

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2022.02.006

有限宽度填土衡重式挡土墙主动土压力研究

刘一心,熊传祥

(福州大学 紫金地质与矿业学院,福建 福州 350116)

摘要: 挡土墙的结构形式多种多样,在山区公路改扩建工程中衡重式挡土墙得到广泛运用。受山区地形限制,墙后填土为有限宽度的情况较为常见。为了研究有限宽度无黏性填土下衡重式挡土墙墙后主动土压力,运用自适应网格有限元数值分析方法分别模拟了衡重式挡土墙平动位移模式下不同填土宽深比、自然岩层倾角、填土内摩擦角、边界界面摩擦角与衡重台宽度,分析了不同工况下模拟结果对填土滑动破坏面位置及主动土压力分布的影响。结果发现:可将有限元结果总结归纳为7种典型破坏模式;填土宽深比和界面摩擦角决定着墙后填土的破坏模式, l_{11} 滑动面与自然岩层交点随着宽深比增大而逐渐上升。随着边界摩擦角增大,“反射”滑动面最终不再产生;内摩擦角对主动土压力分布影响较大,土压力随着内摩擦角增大而显著减小。

关键词: 衡重式挡土墙;有限宽度;主动土压力;有限元极限分析

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2022)02-0041-07

Active Earth Pressure of Narrow Backfill on Balance Weight Retaining Wall

LIU Yixin, XIONG Chuanxiang

(Zijin school of Geology and Mining, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350116, China)

Abstract: Retaining walls have a variety of structural forms, of which balance weight retaining walls have been widely used in mountain highway reconstruction and expansion projects. Due to the limitation of the mountainous terrain, it is more common that the soil behind the wall is of limited width. In order to analyze the active earth pressure behind the balance weight retaining wall under the cohesionless soil of finite width, the adaptive mesh finite element numerical analysis method is used to simulate the translation displacement mode of the balance weight retaining wall respectively. Under different soil width-depth ratios, natural rock stratum inclination, soil internal friction angle, boundary interface friction angle and balance platform width, the influence of simulation results on the position of soil sliding failure surface and active earth pressure distribution under different working conditions is analyzed. The results show that the finite element results can be summarized into seven typical failure modes. The width-to-depth ratio of the fill and the interface friction angle determine the failure mode of the soil behind the wall. The intersection point between the l_{11} sliding surface and the natural rock formation gradually rises with the increase of the width-to-depth ratio. And as the boundary friction angle increases, the "reflecting" sliding surface is eventually no longer generated. The soil internal friction angle has a great influence on the active earth pressure distribution, and the earth pressure decreases significantly with the increase of the soil internal friction angle.

Keywords: balance weight retaining wall; narrow backfill; active earth pressure; finite element limit analysis

挡土墙被广泛应用于支挡墙后土体,挡土墙结构的主动土压力是重要的验算荷载和设计依据。衡

重式挡土墙拥有衡重台这一独特的承重结构,能够大幅减少作用于挡土墙结构的填土土压力。朱卫

收稿日期:2021-11-17

修稿日期:2021-12-19

作者简介:刘一心(1997—),男,硕士研究生,研究方向为挡墙土压力等岩土工程。E-mail:lyxfzu@163.com

通讯作者:熊传祥(1967—),男,博士研究生,副教授,主要从事地基处理与土力学方面的教学与研究工作。E-mail: xiongchx@aliyun.com

国^[1]提出了超高卸荷衡重式挡土墙结构土压力和结构内力的简化计算方法。李炼等^[2]提出适用于衡重式挡土墙的扫描搜索法,简化土压力求解过程。张宝元^[3]对超高衡重式挡土墙土压力分布规律开展了研究,得出衡重式挡土墙墙后土压力为“上墙三角形-下墙抛物线”特征。以上研究都是对半无限空间填土而言。

一些学者^[4-9]对有限宽度土体重力式挡墙墙后主动土压力进行理论和试验研究,并取得了一定成果。但目前墙后为有限宽度填土条件下的衡重式挡土墙主动土压力仍无准确且合理的计算规范,工程领域内保持运用经典的 Coulomb 和 Rankine 土压力理论计算挡土墙主动土压力,这导致结果忽略了有限填土宽度和岩土边界面对填土的影响。Lin 等^[10]证明了极限破坏状态下有限宽度填土中存在滑动面反射现象,衡重式挡土墙在有限宽度填土中也有可能存在反射滑动面并产生复杂破坏模式,其对土压力的影响仍然未知。

