

弹性地基上柱下条形基础计算的有限元法

杨建晖,戴自航

(福州大学 土木工程学院, 福建 福州 350108)

摘要:以弹性地基上某典型T形截面基础梁为例,探讨了采用ABAQUS程序进行该问题计算的有限元方法(FEM)。考虑到有限元法单元类型和网格密度对计算结果的影响,对比了采用不同单元类型、不同网格密度的计算结果,给出了在采用一阶单元类型进行基础梁内力计算时应采用8节点砖形非协调单元C3D8I的建议。由于有限元法摒弃了现行文克尔地基梁法和链杆法的简化假设,因而其计算结果是最为准确的。对于现行柱下条形基础的设计计算方法,对比分析表明,应尽量避免采用倒梁法,优先采用链杆法,其次是文克尔地基梁法。通过有限元法不仅方便高效地获得了基础梁的内力和沉降等,还首次揭示了基底反力的三维分布特征,有助于人们深入认识基础与地基的相互作用。因此,有条件时,建议的有限元法应作为设计人员进行柱下条形基础计算的首选方法。

关键词:弹性地基;柱下条形基础;相互作用;有限元法;内力

中图分类号: TU452

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2020)06—0095—06

Strip Foundation Calculation Under Columns on Elastic Ground Based on Finite Element Method

YANG Jianhui, DAI Zihang

(College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China)

Abstract: This paper take a typical T-shaped cross-section foundation beam on elastic ground as an example, finite element method (FEM) software ABAQUS was adopted to carry out the computation of the problem. Considering the effects of the element type and mesh density of the finite element method on the computation results, the computation results by different element types and different mesh densities were compared, and the 8-node brick element with the incompatible features C3D8I should be employed when using first-order elements to compute the internal forces of a foundation beam. Since the finite element method abandons the simplified assumptions of the prevailing Winkler foundation beam method and the connection-link method, its calculation results are very accurate. For the current design calculation methods of strip foundations under columns, the comparison analysis shows that the inverted beam method should be avoided as much as possible, and the connection-link method is preferred, followed by the Winker foundation beam method. The finite element method not only obtained the internal forces and settlement of the foundation beam conveniently and efficiently, but also revealed the three-dimensional distribution characteristics of the foundation base resistance for the first time, which is helpful to deeply understand the interaction between the foundation and the ground. Therefore, when conditions are permitted, the proposed finite element method should be the applied to conduct the calculation of strip foundations under columns.

Keywords: elastic ground; strip foundation; interaction; finite element method; internal force

柱下条形基础是世界各国大学本科土木类专业《基础工程》课程必须介绍的一种浅基础^[1-3]。其现行常用的设计计算方法有 3 种:(1) 倒梁法;(2) 文克尔地基梁法;(3) 链杆法。其中,后两者属于考虑基础与地基共同作用的方法。理论上,倒梁法较为粗糙,计算结果偏差最大,文克尔地基梁法次之,链杆法最为合理,而且三种方法均将条形基础梁视为线弹性体,后两者同时还将支承基础梁的地基视为线弹性体。然而,在假设地基土为线弹性体的前提下,文克尔法和链杆法均是在做进一步简化假设基础上的解析法,不能完全的反映连续的地基土对柱荷载作用下基础梁的支承作用和响应,因而,它们的计算结果与理论上的值必定存在一定差距^[1,4]。

随着有限元等数值计算技术的发展,作者认为采用连续体有限元方法来进行弹性地基上柱下条形基础的内力(弯矩和剪力)和沉降是一种更为准确和便捷的方法。下文即以文献[1]中的例 3-1 至 3-3 柱下 T 形截面基础梁为例来探讨该方法。研究中利用对于梁、柱等结构可按实体单元划分一并获得其内力和变形的 ABAQUS 有限元程序,并将有限元法计算结果与算例中常用 3 种方法的计算结果进行对比验证。同时,考虑到有限元方法常有许多单元类型可供选择,且不同单元类型、相同单元类型但不同网格密度下的计算结果可能存在一定差异,对此将进行大量计算对比分析,以供读者在相同或相似问题的有限元计算中正确选择单元类型和网格划分大小提供有价值的参考。

