

大体积混凝土结构温度场冷却水管 模拟的叠单元法

丁建新¹, 黄艳艳²

(1. 长江勘测规划设计研究有限责任公司, 湖北 武汉 430010;

2. 中国电建集团西北勘测设计研究院有限公司, 陕西 西安 710065)

摘要: 水管冷却是大体积混凝土结构重要的温控措施, 如何准确模拟其作用是温度场分析中的关键问题之一, 由于冷却水管尺寸相对大体积混凝土结构相差较大, 其精细模拟是仿真计算的重点。论文提出了大体积混凝土冷却水管模拟的叠单元法。首先, 将结构划分为不含冷却水管的整体网格和各冷却水管附近区域的局部网格, 整体网格和局部网格相互独立。然后, 在局部网格范围内直接采用常规有限元格式, 在局部网格的外边界面上设置耦合面, 通过热传导方程的协调, 实现整体网格与局部网格的耦合。最后, 应用本文方法分析了单管和多层弯管的算例, 对其计算精度进行了验证。结果表明: 叠单元法网格离散简便易行, 可兼顾精度与效率, 有望应用于工程实际。

关键词: 水工结构; 大体积混凝土; 温度场; 叠单元法; 冷却水管

中图分类号: TV314

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2023)02-0095-06

Superposed Element Method for Cooling Pipes in Mass Concrete Temperature Field Simulation

DING Jianxin¹, HUANG Yanyan²

(1. Changjiang Survey, Planning, Design and Research Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430010, China;

2. PowerChina Northwest Engineering Corporation Limited, Xi'an, Shaanxi 710065, China)

Abstract: Pipe cooling is an important measure for controlling the temperature in mass concrete, so it is one of the key problems to specifically simulate the effect of the cooling pipes in temperature field analysis. Because the size of cooling pipe is quite small compare to mass concrete structure, its exact simulation is the focus of simulation calculation. In this paper, a new method called superposed element method (SEM) is proposed to analyze the temperature field of mass concrete with cooling pipes in it. Firstly, the structure is divided into two independent meshes: one is the global mesh without cooling pipes, and the other is the local mesh of the cooling pipes together with its adjacent region. Secondly, the elements within the local mesh is treated based on FEM, and the two independent meshes are coupled together through the coupling surface by the coordination of heat conduction. Finally, using the SEM proposed in this paper, two numerical models with a single pipe and many pipes were analyzed and the calculation precision was validated. The convenient process of grid discretization and good performance in both precision and efficiency show the feasibility of the new method in engineering application.

Keywords: hydraulic structure; mass concrete; temperature field; superposed element method; cooling pipe

水管冷却是大体积混凝土结构重要的冷却方式, 因此如何准确模拟冷却水管的作用是温度场分

析中的关键问题之一。由于实际工程中水管数目众多、管径细小、蛇形布置、水温沿程不断变化, 且实际

通水过程中采用分期通水方式等,因此,含冷却水管混凝土温度场是一个复杂三维瞬态温度场,进行准确模拟的难度较大。

目前,水管冷却效应的数值计算方法总体上包括等效方法和离散方法。现在较多采用的是有限元等效方法^[1-3],该方法把冷却水管看成热汇,在平均意义上考虑水管冷却的效果,无法模拟水管附近的局部温度梯度。离散模拟方法则在每个冷却水管周围布置密集的单元^[4-7],能够比较准确地计算水管附近的温度分布,但该方法建立有限元模型工作量大,在实际工程应用时难以实现。最近有学者提出复合单元法^[8-9],可以离散模拟冷却水管的作用而又无需在模型中离散水管,前处理工作量大大减少,但其精度仍依赖于整体有限元网格尺寸,且计算速度有待提高。

本文借鉴叠单元法在应力应变分析^[10-12]、渗流分析^[13-14]中的思路,提出了大体积混凝土温度场分析中冷却水管模拟的叠单元法(Superposed Element Method,简称 SEM)。此方法网格离散简便易行,含冷却水管的局部网格能动态参与计算,既保证了水管附近较高的精度,同时又减少了仿真的工作量,有望应用于工程实际。