为此,本文通过自适应网格有限元极限分析法(AFELA)模拟了衡重式挡土墙平动位移模式下的有限宽度填土主动极限破坏,分析不同参数下的主动土压力分布,旨在研究该条件下墙后填土破坏机理。

1 有限元计算模型

1.1 数值计算模型的建立

采用有限元极限分析软件 OptumG2^[11]模拟研究衡重式挡墙平动模式下的有限宽度填土破坏模式。OptumG2 是一款集极限分析和有限元分析为一体的岩土分析软件,其算核建立在先进的数值算法基础上,有效解决了有限元程序的收敛性问题。OptumG2 图形用户界面的设计确保了在定义问题和解释结果的过程中保持比较高的效率。加上其受限很少的算核,本程序无论是针对简单的问题,还是涉及众多的施工阶段、材料和分析类型的问题,都能够更为容易和直观地使用。针对所关注的物理量采用计算严格的上限和下限方法得到的解,可以立即估计精确解和误差范围,两者的精度可以通过更多单元进行计算而加以改进。同时,该软件自带网格自适应功能,能够定位误差指标量较大的单元区域并自动加密网格,可在网格数量较小的情况下,获取真实滑裂面分析模型,收敛性强且减小计算量。

OptumG2 采用网格单元的自适应分析方法,该方法也称为 h 方法(h 一般用来描述网格单元的尺

寸参数),即通常所说的网格加密。

有限元极限分析法可分为上限法和下限法:

(1) 上限法^[12]:无需预先构建破坏面,只需输入地层信息和岩土体本构模型,通过一定的简化建立数值模型,内部建立耗损函数,经过一定的算法进行迭代计算,搜索计算研究目标的破坏面,解得最优化上限解。

(2) 下限法^[13]:对岩土体结构进行有限单元离散,构造相应的单元应力模式形成静力许可应力场。接着建立满足平衡方程、屈服条件和应力边界的数学约束模型,引入最优化理论,在有限单元离散而形成的静力许可应力场中寻求问题的下限解。

自适应网格有限元极限分析法(AFELA)相对于传统的极限分析方法,它是通过计算初次网格数值结果间误差大小来定义新网格的大小、分布及形状等等,能使离散网格的质量进一步提升,自动化程度高,使之与有限元计算程序联合更加紧密,可以更准确地搜寻到填土破坏面的分布,特别适用于岩土工程的设计。

本文均采用自适应网格有限元极限分析的下限法进行研究。

AFELA 中模型单元类型采用自适应下限单元(三角形等参单元,1 位移节点,3 应力节点),单元数量为 8 000,并开启自适应网格功能,在填土破坏部分网格会自动加密。本文中的模型均以剪切耗散为网格自适应控制变量进行 3 次自适应迭代计算,优化后的自适应网格数量与单元数量一致,计算结果均收敛。

如图 1 所示,经试算可忽略模型边界效应。填土的左侧为计算模型边界条件设置为左右法向约束,底部固定约束。

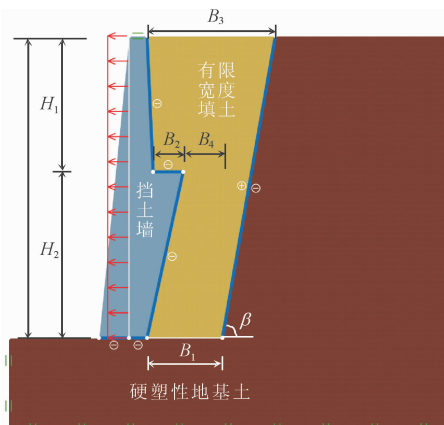


图 1 有限元分析模型

填土的左侧为存在倾斜坡度的挡土墙墙面、右侧则为考虑倾角影响的自然岩层边坡或者坚硬土质边坡。墙后填土物理力学指标选用参考《工程地质手册》^[14],具体参数如表 1 所示,填土材料采用 Mohr-Coulomb 本构模型。左侧挡墙采用普通混凝土材料参数进行模拟,取弹性模量 $E_c = 30 \text{ MPa}$,重度 $\gamma_c = 22 \text{ kN/m}^3$ 。右侧自然岩层和硬塑性地基基础使用 Mohr-Coulomb 本构模型模拟,重度 $\gamma_b = 22.5 \text{ kN/m}^3$,变形模量 $E_b = 50 \text{ MPa}$,抗剪强度 $\varphi_b = 35^\circ$,泊松比 $\mu_b = 0.33$,地基-填土界面未设置接触面单元,忽略地基基底的变形与摩擦作用。

