在进一步学习和掌握 C++ 语言 Windows 应用程序编程技巧的基础上,按程序功能目标模块划分项目任务、分组实施。在统一函数数据接口(参数名、类型)的前提下,各组分别开展程序开发工作,包括:数据输入(含数据初始判定)、输出模块、基本指标计算模块(含非线性方程组的求解)、换算指标计算模块及应用程序窗口制作模块等,最后在整合成一个完整的应用程序并发布。本应用程序的开发,不仅为土力学教学授课形式单调这一难题提供了解决思路<sup>[9]</sup>,将启发式与互动式教学模式引入实验教学中,以研究性思维指导实验教学,激发学生的学习兴趣和创新积极性<sup>[10]</sup>,还为《C++ 程序设计》课程提供了一些很好的练习题目,更好地促进了学生对两门课程相关知识点和技能的学习。

在本程序的教学应用方面。在《土力学》课程及相应实验课中,有很多地方都需要进行三相指标换算,如密度实验、固结实验、直剪实验、三轴实验等,利用本程序能极大方便学生的实验数据处理和分析工作,节省了大量手工指标换算时间且保证了实验数据正确率,提高了实验报告完成质量。在土力学试验学时少的情况下<sup>[11]</sup>,学生有更多的时间用于对实验原理、方法和步骤的学习和思考,有效地提升了学生通过实验学习土壤固结、变形和强度等知识的效果。本程序也可与模拟试验系统、工程实例分析等相结合,增强学生的学习兴趣<sup>[12]</sup>。同时,若本程序能够与虚拟仿真试验相结合,能够进一步激发学生学习的兴趣,提高学生学习效率和质量,通过试验让学生对土的三相比例换算等内容有直观的认识,不仅能使学生从被动学习转变为主动学习,也能通过新技术优势重新焕发传统工科实验教学的活力<sup>[13-15]</sup>。此外,在学生开展与土力学有关的创新科技项目或本科生导师制科研项目研究中,有了本应用程序的帮助,也提高了研究项目的执行速度和完成质量。因此,本程序不仅能辅助《土力学》课程教学,也是学生运用土力学知识解决岩土工程问题的好帮手。

## 5 结 语

本文介绍了运用编程语言开发一个可用于计算土壤三相指标的实用程序的计算原理和程序编制过程。该程序梳理选取了 8 个常用土壤三相比例指标,利用其中任意 3 个已知指标,通过求解非线性方

程组得到土粒比重  $G_s$ 、含水率  $\omega$  和孔隙比  $e$  等 3 个基本指标,再进一步计算得到其他常用指标,如天然重度  $\gamma$ 、干重度  $\gamma_d$ 、饱和重度  $\gamma_{sat}$ 、孔隙率  $n$ 、饱和度  $S_r$  等。该程序不仅为土力学教学提供一个辅助教学工具,也为学生将来运用土力学知识解决复杂岩土工程问题提供一个简便计算工具。

## 参考文献:

- [1] 戴北冰,赵红芬,常 丹,等.“虚实结合”在土力学教学中的探索与实践[J]. 高等建筑教育,2023,32(4): 112-119.
- [2] 李天霄,刘 东,刘继龙. 新工科背景下土力学课程教学改革与实践[J]. 黑龙江教育(高教研究与评估), 2024(9):18-20.
- [3] 钱建固,袁聚云,等. 土质学与土力学[M]. 第 5 版. 北京:人民交通出版社,2016.
- [4] Curtis F Gerald, Patrick O Wheatley. 应用数值分析[M]. 白峰杉译. 第 7 版. 北京:高等教育出版社,2006.
- [5] 李庆扬,等. 非线性方程组数值解法[M]. 北京:科学出版社,1987.
- [6] 蔡大用,白峰杉. 现代科学计算[M]. 北京:科学出版社,2000.
- [7] 龚沛曾,杨志强,等. C/C++ 程序设计教程[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
- [8] 刘 涛,贾丽娟,周剑强,等. Visual Studio 2015 下基于 MFC 对话框工程的创建与控件的编程技巧[J]. 黑龙江科技信息,2016(9):173-174.
- [9] 戴北冰,赵红芬,常 丹,等.“虚实结合”在土力学教学中的探索与实践[J]. 高等建筑教育,2023,32(4): 112-119.
- [10] 加 瑞,雷华阳,刘景锦,等. 土力学课堂和实验教学改革探索与实践[J]. 高等建筑教育,2021,30(6): 39-46.
- [11] 童晨曦,赵春彦,张 升,等. 基于课堂演示实验的《土力学》课程教学改革探讨[J]. 水利与建筑工程学报,2022,20(4):240-244.
- [12] 向先超. 计算机模拟在土力学试验教学中的应用研究[J]. 教学研究,2016,39(5):104-107.
- [13] 陈剑为,田君华,陈 曦,等. 土力学虚拟仿真实验模块的开发与建设[J]. 高等建筑教育,2018,27(6): 155-160.
- [14] 孔伟阳.“新工科”背景下土力学实验特点与教学模式探讨[J]. 科学咨询(教育科研),2022(9):104-106.
- [15] 朱 锐,周 峰,刘 恒. 新工科背景下多学科交叉融合的土力学实验教学模式探索[J]. 大学,2023(11):81-84.