1 有限元法计算

1.1 模型建立

例 3-1, T 型基础梁, 梁长 24 m, 承受柱下集中荷载作用, 柱距 6 m, $F = 800$ kN, 基础梁混凝土强度等级为 C20, 如图 1 所示。

有限元模型及网格划分如图 2 所示。为消除边界效应, 数值模拟时地基模型取 $44 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ (长 \times 宽 \times 高)。模型的位移边界条件为: 限制地基左右两侧 x 向位移、前后两侧 y 向位移及底面 xyz 三向位移, 顶面自由。地基及基础梁均按三维实体单元模拟, 基础梁与地基土间设置接触面, 按粗糙 (Rough) 接触考虑, 即不考虑二者的相对滑移。考虑到二阶单元比一阶在每条边上多增加一个节点, 为便于对比分析, 一阶单元网格划分密度为二阶单元的 2 倍, 同时采用种子节点布设的 Bias 功能将基础梁附近土体网格加密, 以提高计算结果的精度。

为便于与算例方法对比研究, 计算时亦不考虑基础梁及地基土体的自重, 并将 800 kN 集中力换算成作用在柱底, 即与 T 型梁交界 $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m} = 0.25 \text{ m}^2$ 的均布荷载 (3 200 kPa), 更符合基础梁实际受力情形。

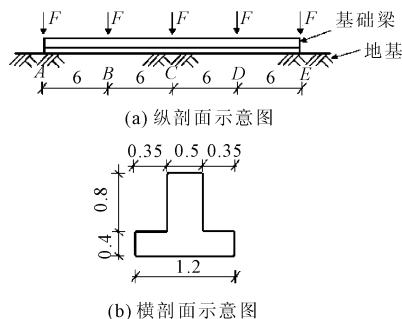


图 1 基础梁示意图(单位:m)

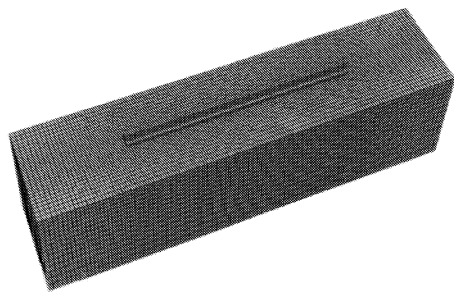


图 2 有限元模型及网格划分

1.2 基础梁和地基土弹性参数的确定

基础梁常为钢筋混凝土结构, 其弹性模量和泊松比可按设计混凝土强度等级从相应规范表格中查取。将地基土视为线弹性体时, 其弹性模量与变形模量量值是相等的, 当有在现场进行平板载荷试验时, 土的变形模量 E 可由载荷试验的荷载-沉降曲线 ($p-s$ 曲线) 的直线段按下式^[1,5-6]确定:

$$E = \frac{pb(1-v^2)}{s} I \quad (1)$$

式中: p 为线 $p-s$ 曲线直线段对应于沉降 s (m) 时的板底压强, kPa; b 为载荷板宽度或直径, m; v 为土的泊松比 (常介于 0.25 ~ 0.50, 饱和土为 0.50); I 反映载荷板形状的刚度系数, 对刚性方形板, 可取 0.886; 圆形板取 0.785。