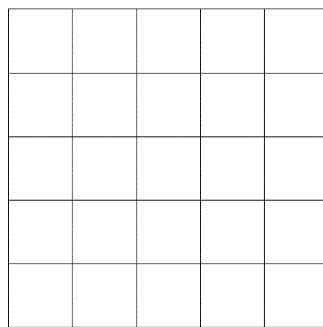
1 温度场仿真分析的叠单元法

1.1 网格离散

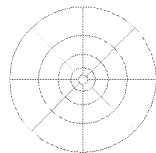
对于含冷却水管的结构,将其离散为不包含冷却水管的整体网格和冷却水管附近区域的局部网格,网格之间相互独立。由于整体网格中不考虑冷却水管的存在,单元尺寸可以较大,因此其网格离散简单,且单元形态易控制。局部网格只用考虑冷却水管附近的较小区域,可以采用较小的单元尺寸对冷却水管进行精细模拟。参照文献[12-13]中的计算结果,冷却水管局部网格的范围可以取为 1.2 m~1.5 m。

1.2 温度插值模式

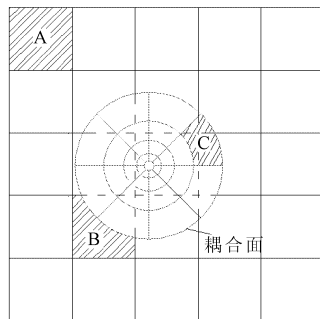
在整体网格和冷却水管局部网格均独立划分完成后,需要将两者叠加起来,以便统一描述温度场。图 1 所示是网格叠加的示意图,整体网格中被局部网格覆盖的部分(包括完整单元和残缺单元),均作为无效单元,剩下的有效单元分为三类:(1) A 类:整体网格中,完全不被局部网格覆盖的完整单元;(2) B 类:整体网格中,被局部网格部分覆盖后的残缺单元;(3) C 类:局部网格中的完整单元。



(a) 不含冷却水管的整体网格



(b) 水管附近局部网格



(c) 两套网格的叠加

图 1 网格叠加示意图

对上述 A 类和 C 类完整单元,直接采用常规有限元格式进行温度场函数离散。对 B 类残缺单元,因其形状不规则,可采用基于有限元的数值流形格式^[15],将原来的完整单元结点作为其虚结点即可实现温度场函数的离散。

1.3 耦合面假定

由于前述整体网格和冷却水管局部网格相互独立,因此,在冷却水管局部网格的外边界面上,温度场函数不连续。为实现整体网格与冷却水管局部网格的耦合,需要假定冷却水管局部网格的外边界面上存在耦合面,具体如下:

(1) 假定该界面具有微小的虚拟厚度 t 。

(2) 界面无绝热温升,其法向热流密度在厚度方向上保持不变,亦即界面上的温度在厚度方向上呈线性变化。

(3) 界面上的法向导温系数 a_n 非常大,切向导温系数 $a_s = 0$ 。

1.4 热传导方程

对于整体网格和冷却水管局部网格中的有效单

元内任意点,其温度函数可以分别表示为:

$$\begin{aligned} T_G &= [N]_G \{\bar{T}\}_G \\ T_L &= [N]_L \{\bar{T}\}_L \end{aligned} \quad (1)$$

式中:下标 G 和 L 分别表示整体和局部网格, $[N]$ 是形函数矩阵, $\{\bar{T}\}$ 是结点温度。温度方程可分别表示为:

$$\begin{cases} [K]_G \{\bar{T}\}_G = \{F\}_G \\ [K]_L \{\bar{T}\}_L = \{F\}_L \end{cases} \quad (2)$$