H 为挡土墙高度, H_1 为衡重台距离挡墙顶部高度, H_2 为衡重台距离挡墙底部高度,其中假设 $H_1 = mH$ 。 B_1 为填土底部宽度, B_2 为衡重台宽度, B_3 为填土顶部宽度, B_4 为衡重台墙踵端部距离自然岩层水平宽度,其中假设 $B_2 = nH$ 。

表 1 有限元模拟的填土基本参数

挡墙高度 H /m	重度 γ /($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	变形模量 E_s /kPa	黏聚力 c /kPa	内摩擦角 φ /($^\circ$)	静止土压力系数 K_0	泊松比 μ
10	20	33	0	36	0.5	0.25

1.2 破坏模式分析

在有限元模型中向左侧挡土墙墙身施加水平向左的均布乘数荷载,挡墙发生平动位移后,乘数荷载会不断增大,直至填土达到主动极限状态时乘数荷载才不再增加。图 1 所示为 AFELA 模拟分析模型,模拟结果以剪切耗散的形式呈现(见图 2)。其中,由墙踵发展出的滑动面 l_{11} 与水平面夹角为 α_1 , l_{11} 与自然岩层边界交点为 f_{11} 。由衡重台端部发展出的滑动面 l_{21} 与水平面夹角为 α_2 , l_{21} 与挡墙交点为 f_{21} ,滑动面 l_{12} 为 l_{11} 与自然岩层边界反射后的滑动面,滑动面 l_{22} 为 l_{21} 与挡墙边界反射后的滑动面,见图 2(a)。

填土与挡墙和自然岩层界面分别设置接触面单元模拟强度折减关系, δ_L 为挡墙与填土接触面摩擦角, δ_R 为自然岩层与填土接触面摩擦角, δ_L 和 δ_R 取值范围均为 $3/\varphi \sim \varphi$ 。填土底部宽深比 $B_1/H = 0.1 \sim 0.5$,自然岩层界面倾角 $\beta = 60^\circ \sim 90^\circ$,衡重台宽度相关系数 $n = 0.05 \sim 0.15$ 。将以上工况综合分析进行 AFELA 模拟。

模拟结果中蓝色等值线表示剪切耗散能力为 0 kJ,红色等值线表示剪切耗散力 > 15 kJ。

从 AFELA 模拟结果中,得到不同填土宽深比,衡重台宽度和界面摩擦角等工况下滑动破坏面发展情况,总结大量 AFELA 分析结果整理出有限宽度填土下 7 种典型破坏机理归纳于图 2 与表 2。