当无载荷试验时, 常根据工程勘察报告提供的土的侧限压缩模量 E_s 按以下理论公式^[1,7]

$$E = bE_s = \left(1 - \frac{2v^2}{1-v}\right) E_s \quad (2)$$

换算得到。文献[1]算例 3-2 即是按式(2)确定地基土的变形模量的, 并进而由变形模量确定文克尔

法地基抗力系数 k 。本文有限元分析中基础梁和地基土的弹性参数完全与例3-2和例3-3相同,见表1。

表1 材料参数

序号	材料类型	E/kPa	ν
1	地基土	1.10×10^4	0.3
2	基础梁	2.55×10^7	0.2

1.3 计算结果分析

1.3.1 不同单元类型计算的弯矩比较

计算分析中采用了人们通常可能选择的7种一阶或二阶砖形或四面体单元类型,见表2。表中还列出了采用各种单元计算的最大弯矩及在普通微机上耗费的机时。

表2 对比分析

单元类型	最大弯矩 $M_{\max}/(kN \cdot m)$	计算时间 t/s
C3D8	773.5	129.3
C3D8I	808.4	158.5
C3D8R	775.5	104.6
C3D10	788.8	127.5
C3D10M	809.2	141.5
C3D20	835.3	102.0
C3D20R	838.9	64.9

从表2可见:完全积分的一阶8节点单元C3D8和减缩积分的一阶8节点单元C3D8R计算的最大弯矩基本一致,其结果最小;完全积分的二阶20节点单元C3D20和减缩积分的二阶20节点单元C3D20R基本一致,其结果最大;完全积分的二阶10节点单元C3D10和ABAQUS专为接触问题高精度分析提供的二阶10节点修正四面体单元C3D10M差异较大;值得注意的是,一阶非协调单元C3D8I的计算结果与C3D10M的基本一致;C3D20R单元的计算机时最短,C3D8I的最长,C3D10M的也较长,其它的介于中间。

各单元计算的基础梁弯矩图如图3所示。

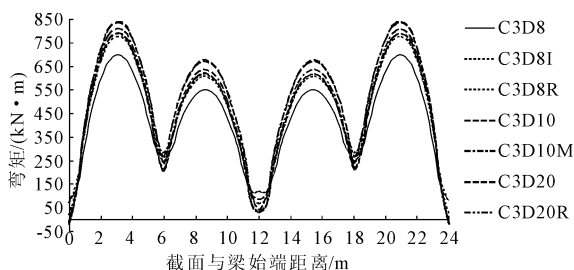


图3 不同单元计算的基础梁弯矩图

可见:不同单元类型弯矩图的形状和规律基本一致,且在两边跨中央位置,即基础梁长度方向上的3 m和21 m截面处有最大弯矩值,两中跨的弯矩相对较小;梁端弯矩均不为零,C3D8的最大,将近100 kN·m,C3D20和C3D20R的最小且为负值;C3D8和C3D8R单元计算的弯矩显著小于其它单元的。根据ABAQUS的程序的说明,由于接触算法的问题,建议在涉及接触问题的分析时采用一阶单元,避免采用二阶单元,若要采用二阶单元建议采用专为接触问题设计的C3D10M单元。根据这样的规定,笔者认为,在上述单元的计算结果中以该类型C3D10M单元计算结果最为准确,虽然C3D20和C3D20R是二阶单元,但它们的结果不是最准确的,从图3可见二者算出的基础梁两端的弯矩甚至为负,这应该是与实际不符的,且正是由于这两种二阶单元接触算法存在的问题造成的。而且从图3可见,C3D8I单元计算的弯矩图与C3D10M的几乎是重叠的,因此,笔者认为,在涉及诸如地基梁等结构内力计算的接触问题分析中,虽然采用一阶的C3D8I单元可能消耗更多的机时,但其计算精度完全与ABAQUS程序建议的二阶C3D10M单元的基本一致,故若采用一阶单元,建议采用C3D8I单元。

1.3.2 同单元类型不同网格密度弯矩比较

以一阶单元C3D8I为例,将图2网格密度降低一倍进行对比分析。两种不同网格密度计算的基础梁弯矩如图4所示。可见,二者弯矩图基本上是重叠的,网格降低后最大弯矩为799.5 kN·m,比原来的808.4 kN·m小约1.1%,表明图2所示网格密度已具有足够的计算精度。由于网格密度降低后计算模型单元数量减半,计算时间显著减少,为70 s,耗时约为图2所示网格密度的44%。