式中: $[K]$ 是热传导矩阵, $\{F\}$ 是热量向量。

由于不考虑界面的生热,界面上的泛函可写为:

$$I(T)_{GL} = \iiint_{\Omega_{GL}} \left(\frac{1}{2} (\{S\} T)^T [a]_{GL} (\{S\} T) \right) d\Omega_{GL} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial I(T)_{GL}}{\partial \{\bar{T}\}_G} = \frac{t}{2} \iint \left(\frac{2a_n}{t^2} [N]^T [N] \right) \{\bar{T}\}_G - \frac{2a_n}{t^2} [N]^T [N] \{\bar{T}\}_L dx_j dy_j = 0 \\ \frac{\partial I(T)_{GL}}{\partial \{\bar{T}\}_L} = \frac{t}{2} \iint \left(-\frac{2a_n}{t^2} [N]^T [N] \right) \{\bar{T}\}_G + \frac{2a_n}{t^2} [N]^T [N] \{\bar{\varphi}\}_L dx_j dy_j = 0 \end{cases} \quad (6)$$

将此二式记为:

$$\begin{cases} [H]_{GG} \{\bar{T}\}_G + [H]_{GL} \{\bar{T}\}_L = 0 \\ [H]_{LG} \{\bar{T}\}_G + [H]_{LL} \{\bar{T}\}_L = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中 $[H]_{GG}$, $[H]_{GL}$, $[H]_{LG}$, $[H]_{LL}$ 为界面的热传导矩阵,它反映了界面对于整体网格及局部网格的影响,其计算式为:

$$\begin{cases} [H]_{GG} = [H]_{LL} = \frac{t}{2} \iint_{\Gamma_{GL}} \left(\frac{2a_n}{t^2} [N]^T [N] \right) dx_j dy_j \\ [H]_{GL} = [H]_{LG} = \frac{t}{2} \iint_{\Gamma_{GL}} \left(-\frac{2a_n}{t^2} [N]^T [N] \right) dx_j dy_j \end{cases} \quad (8)$$

从上式中还可以看出,界面的法向导温系数 a_n

和虚拟厚度 t 总是以 $\frac{a_n}{t}$ 的形式出现。为便于叙述,定义

$\frac{a_n}{t}$ 为耦合面的导温系数,其取值将在稍后结合具体算例分析进行讨论。

将式(7)和式(2)叠加可得到整体热传导方程:

$$\begin{bmatrix} [H]_G + [H]_{GG} & [H]_{GL} \\ [H]_{LG} & [H]_L + [H]_{LL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{T}\}_G \\ \{\bar{T}\}_L \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [C]_G \{\dot{T}\}_G \\ [C]_L \{\dot{T}\}_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P\}_G \\ \{P\}_L \end{Bmatrix} \quad (9)$$

由此可以看出,叠单元法的热传导矩阵与普通有限元在形式上是类似的。

由于界面的厚度 t 相对很小,其体积微元可写成:

$$d\Omega_{GL} = dx_j dy_j \cdot t \quad (4)$$

于是式(3)的泛函可改写为:

$$I(T)_{GL} = t \iint_{\Gamma_{GL}} \frac{1}{2} (\{S_j\} T)^T [a]_{GL} (\{S_j\} T) dx_j dy_j \quad (5)$$

若将 $\{\bar{T}\}_G$, $\{\bar{T}\}_L$ 看作基本未知量,则界面泛函为二者的函数,为使泛函取得极小值,分别令其对 $\{\bar{T}\}_G$, $\{\bar{T}\}_L$ 的一阶偏导为零,同时由 $a_s = 0$ 假定,可得:

2 关键技术

2.1 时间域离散

温度场在时间域上的离散同有限元一样,均采用显式方法,对于热传导问题的基本方程,可以离散如下:

$$\{[H] + \frac{1}{\Delta t} [C]\} \{T_{n+1}\} + \{-\frac{1}{\Delta t} [C]\} \{T_n\} - \{R\} = 0 \quad (10)$$

2.2 数值积分

(1) 对于 A 类及 C 类单元(见图 1),与常规有限元原理一样,采用常规 2 阶高斯积分即可满足精度要求;