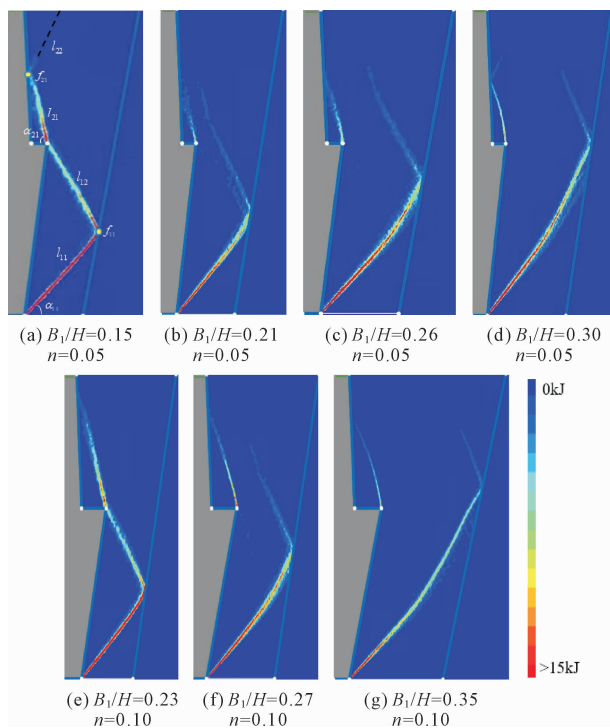


图 2 剪切耗散结果图

表 2 有限元典型破坏模式

墙踵类型	填土宽度	滑动面反射情况	图	接触面强度与填土几何条件
窄衡重台 ($n = 0.05$)	有限宽度	l_1 右侧滑动面发生反射且反射滑动面交于衡重台端部, l_2 左侧滑动面发生反射。	2(a)	$\delta_L = \delta_R = \varphi/3, B_1/H = 0.15, \beta = 80^\circ, n = 0.05$
		l_1 双侧滑动面均发生反射, l_2 左侧滑动面发生反射。	2(b)	$\delta_L = \delta_R = \varphi/3, B_1/H = 0.21, \beta = 80^\circ, n = 0.05$
		l_1 右侧滑动面发生反射, l_2 左侧滑动面发生反射。	2(c)	$\delta_L = \delta_R = \varphi/3, B_1/H = 0.26, \beta = 80^\circ, n = 0.05$
宽衡重台 ($n = 0.10$)	有限宽度	l_1 右侧滑动面发生反射, l_2 左侧滑动面发生反射。	2(d)	$\delta_L = \delta_R = \varphi/3, B_1/H = 0.30, \beta = 80^\circ, n = 0.05$
		l_1 右侧滑动面发生反射且反射滑动面交于衡重台端部, l_2 滑动面不反射。	2(e)	$\delta_L = \delta_R = \varphi/3, B_1/H = 0.23, \beta = 80^\circ, n = 0.10$
		l_1 右侧滑动面发生反射, l_2 滑动面不反射。	2(f)	$\delta_L = \delta_R = \varphi/3, B_1/H = 0.27, \beta = 80^\circ, n = 0.10$
		l_1 右侧滑动面发生反射, l_2 滑动面不反射。	2(g)	$\delta_L = \delta_R = \varphi/3, B_1/H = 0.35, \beta = 80^\circ, n = 0.10$

依据 AFELA 模型结果,从中得出衡重式挡土墙墙踵底部和衡重台端部总是各发展出一道滑动面,而根据边界条件、填土物理力学参数及宽高比等几何参数不同,滑动面也表现出不同发展情况,甚至滑动面之间会出现相互交错的现象。

2 结果与参数分析

2.1 填土宽深比 B_1/H

图 3 显示了不同宽深比条件下衡重台的填土破坏模式。固定上下部挡土墙倾角和自然岩层倾角,两侧界面摩擦角 $\delta_L = \delta_R = \varphi/3$,填土内摩擦角 $\varphi = 36^\circ$, $n = 0.08$, $\beta = 80^\circ$ 。

图 3 中可以看出当 $B_1/H = 0.15$ 填土宽度较小时,衡重台无法完全发挥其卸荷作用,从衡重台发展出的滑动面未能与上部挡墙墙面相交,而从挡墙墙踵发展出的滑动面经自然岩层“反射”后交于衡重台端部,并没有发展至填土顶部。当 $B_1/H = 0.18$ 填土宽度增大时,衡重台开始发挥卸荷作用,从衡重台发展出的滑动面上部挡墙墙面相交, α_2 角度减小。但是从挡墙墙踵发展出的滑动面经自然岩层“反射”后仍不能发展至填土表面。此时底部空间破坏滑楔体由三角形和梯形组成。当填土宽度增大到 $B_1/H = 0.22$ 时,从墙踵发展出的滑动面经“反射”后能够继续延伸至挡土墙上部挡墙,直至达到填土表面。值得注意的是,此时底部空间破坏滑楔体仍由三角形和梯形组成。当 $B_1/H = 0.35$ 时,墙踵发展出的破坏面经“反射”可到达填土顶部表面。当 B_1/H 足够大时,填土破坏模式由有限宽度转变为半无限宽度,墙踵发展出的滑动面不再与自然岩层发生“反射”。

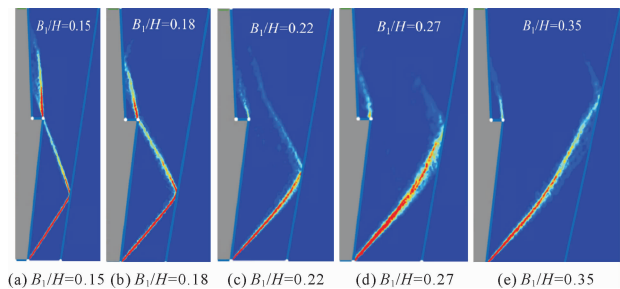


图 3 不同填土宽深比 (B_1/H) 下的剪切耗散图

为研究宽深比对主动土压力分布的影响,其他参数不变,分别取 $B_1/H = 0.20, 0.25, 0.30, 0.50$ (半无限填土) 进行数值分析。取土压力的法向分量 σ_n 作为研究对象,将数值方法求得的不同工况下主动土压力结果进行对比,参数选取如图 4 所示。