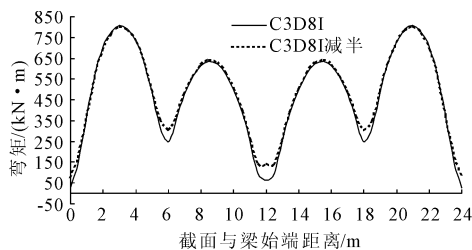


图4 不同单元密度计算的基础梁弯矩图

1.3.3 基础梁沉降对比分析

各单元类型计算的基础梁沉降曲线如图5所示。可见:各单元计算的基础梁的沉降曲线形状基本一致,整体呈拱形,梁端沉降最大,中央最小,且在各中间柱荷载作用处呈现微弯曲沉降。

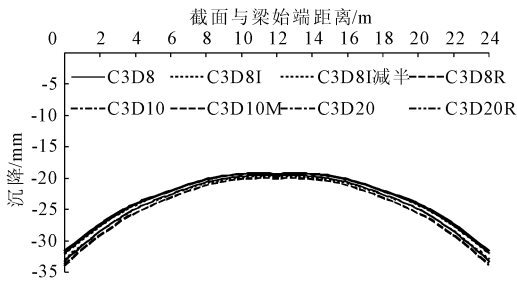


图 5 不同单元计算的基础梁沉降

1.3.4 与现行理论方法计算弯矩对比分析

以 C3D8I 有限单元计算的弯矩为例与前述 3 种方法的对比,如图 6 所示。

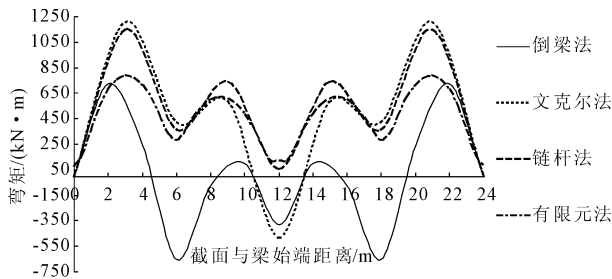


图 6 不同方法计算的基础梁弯矩图

可见:各种方法计算的弯矩图虽然形式相同,但对应各弯矩极值大小有明显差异;文克尔法、链杆法在边跨中央有最大弯矩,且量值接近,但在中间跨的极值差异变大,甚至倒梁法在基础梁中间出现了较大的负弯矩;倒梁法计算的弯矩与其他几种方法的差异最显著,正弯矩偏小,且在基础梁上出现多个较大负弯矩段;倒梁法弯矩最小;有限元法弯矩峰值比文克尔法小 393.1 kN·m,比链杆法小 334.9 kN·m,且有限元法梁端弯矩不为零。

文克尔法、链杆法因条件假设可造成较大误差。据陈小亮等^[8]分析文克尔法可造成地基梁变形、内力达 10%~30% 的相对误差。杨明等^[9]也证实了这点,他们在现场试验测得单根格构梁的弯矩仅为文克尔法的 48%。朱大鹏等^[10]、张太玥^[11]和陈开友等^[12]也得出了类似的结论。由于有限元法摒弃了文克尔法和链杆法的简化假设,完全遵循了弹性地基和弹性基础梁的理论假设,因而,笔者认为,其结果在理论上是最为准确的。

因此,以图 6 中有限元法计算结果为参照,虽然倒梁法是最便于手算的一种方法,但其计算结果与有限元法的偏离最大,易导致柱下条形基础梁在上侧配筋偏于不安全而下侧过于保守的设计结果,仅在上部结构、基础梁刚度较大,地基反力较均匀时采