(2) 对于 B 类有效单元,因其为形状不规则的残缺单元,可采用加密高斯点法近似得到数值积分结果,首先,将 B 类单元全部加密高斯点;然后,判断 B 类单元内的每个高斯点是否在局部单元内。若不在,则在计算热传导矩阵时,累加这些高斯点的贡献;若在,则舍去这些点,这样就得到了被局部单元切割的全域单元对热传导矩阵的贡献;

(3) 对于耦合面的积分,考虑到局部网格的尺寸普遍小于整体网格,因此,可直接在耦合面上采用常规 2 阶高斯积分。需要注意的是,对于耦合面上的高斯点,还需要根据其整体坐标计算出其在整体网格中的局部坐标,以便计算整体网格的形函数矩阵。

2.3 水温沿程上升计算

由热传导理论可知,在固体中热波的传播速度与距离的平方成反比,实际工程中水管的间距通常为 1.5 m~3.0 m,而水管的长度往往为 200 m~300 m,因此混凝土内部的热传导主要是在与水管正交的平面内进行,平行于水管方向的混凝土温度梯度是很小的,因此在计算过程中忽略了平行于水管方向的混凝土温度梯度。(1)在与水管正交的方向,每隔一段切取一系列垂直截面,先按平面问题计算各截面的混凝土温度场,然后考虑冷却水与混凝土之间的热量平衡,求出冷却水沿途吸收热量后的温度上升,从而得到冷却水管空间问题的精确解^[4-7]。(2)将水管分成了 N 个截面后,第一次迭代时,假定各个截面的水温都等于进口水温,求出各截面的温度场。(3)采用迭代的算法,设定控制误差,直到各个截面的水温趋于稳定值,此时迭代计算结束。

2.4 冷却水管施工过程动态模拟

随着大体积混凝土的施工,水管逐层铺设并通水冷却,水管附近混凝土温度高,水体温度低,故温度梯度较大。有限元模拟时,水管附近需采用较密的网格,才能达到较高的精度。当浇筑到一定高程后,下部埋设的水管附近温度趋于均匀,冷却水管基本不再起作用,则需采用较粗的网格,以保证较少的计算量。

叠单元模拟混凝土块浇筑后的通水冷却时,激活局部网格单元及其耦合面的高斯点,并去掉被局部网格覆盖的整体单元及其高斯点,此时利用较密的局部网格参与计算,可以获得较高的精度。随着浇筑的上升,下部高程冷却水管的冷却水将带走热量,水温沿程上升,混凝土块的温度逐步下降。停止通水后一段时间,水管周围的温度场将逐渐趋于均匀,此时局部网格将不再起作用,故去掉局部网格单元及耦合面上的高斯点,并激活被局部网格覆盖的整体单元及其高斯点,此时整体单元的节点温度由局部网格插值得到,此后局部网格所有节点将不再参与计算,水管局部网格动态地参与计算,既保证了水管附近获得较高的精度,又减少了仿真中的计算量。

3 算例分析

基于上述叠单元法在温度场计算中的理论,编写了基于叠单元法的三维瞬态温度场计算程序,并对单排冷却水管试件和含多层弯管大体积混凝土模型进行了算例考察。

3.1 单排冷却水管试件

图 2 所示为一长 50 m、宽 5 m、高 5 m 的试件,试件中心处有一个直径 0.032 m 的冷却水管,混凝土初温 22℃,冷却水温度 10℃,通水流速 0.4 m/s。分别采用常规有限单元法和本文提出的叠单元法对该试件进行温度场分析,网格如图 3 所示。有限单元法中,冷却水管附近的网格与叠单元法的局部网格一致,其余部分网格则通过自由剖分得到,总单元数 3 200,结点数 4 131;叠单元法中,冷却水管局部网格的范围取直径 1.5 m 的圆柱体,单元数 1 200,结点数 1 632;整体网格通过均匀剖分得到,单元数 625,结点数 936。