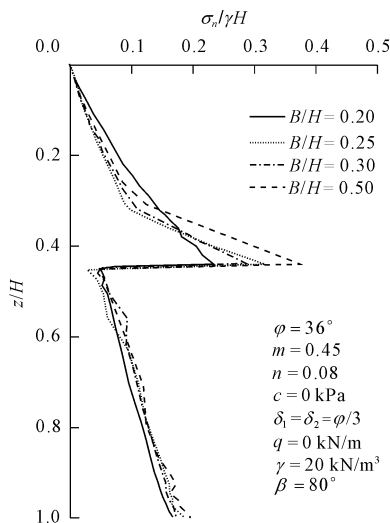


图 4 不同填土宽深比 (B_1/H) 下的主动土压力分布图

有限宽度填土下宽深比增大,即填土空间体积增多,滑动面 l_{11} 截面承载了更多的土体自重,虽然一定程度上减轻了填土作用在挡墙上的土压力,但是墙后填土总体尺寸增大,增加了滑动土体自重。综合作用下,图 4 中可以更直观地看出有限填土主动土压力随宽深比 B_1/H 增大而增大的趋势。本次模拟结果中,当 $B_1/H = 0.20$ 时,主动土压力最小,随着 B_1/H 的增大,主动土压力逐渐增大。当 $B_1/H = 0.50$ 时,滑动面 l_{11} 已经不与自然岩层相交,直接发展至填土表面,此时结果和半无限填土空间下 Coulomb 理论计算结果相近,即可认为此时由有限填土空间转变为半无限填土空间。记滑动面刚好发展至填土表面时的填土深宽比为临界深宽比,有几何关系可得

$$(B_1/H)_{cr} = \cot \alpha_1 - \cot \beta \quad (1)$$

此外,由于衡重台的托举作用,衡重台高度处的主动土压力会有一个骤减。由于模型不考虑挡墙底部与地基的相对位移和摩擦,墙底土压力基本呈线型分布。

综上所述,当填土宽深比变化时,填土的破坏模式和主动土压力分布也会随之发生变化,破坏模式变化主要表现在从墙踵发展出的滑动面的发展情况。

2.2 衡重台宽度相关系数 n

衡重台宽度相关系数 n 的变化改变了从衡重台发展出的滑动面 l_{21} 与上部挡墙相交的交点及从墙踵发展出的滑动面 l_{11} 与自然岩层相交的交点。图 5 中可以看出,随着衡重台宽度的减小,滑动面 l_{11} 与其界面交点 f_{11} 水平位置不断升高,滑动面 l_{21} 与其边界

面交点 f_{21} 呈现相反的趋势,水平位置逐渐降低。

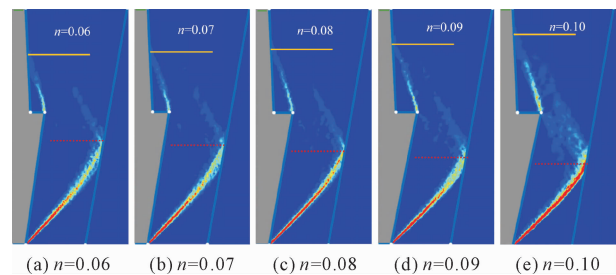


图 5 不同宽度相关系数(n)下的填土剪切耗散图

不同于一般重力式挡墙,衡重式挡土墙存在衡重台这一特殊构造,衡重台的宽度决定了上覆填土的体积。一般来说,衡重台宽度越大,所能承受上覆填土越多,更能够起卸荷并减轻土压力的作用。为研究 n 对主动土压力分布的影响,保持宽深比、自然岩层倾角和土体参数不变,分别取 $n = 0.05、0.06、0.08、0.10$ 进行数值模拟(见图 6)。

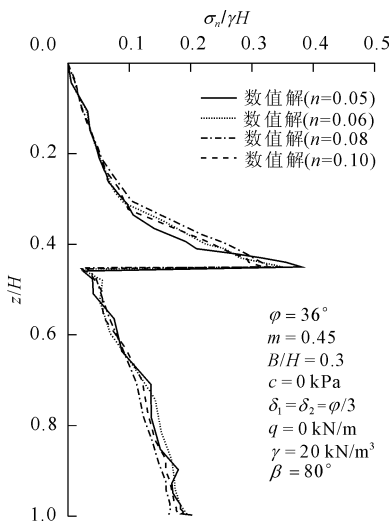


图 6 不同宽度相关系数(n)下的主动土压力分布图

结果表明, $n = 0.05$ 时作用在挡墙上的土压力最大,随着衡重台宽度增加,主动土压力在 $n = 0.10$ 达到最小值,衡重台卸荷效果最好。但是工程中往往要考虑经济因素和衡重台宽度过长引起的挡墙稳定性问题,并不是衡重台越宽越好,而是要综合考虑下选取最实用最经济的宽度。