用^[13-14];文克尔法计算的结果优于倒梁法,但将导致梁的上下侧配筋整体上均偏保守的结果,适用于硬地层上有一松软土层的地质条件,且基床系数不是常数^[15];链杆法计算的结果与有限元法的最靠近,特别是越靠近基础梁的中间部位,但边跨的最大弯矩显著大于后者,将导致边跨段偏保守的配筋结果。因此,对于常规柱下条形基础的设计计算方法,建议尽量避免采用倒梁法,优先采用链杆法,其次是文克尔法。而在基于弹性地基梁的假设前提下,应尽可能采用本文所述的有限元法。

1.3.5 基底反力对比分析

有限元法不仅可获得基础梁的内力和沉降,而且可方便得到基底地基反力分布。图 7 和图 8 分别给出了基底下不同纵剖面上基底反力分布和三维分布。

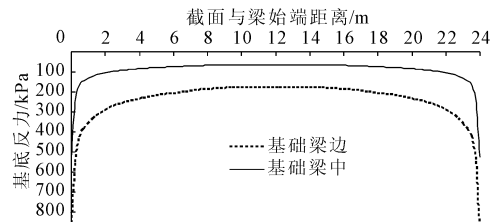


图 7 不同纵剖面基底反力分布

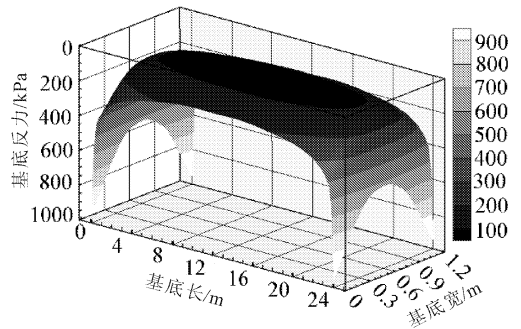


图 8 基底反力的三维分布

从图 7—图 8 可见:地基反力的空间非线性分布特征显著,在基础梁纵横双向上均呈拱形分布,基础梁边缘反力较大,且在其四角达到最大值,在中间柱荷载作用处(即 6 m、12 m、18 m)附近基底反力也略有波动,尤以图 7 中基础梁边的反力曲线反映稍明显些。

文献[1]图 3-27、3-21、3-33 分别给出了倒梁法、文克尔法和链杆法的地基反力分布,为便于与有限元法进行对比,分别绘于图 9 和图 10。

从图 8—图 10 可见:各种方法的地基反力分布差异较大;倒梁法、链杆法地基反力分布较相似,为

阶梯形分布,但量值上有明显区别;文克尔法与有限元法的地基反力分布有相似之处,均呈拱形分布,但有限元法地基反力分布更均匀,只是在基础边缘小范围内更集中,在柱荷载作用处附近基底反力也会有所波动。显然,现行 3 种方法地基反力仅考虑了基础梁基底纵向上的分布,不能像图 8 所示反映基底反力在基础梁宽度方向上的非线性分布特征。

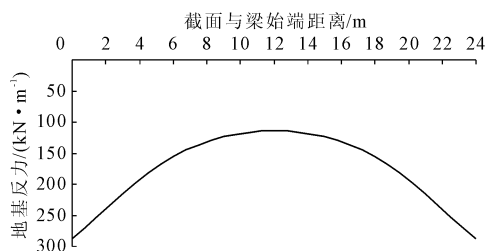
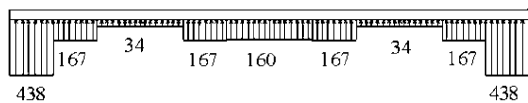
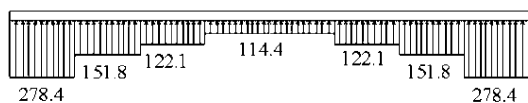


图 9 文克尔地基梁法地基反力分布



(a) 倒梁法地基反力/(kN·m⁻¹)



(b) 链杆法地基反力/(kN·m⁻¹)