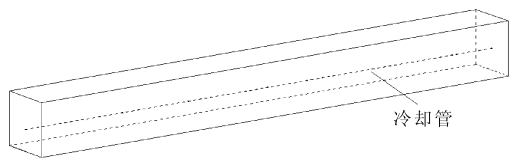
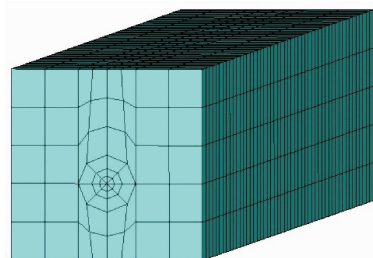
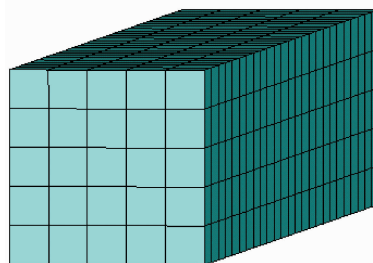


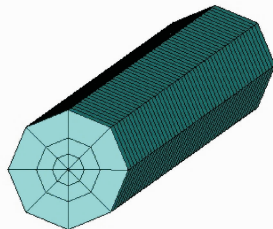
图 2 单排冷却水管试件



(a) 有限元网格



(b) 叠单元整体网格



(c) 冷却水管局部网格

图 3 单排冷却水管试件的网格

对比分析两种方法在不考虑水化热条件下的计算结果,分别计算整理得到水管中间截面不同时刻

的温度分布图,因模型对称,这里只取以水管圆心为原点,向右至试件外边界的沿程各点温度分布,如图 4 所示。

可以看出:叠单元法的计算结果与有限单元法的计算结果吻合较好,在局部网格的外边界处未见明显的不连续现象。

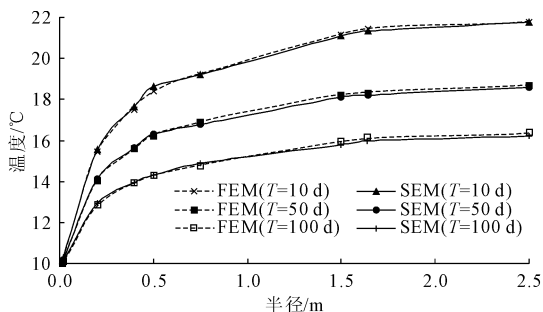


图 4 典型截面不同时刻温度分布图(水管中间界面)

在前面的计算分析中,冷却水管外边界的导温系数为给定值。为揭示这一参数对叠单元法计算精度的影响规律,下面对其进行敏感性分析。为便于成果描述,选取模型中间截面(图 5)中的 A、B 两个特征点,其中, A 点距冷却水管表面 0.184 m, B 点位于冷却水管局部网格的外边界面上。

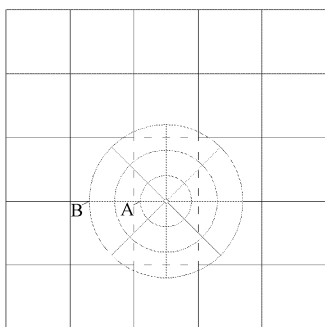


图 5 特征点位置示意图

特征点 A 用于考察叠单元法计算结果相对于有限单元法计算结果的误差,其相对误差计算公式如下:

$$\varepsilon_A = \frac{|T_{SEM} - T_{FEM}|}{T_{FEM}} \times 100\% \quad (11)$$

式中: T_{SEM} 和 T_{FEM} 分别代表叠单元法和有限单元法计算的 A 点温度。特征点 B 是为了分析叠单元法中冷却水管局部网格外边界与整体网格的温度连续性,其相对误差计算公式为:

$$\varepsilon_B = \frac{|T_{SEM-G} - T_{SEM-L}|}{T_{FEM}} \times 100\% \quad (12)$$

图 6 所示为冷却水管局部网格的外边界面导温

系数的敏感性分析结果。图中的横坐标采用界面导温系数 a 的对数 $\lg(a)$; 左侧纵坐标为特征点 A 和 B 的相对误差 ε_A 、 ε_B , 代表计算精度; 右侧纵坐标为求解温度方程组时的迭代步数, 代表计算速度。