2.3 内摩擦角 φ

随着内摩擦角 φ 的增大,改变了填土底部弹性状态稳定区的面积,使得其面积不断扩大,从墙踵发展出的滑动面 l_{11} 与自然岩层相交的交点水平高度也在升高,如图 7 所示。值得注意的是,不同衡重台宽度条件下从衡重台发展出的滑动面 l_{21} 与上部挡

墙相交的交点水平高度几乎没有变化。

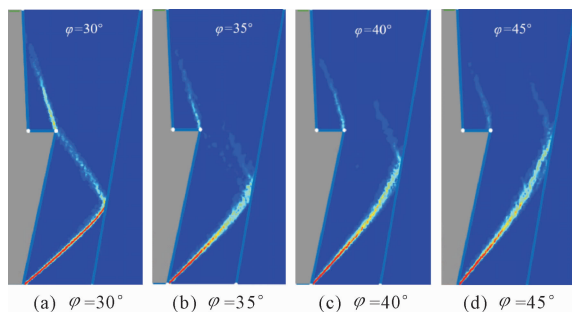


图 7 不同内摩擦角(φ)下的填土剪切耗散图

保持宽深比和自然岩层倾角不变,研究填土不同内摩擦角对主动土压力分布的影响。无黏性填土的抗剪强度通过内摩擦角大小反映,表现在土体颗粒之间产生相对滑动时的难易程度,内摩擦角越大,相对滑动所需克服摩阻力越大。在挡土墙发生平动位移时,土粒间的摩擦作用力与部分作用在挡墙上的力进行相互作用,产生力的抵消。因此内摩擦角越小,抵消的力也越小,挡墙上的主动土压力就越大,如图 8 所示。

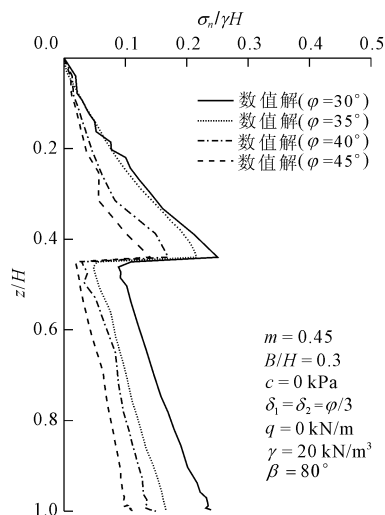


图 8 不同内摩擦角(φ)下的主动土压力分布图

2.4 边界摩擦角 δ

边界摩擦角 δ 是计算主动土压力中的一个重要物理参数,反映了填土与挡土墙或者自然岩层接触面之间的摩擦特性,其对填土破坏模式影响有着决定性的影响。图 9 展示了两侧不同边界摩擦角条件下的有限宽度填土破坏模式,其中填土几何参数选取了 $B_1/H = 0.26$,自然岩层倾角 $\beta = 80^\circ, \varphi = 36^\circ$ 。从图中可以看出,当 $\delta_L = \delta_R = 0^\circ$ 时,填土两侧边界界面较为光滑,边界仅提供支持力。滑动面发展至边界面时发生了明显的“反射”,并产生了新的滑动面

l_{12} 和 l_{22} 。当 $\delta_L = \delta_R = \varphi/3$ 时,随着界面摩擦阻力增大,左侧挡墙边界“反射”滑动面已经不明显。当 $\delta_L = \delta_R = 2\varphi/3$ 时,两侧边界界面已经不再出现“反射”滑动面,且从墙踵发展出的滑动面 l_{11} 形态逐渐趋向于曲线。当 $\delta_L = \delta_R = \varphi$ 时,从墙踵发展出的滑动面 l_{11} 呈现出最大曲率的曲线。值得注意的是,平衡台端部发展出的滑动面 l_{21} 却不随 δ_L 的增大而发生形态改变,基本保持为直线形态。