图 10 倒梁法、链杆法地基反力分布

各种方法地基总反力对比如表 3 所示。

表 3 地基总反力对比

计算方法	地基总反力/kN
总的柱荷载	4000.0
倒梁法	3864.0
文克尔法	4265.4
链杆法	4000.2
有限元法(C3D81)	3960.6

从表 3 可看出:倒梁法、文克尔法的地基总反力与实际总的柱荷载存在较大差异;有限元法、链杆法的地基反力计算结果与实际相符,满足竖直方向上的静力平衡条件,可见有限元法在各方面的计算结果是经得起理论推敲的。

1.3.6 基础梁剪力对比

有限元法计算所得基础梁剪力图如图 11 所示。

文献[1]图 3-19(g)倒梁法的剪力图如图 12 所示。

可见:有限元法与倒梁法的剪力图形状和分布规律类似,均为锯齿状,符合集中荷载作用下梁的剪

力图理论上的分布特征。

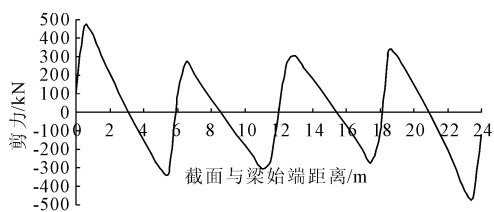


图 11 有限元法基础梁剪力图

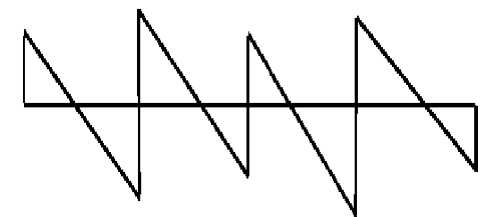


图 12 倒梁法基础梁剪力示意图

2 结论

本文针对现行柱下条形基础设计计算方法存在的问题,以一经典算例探讨了其有限元方法,包括该方法单元类型的选择和网格密度的划分,并将计算结果与现行 3 种计算方法进行了详细的比较与分析,可得到以下结论:

(1) 理论上,有限元方法是这些方法中最为准确可靠的方法,但其计算结果受所选取的单元类型和网格划分密度有关,为合理考虑基础与地基土的相互作用,建议在 ABAQUS 中采用专为接触问题分析设计的二阶 C3D10M 四面体单元,若采用一阶单元,强烈建议采用 C3D8I 砖形单元。

(2) 虽然倒梁法是手算最方便的方法,但其计算结果与实际结果偏差最大,易导致柱下条形基础梁在上侧配筋偏于不安全而下侧过于保守的设计结果;文克尔法计算的结果优于倒梁法,但会导致梁的上下侧配筋整体上均偏保守的结果;链杆法计算的结果与有限元法的最接近,特别是越靠近基础梁的中间部位,但边跨的最大弯矩显著大于后者的,将导致边跨段偏保守的配筋结果。因此,对于常规柱下条形基础的设计计算方法,建议尽量避免采用倒梁法,优先采用链杆法,其次是文克尔法。

(3) 在基于弹性地基梁的假设前提下,本文所述有限元法不仅可方便快捷的获得基础梁的内力和沉降变形等,还可得到基底反力的空间分布特征,有助于加深人们对基础与地基梁相互作用的认识。因此,有条件时,建议设计人员应尽可能采用本文所述的有限元法进行柱下条形基础的设计计算。

参考文献:

- [1] 周景星,李广信,张建红,等. 基础工程[M]. 3 版. 北京:清华大学出版社,2015.
- [2] 华南理工大学,浙江大学,湖南大学编. 基础工程[M]. 3 版. 北京:中国建筑工业出版社,2014.
- [3] Braja M. Das. Principles of Foundation Engineering. (Eighth Edition) [M]. Global Engineering; Timothy L. Anderson, 2014.
- [4] 徐 磊,王启智,陈可可. 预应力锚索地梁内力的有限元计算及内力影响因素分析[J]. 水利与建筑工程学报,2006,4(2):55-58.
- [5] 岩土工程勘察规范:GB 50021—2001[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2001.
- [6] 江小兵,张浩博. 有限元计算中土的变形模量取值探讨[J]. 水利与建筑工程学报,2017,15(5):236-241.
- [7] 东南大学,浙江大学,湖南大学,苏州大学合编. 土力学[M]. 4 版. 北京:中国建筑工业出版社,2016.
- [8] 陈小亮,陈世崑,黄志敏. 基于地基反力与沉降非线性关系的地基梁研究[J]. 重庆建筑,2015,14(11):31-33.
- [9] 杨 明,胡厚田,卢才金,等. 路堑土质边坡加固中预应力锚索框架的内力计算[J]. 岩石力学与工程学报,2002,21(9):1383-1386.
- [10] 朱大鹏,晏鄂川,宋 琨. 格构梁与边坡岩体相互作用机制及现场试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2009,28(S1):2947-2953.
- [11] 张太玥. 考虑锚杆格构梁共同作用的边坡支护方法研究[D]. 镇江:江苏科技大学,2015.
- [12] 陈开友,刘晓朋. 边坡工程中预应力锚索框架梁的计算分析[J]. 工程勘察,2010(S1):487-494.
- [13] 许英姿,唐辉明. 滑坡治理中格构锚固结构的解析分析[J]. 地质科技情报,2002(3):89-93.
- [14] 王 飞. 预应力锚索格构在边坡工程中的设计研究[D]. 西安:西安科技大学,2012.
- [15] 张乐文,辛冬冬,丁万涛,等. 基于基床系数法的劈裂注浆过程分析[J]. 岩土工程学报,2018,40(3):399-407.

(上接第 87 页)

- [3] 陈生水,霍家平,章为民. “5.12”汶川地震对紫坪铺混凝土面板坝的影响及原因分析[J]. 岩土工程学报,2008,30(6):795-801.
- [4] Seed H B, Idriss I M, Lee K L, et al. Dynamic analysis of the slide in the lower san fernando dam during the earthquake of February 9, 1971[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1975,101(9):889-911.
- [5] Seed H B, Lee K L, Idriss I M, et al. The slides in the San Fernando dams during the earthquake of February 9, 1971[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1975,101(7):651-688.
- [6] 曹学兴,何蕴龙,熊 堃,等. 高心墙堆石坝掺砾心墙料振动孔隙水压力计算模型研究[J]. 水利与建筑工程学报,2019,17(6):123-126.
- [7] 杨德玮,张土辰,王昭升. 土石坝震损程度快速评估方法研究[J]. 水利与建筑工程学报,2016,14(1):107-111,154.
- [8] 徐志英,沈珠江. 1975 年辽南地震时石门土坝滑动有效应力动力分析[J]. 水利学报,1982(3):13-21.
- [9] 顾淦臣,沈长松,岑威钧. 土石坝地震工程学[M]. 北京:中国水利水电出版社,2009.
- [10] 张 茹,何昌荣,费文平,等. 饱和黏性土和砂砾石料振动孔压的试验研究[J]. 岩土力学,2006,27(10):1805-1810.
- [11] 北京水利水电科学研究院. 长河坝水电站砾石土心墙堆石坝筑坝材料动力特性试验报告[R]. 北京:北京水利水电科学研究院,2007.
- [12] Cao X X, He Y L, Xiong K. Confining pressure effect on dynamic response of high rockfill dam[J]. Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China, 2010,4(1):116-126.
- [13] Martin P P, Seed H B. Simplified procedure for effective stress analysis of ground response[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1979,105(6):739-758.
- [14] 党发宁,鞠 花. 粘土心墙土石坝震后破坏的机理分析[C]//中国岩石力学与工程学会第七次学术大会论文集. 中国:西安,2002:283-286.