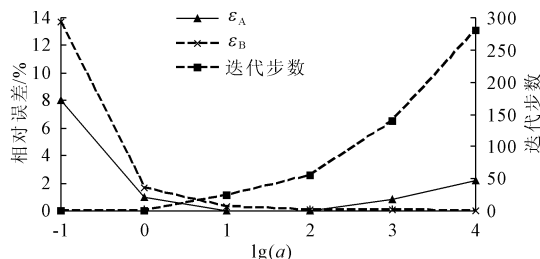


图 6 界面导温系数 a 对计算结果的影响

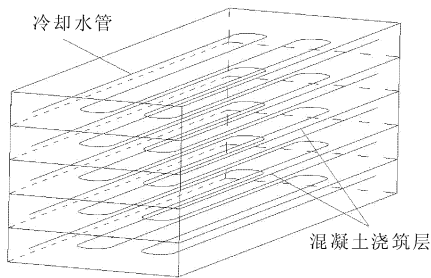
可以看出,随着界面导温系数 a 取值的逐渐增大,求解温度方程组时的迭代步数逐渐增加,而冷却水管附近特征点的温度精度则先增加后减小。显然,如果界面导温系数 a 的取值太小,则界面两侧的温度明显不连续,计算精度较低;如果界面导温系数 a 的取值太大,则温度方程组的性态较差,计算速度较慢,计算精度也不高。综合以上分析建议界面导温系数 a 取 $10 \text{ m}^2/\text{d} \sim 100 \text{ m}^2/\text{d}$ 。

3.2 含多层弯管大体积混凝土模型

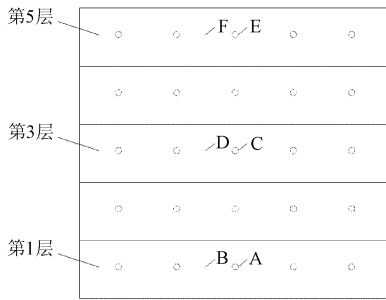
在选取了合适的界面导温系数后,应用叠单元法对水管分期通水的冷却效果进行模拟。图 7 所示为一含多层弯管的大体积混凝土模型,模型总高 15 m,每 3 m 一个浇筑层,共 5 层。为降低浇筑过程产生的温度应力,每个浇筑层内均匀布置了一排蛇形冷却水管,水管管径 0.032 m,间排距 $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ 。假定混凝土初温 22°C ,冷却水温度 10°C ,通水流速 0.4 m/s ,混凝土导温系数 $0.092 \text{ m}^2/\text{d}$,绝热温升为 $\theta = 22.8\tau / (\tau + 2.8)$ 。整体网格及冷却水管局部网格如图 8 所示。整体网格单元数 6 000,结点数 7 072,局部网格单元数 28 080,结点数 37 600,其中界面导温系数取 $31.6 \text{ m}^2/\text{d}$ 。

浇筑过程为 1 d 浇筑一层,每层间歇 10 d,每层均为 3 m,即第 1、2、3、4、5 层水管分别是在第 1 d、10 d、20 d、30 d、40 d 完成浇筑。每一层浇筑后立即开始通水 15 d,然后停止通水,计算总共 55 d 的结果。

图 9 是在考虑水化热条件下施工浇筑过程中模型中间截面第 1 层、第 3 层、第 5 层的特征点温度历时曲线, A、C、E 点分别是第 1 层、3 层、5 层水管附近节点, B、D、F 分别是第 1 层、3 层、5 层两排水管中间节点(见图 7(b))。可以看出:

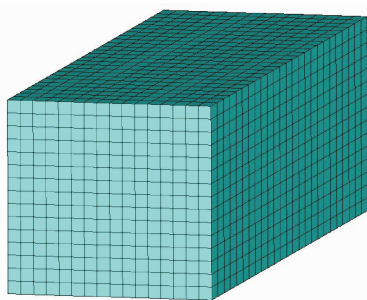


(a) 多层水管整体布置

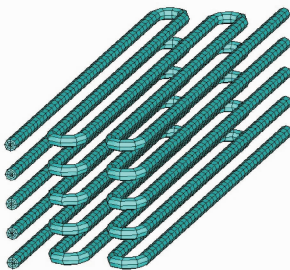


(b) 各层特征点位置

图 7 冷却水管布置示意图



(a) 叠单元整体网格



(b) 冷却水管局部网格

图 8 模型网格

(1) 第 1 d 完成了第 1 层的浇筑,同时开始通水冷却 15 d,这时产生了巨大的水化热温升,通水冷却后,各节点温度上升的趋势逐渐减小并开始呈下降趋势(如图中 A、B 线 1 d~15 d 曲线所示)。

(2) 第 15 d 第一层水管停止通水后,由于冷却水管周围的温度不均匀和少量的水化热作用,冷却水管附近的温度上升非常明显(如图中 A 线 15 d~

30 d 曲线所示),而这时两排水管中间节点的附近温度较为均匀,在少量水化热的作用下,水温开始逐渐小幅升高(如图中 B 线 15 d~30 d 曲线所示)。

(3) 在停止通水后 15 d 左右,即图中第 30 d 附近开始,第一浇筑层内的温度场将趋于稳定(如图中 A、B 线 30 d~60 d 曲线所示)。

(4) 第 3 层和第 5 层的温度变化情况类似于第 1 层的规律。

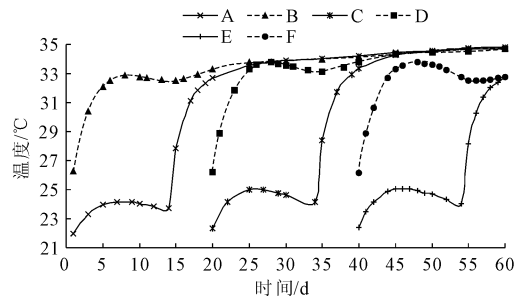


图 9 模型中间截面各层特征点温度变化

以上结果符合实际规律,表明本文方法能够有效模拟实际工程中的冷却水管作用。

4 结 论

本文针对大体积混凝土温度场仿真分析中的冷却水管模拟问题,提出了一种新的计算方法——叠单元法。该方法网格离散简便易行,通过冷却水管局部网格的动态参与计算,既保证了计算精度,同时能合理控制计算量,使得在实际工程中准确模拟冷却水管的作用成为可能,具有广泛的应用前景。

单排冷却水管试件算例表明叠单元法的计算结果与有限单元法的计算结果吻合较好。含多层弯管大体积混凝土模型应用叠单元法对水管分期通水的冷却效果进行了模拟,计算结果符合实际规律,表明本文方法能够有效模拟实际工程中的冷却水管作用。下一步将在该方法中考虑复杂边界条件,并将其应用于工程实际。

参考文献:

- [1] 朱伯芳. 大体积混凝土温度应力与温度控制[M]. 北京:中国电力出版社,1999.
- [2] 朱伯芳. 考虑外界温度影响的水管冷却等效热传导方程[J]. 水利学报,2003(3):49-54.
- [3] 朱伯芳. 考虑水管冷却效果的混凝土等效热传导方程[J]. 水利学报,1991(3):28-34.
- [4] 刘宁,刘光延. 水管冷却效应的有限元结构模拟技术[J]. 水利学报,1997(12):43-49.