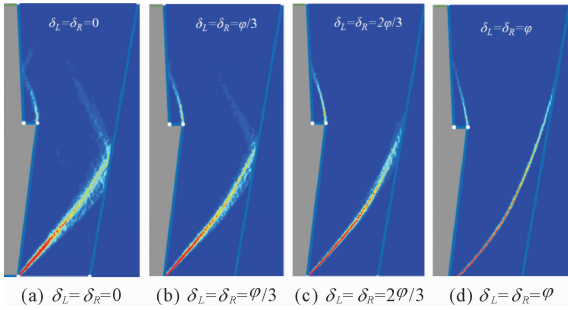


图 9 不同边界摩擦角(δ)下的填土剪切耗散图

上述分析结果证明,填土两侧边界摩擦角的变化对有限宽度填土的破坏模式同样有影响。界面摩擦阻力的存在会影响破坏滑动面的形态和“反射”滑动面的出现,从而影响整个填土的破坏模式。研究边界摩擦角对主动土压力分布的影响,保持其他参数不变,通过改变两侧边界摩擦角进行数值分析。

挡墙向背离填土的方向移动,土体呈下滑的趋势,给两侧边界提供了向上的摩阻力。边界摩擦角与内摩擦角类似,边界摩擦角越大,提供向上的摩阻力就越大,从而导致作用在挡墙上的竖向分力越小,最终表现为主动土压力减小。图 10 中的主动土压力分布趋势正好符合上述规律,随着边界摩擦角的增大,主动土压力逐渐减小。

2.5 自然岩层倾角 β

控制填土底部宽度 B_1 为 $0.25H$, $\delta_L = \varphi/3$, $\delta_R = 2\varphi/3$ 。分别研究不同自然岩层界面倾角情况下的有限填土主动破坏模式,如图 11 所示。

由图 11 可以看出,自然岩层坡面倾角不同,滑动面的位置形态也会有所不同。当 $\beta = 90^\circ$ 时,墙踵发出的滑动面 l_{11} 经岩层“反射”后,“反射”滑动面 l_{12} 交于平衡台端部。并且平衡台端部发展出的滑动破坏面 l_{21} 明显可见。当 $\beta = 80^\circ$,“反射”滑动面 l_{12} 不再交于平衡台端部,而是逐渐有相交于上部挡土墙的趋势,“反射”滑动面位置逐渐上移,滑动面 l_{21} 仍明显可见。当 $\beta = 70^\circ$ 或 60° 时,滑动面位置分布几乎不再变化,相较于倾角 80° , 60° 和 70° 时滑动面

位置有所下移,滑裂角 α_1 明显降低,滑动面 l_{21} 逐渐不明显, 60° 时几乎已经看不见滑动面 l_{21} 。

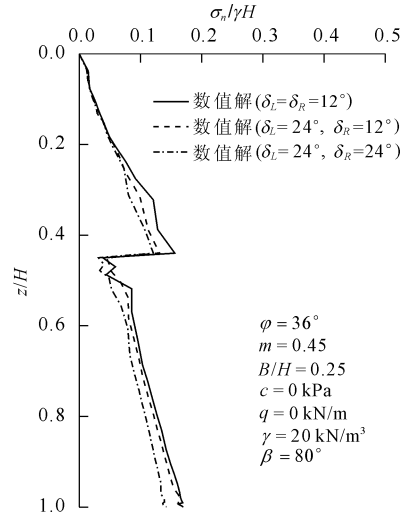


图 10 不同边界摩擦角(δ)下主动土压力分布图

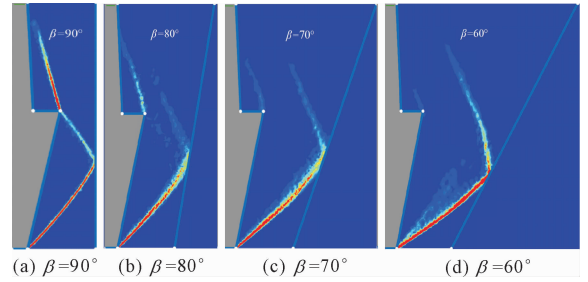


图 11 不同岩层倾角(β)下的填土剪切耗散图

为研究自然岩层倾角 β 对主动土压力分布的影响,保持底宽 B_1 大小和土体参数不变,分别取 $\beta = 60^\circ$ 、 70° 、 80° 、 90° 进行数值分析。可知自然岩层倾角越小,墙后填土所占空间越大,填土总体自重增加。由图 12 可以看出,当墙后有限填土达到主动极限状态,随着自然岩层倾角 β 的减小,平衡式挡土墙土压力表现为显著增大,倾角 β 与土压力大小呈线性关系。这是由于破坏区域填土自重增大,作用在挡墙上的竖向分力也随之增大,从而表现为主动土压力增大的结果。