- tion type artificial neural network: case study in northern Iran [J]. *Natural Hazards*, 2022, 110(1): 679-694.
- [6] 伍法权, 王年生. 一种滑坡位移动力学预报方法探讨[J]. *中国地质灾害与防治学报*, 1996(S1): 38-41, 85.
- [7] 尹顺德, 冯夏庭, 周辉, 等. 降雨影响下滑坡变形预测的 GA-NN 模型研究[J]. *岩土力学*, 2003(6): 1038-1041.
- [8] 李麟玮, 吴益平, 苗发盛, 等. 基于变分模态分解与 GWO-MIC-SVR 模型的滑坡位移预测研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, 37(6): 1395-1406.
- [9] 杨帆, 许强, 范宣梅, 等. 基于时间序列与人工蜂群支持向量机的滑坡位移预测研究[J]. *工程地质学报*, 2019, 27(4): 880-889.
- [10] Li Changdong, Criss R E, Fu Zhiyong et al. Evolution characteristics and displacement forecasting model of landslides with stair-step sliding surface along the Xiangxi River, three Gorges Reservoir region, China [J]. *Engineering Geology*, 2021, 283: 10596.
- [11] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [12] 汪洋, 殷坤龙, 安关峰. 滑坡敏感因子的灰色关联分析[J]. *岩土力学*, 2004(1): 91-93.
- [13] 黄盛锋, 陈志波, 郑道哲. 基于灰色关联度法和强度折减法的边坡稳定性影响因素敏感性分析[J]. *中国地质灾害与防治学报*, 2020, 31(3): 35-40.
- [14] Zhao Keqin. Theory and analysis of set pair e a new concept and system analysis method [C]//Conference thesis of system theory and regional planning, 1989: 87-91.
- [15] Kasun L L C, Zhou Hongming, Huang Guangbin, et al. Representational learning with ELMs for big data [J]. *Intelligent Systems, IEEE*, 2013, 28(6): 31-34.
- [16] 颜学龙, 马润平. 基于深度极限学习机的模拟电路故障诊断[J]. *计算机工程与科学*, 2019, 41(11): 1911-1918.
- [17] Xue Jiankai, Shen Bo. A novel swarm intelligence optimization approach: sparrow search algorithm [J]. *Systems Science & Control Engineering*, 2020, 8(1): 22-34.
- [18] 周志华. 机器学习[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016.
- [19] 刘晓, 唐辉明, 刘瑜. 基于集对分析的滑坡变形动态建模研究[J]. *岩土力学*, 2009, 30(8): 2371-2378.
- [20] 高晨曦, 刘艺梁, 薛欣, 等. 三峡库区典型堆积层滑坡变形滞后时间效应研究[J]. *工程地质学报*, 2021, 29(5): 1427-1436.

(上接第 100 页)

- [5] 朱岳明, 徐之青, 贺金仁, 等. 混凝土水管冷却温度场的计算方法[J]. *长江科学院院报*, 2003, 20(2): 19-22.
- [6] 梅甫良, 增德顺. 一期水管冷却效应的数值模拟新方法[J]. *计算力学学报*, 2003(4): 508-510.
- [7] 朱岳明, 张建斌. 碾压混凝土坝高温期连续施工采用冷却水管进行温控的研究[J]. *水利学报*, 2002(11): 55-59.
- [8] Chen Shenghong, Su Peifang, Shahrou I. Composite element algorithm for the thermal analysis of mass concrete: simulation of cooling pipes [J]. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2011, 21(3/4): 434-447.
- [9] 苏培芳, 陈胜宏. 混凝土水管冷却的复合单元算法的初步研究[J]. *武汉理工大学学报*, 2010, 32(24): 48-53.
- [10] 汪卫明, 陈胜宏. 一种新的岩体力学数值计算方法——叠单元法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(7): 1093-1098.
- [11] Fish J. The s-version of the finite element method [J]. *Computers & Structures*, 1992, 43(3): 539-547.
- [12] 丁建新, 汪卫明, 陈胜宏. 裂缝分析的叠单元法研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(5): 1034-1041.
- [13] 汪卫明, 刘友良, 丁建新, 等. 渗流分析中排水孔模拟的叠单元法[J]. *岩土力学*, 2011, 32(S1): 674-679.
- [14] 汪卫明, 刘亚飞, 丁建新. 渗流分析中复杂排水系统模拟的叠单元法[J]. *武汉大学学报(工学版)*, 2012, 45(2): 137-141, 147.
- [15] 石根华. 数值流形方法与非连续变形分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.