3 结论

本文基于有限元极限分析法(FELA)模拟了平衡式挡土墙平动位移模式下的有限宽度填土主动极限破坏,对比了不同工况下的主动土压力计算结果,得出主要结论如下:

(1) 建立了有限宽度填土平衡式挡土墙主动土压力计算模型,大量模拟不同工况下滑动面发展情

况,总结出7种典型有限宽度填土破坏模式。

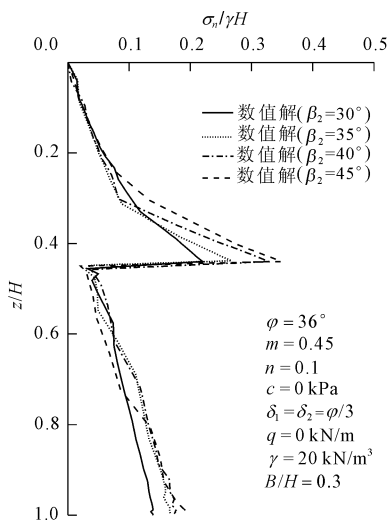


图12 不同岩层倾角(β)下主动土压力分布图

(2) 数值分析结果表明填土宽深比和边界摩擦角对墙后填土破坏模式有着决定性的影响,随着宽深比的增大,滑动面 l_{12} 不再交于衡重台端部,而是逐渐向上部挡土墙相交,直至发展至填土顶部表面。如果边界摩擦角提供的摩阻力足够大,则会抑制“反射”滑动面的出现。

(3) 填土内摩擦角对主动土压力分布影响较大,随着填土内摩擦角的增大,主动土压力显著减小。对破坏模式同样有着重要影响,填土内摩擦角的增大,滑动面 l_{11} 与自然岩层边界交点的水平高度也在升高,但对滑动面 l_{21} 影响不明显。

参考文献:

- [1] 朱卫国. 超高卸荷衡重式挡土墙在某沿海码头中的应用[J]. 水运工程, 2019(5): 91-97.
- [2] 李炼, 郭海强, 徐骏, 等. 折线形墙背土压力计算的扫描搜索法原理与应用[J]. 铁道建筑, 2021, 61(4): 84-88.
- [3] 张宝元. 超高衡重式挡土墙土压力分布规律及工程应用研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2020.
- [4] 张恒志, 徐长节, 梁禄钜, 等. RB模式下刚性挡墙有限

土体主动土压力的离散元模拟与理论研究[J]. 岩土力学, 2021, 42(10): 2895-2907.

- [5] 杨明辉, 吴志勇, 赵明华. 挡墙后有限宽度土体土拱效应分析及土压力计算方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2020, 47(3): 19-27.
- [6] 方焘, 孙书翰, 徐长节, 等. 考虑挡墙变位模式的有限土体主动土压力试验研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(5): 1178-1185.
- [7] 肖玉强, 李伟, 耿莹莹, 等. 砂袋挡土墙土压力和变形特性的试验研究[J]. 水利与建筑工程学报, 2019(4): 176-181.
- [8] 杨明辉, 戴夏斌, 赵明华, 等. 曲线滑裂面下有限宽度填土主动土压力计算[J]. 岩土力学, 2017, 38(7): 2029-2035.
- [9] 林宇健, 杨钧滔, 吕艳平. 平动位移模式下挡土墙后有限宽度无黏性填土主动土压力极限分析[J]. 水利与建筑工程学报, 2019(6): 15-22.
- [10] Lin Y, Chen F, Yang J. Inclined slice method to earth pressure of narrow cohesionless backfill against rigid walls under various displacement modes [J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2020, 24(4): 1083-1094.
- [11] Krabbenhoft K, Lyamin A, Krabbenhoft J. Optum computational engineering (OptumG2) [CP]. Computer Software. Retrieved from <https://www.optumce.com>, 2015.
- [12] Karkanaki A R, Ganjian N, Askari F. Stability analysis and design of cantilever retaining walls with regard to possible failure mechanisms: an upper bound limit analysis approach [J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2017, 35(3): 1079-1092.
- [13] Ukritchon B, Keawsawasvong S. Stability of retained soils behind underground walls with an opening using lower bound limit analysis and second-order cone programming [J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2019, 37(3): 1609-1625.
- [14] 《工程地质手册》编委会. 工程地质手册 [M]. 5版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018.
- [15] 赖丰文, 刘松玉, 杨大禹, 等. 有限宽度填土挡墙主动土压力的普适解法[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(3): 483-491.