

平动位移模式下挡土墙后有限宽度无黏性填土 主动土压力极限分析

林宇健, 杨钧滔, 吕艳平

(福州大学, 福建 福州 350116)

摘要: 工程设计中,常常碰到挡土墙紧邻岩壁,墙后填土宽度受限的情况。由于不满足墙后半无限填土的基本假设,有限宽度填土破坏模式与半无限填土不同,墙后土压力分布形式与经典土压力理论也不一致。为准确分析有限宽度填土的受力特性,可以通过极限分析方法开展研究。研究发现有限宽度填土极限破坏时,土体内呈现多楔体坍塌破坏模式,坍塌区与岩壁相接触后产生另一簇滑动面发展至地面。减小墙后填土宽度,增大岩壁倾角,墙土摩擦角,有助于减小挡土墙所受主动土压力。为计算有限宽度填土主动土压力,根据有限宽度填土破坏模式,将坍塌区填土划分为无数与破坏滑动面相平行的斜向微分土条单元,采用极限平衡法建立了计算平动位移模式下有限宽度无黏性填土主动土压力的解析模型。计算结果与极限分析结果,已有理论方法和试验数据对比验证了其合理性,可以为挡土墙设计提供参考依据。

关键词: 有限宽度填土;主动土压力;多楔体坍塌破坏;DLO 极限分析;斜向微分土条单元;极限平衡法

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2019)06—0015—08

Limit Analysis on Active Earth Pressure of Narrow Cohesionless Backfill Under Translation Mode

LIN Yujian, YANG Juntao, LV Yanping

(Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350116, China)

Abstract: In engineering, retaining walls are often designed adjacent to the rock face, and the width of the backfill is limited by many other reasons. The classical theory which assumes that the backfill behind the retaining wall is semi-infinite soils is no longer true. Thus, the failure mode of the narrow backfill is different with semi-infinite soils, and the distribution of earth pressure is not consistent with the classical earth pressure theory. In order to analyze the failure mode of narrow backfill, limit analysis was employed which can be concluded that multiple failure wedge appear in the backfill. When the collapse area contacts with the rock face, a new cluster of slip surface develops to the ground. Reducing the width of the backfill and increasing the inclination of rock face and interface friction are helpful to reduce the active earth pressure on the retaining wall. In order to calculate the earth pressure of the narrow backfill, based on results of the limit analysis, the collapse failure area is divided into countless oblique differential inclined slice soil elements. A calculation model for active earth pressure of the narrow cohesionless backfill under translation mode is established by limit equilibrium method. The proposed methods are compared with the limit analysis results, the previous theoretical methods and experimental data to verify its rationality, which can provide reference for retaining wall design.

Keywords: narrow backfill; active earth pressure; multiple collapse failure; DLO limit analysis; inclined slice soil element; limit equilibrium method

在各类工程中墙后填土的主动土压力是重要的验算荷载及设计依据^[1-3],经典的 Coulomb^[4]及 Rankine^[5]土压力理论公式简洁,参数明确,因此得到了广泛的应用。现如今,由于工程用地紧张或地质条件限制,时常会出现挡土墙紧邻岩壁,墙后填土宽度有限的情况(见图 1)。经典土压力理论中“墙后填土为半无限体”的基本假定已无法满足,计算结果会产生较大误差。

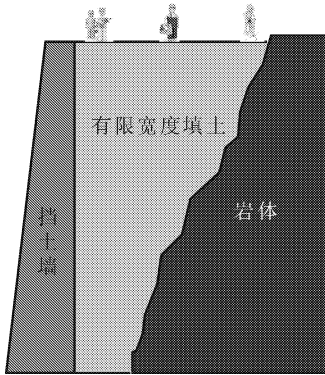


图 1 有限宽度填土工程形态

墙后有限宽度填土的土压力计算问题已引起许多学者的注意。Take 等^[6]及 Frydman 等^[7]采用离心模型试验的方法分别测量了不同填土宽度条件下的静止土压力及主动土压力。Khosravi 等^[8]及 Yang 等^[9]采用缩尺模型试验分别研究了挡墙不同位移模式下有限宽度土体变形位移场及土压力分布。数值分析方法则用于分析土体破坏时的应力状态及塑性滑动面形态, Fan 等^[10]及 Li 等^[11]分别通过有限元及离散元方法模拟有限宽度土体破坏。Yang 等^[12]提出有限宽度土体破坏后墙土界面产生裂缝,回填料泄露,导致墙后土体应力重分布。应宏伟等^[13]研究表明土体极限破坏时产生交叉式多道滑动面,提出有限宽度土体破坏滑动面的数量与土体宽深比有关。Li 等^[14]研究了三维条件下有限宽度填土土压力问题。现有的研究中数值模拟通常是采用弹塑性方法,通过控制挡墙位移或强度折减法使得墙后土体达到塑性状态。然而随着挡墙位移量的增大,土体颗粒重排列再平衡,有限宽度土体的极限状态的确定通常存在误差。极限分析方法基于土体的应力应变关系,应用简单,求解意义明确,得到了一些学者的青睐。杨贞贞等^[15]采用 DLO 方法^[16-17]研究了三级加筋土挡墙的安全稳定性和破坏模式。Chen 等^[18]采用有限元极限分析软件 OptumG2 不同宽度及墙土摩擦角条件下有限填土破坏模式,认为反射式滑动面数量与墙土界面强度有关。

当墙土界面强度较低时,滑动面发展至墙面后将沿墙面滑动。O' Neal 等^[19]和 Zhang 等^[20]通过原位测试研究有限宽度土体土压力随施工过程的变化。一系列研究结果表明有限宽度土体土压力呈非线性分布且小于 Coulomb 理论计算值。Leshchinsky 等^[21]及 Lawson 等^[22]通过极限平衡法推导了有限宽度填土主动土压力式; Greco^[23-24]基于多个滑楔体的假定,认为滑动面以折线的形式发展至土体表面,采用极限平衡法计算有限宽度土体侧压力,并考虑了地震荷载的作用。

综上,“有限宽度填土”与“半无限土体”最主要的差别在于墙后土体形状及两侧墙面摩擦作用对填土的影响,要准确分析有限宽度土体主动土压力,需要对极限状态下土体的破坏模式进行深入探究。采用极限分析方法探究不同参数对有限宽度填土破坏模式和主动土压力的影响。根据极限分析结果,建立考虑有限宽度填土破坏模式的土压力计算模型,并推导相应的主动土压力求解方法。

1 极限分析模型

1.1 DLO 模型

DLO (Discontinuity Layout Optimization, DLO) 是近年来发展的一种数值极限分析方法。它可以广泛的应用于工程上的各类问题。相较于其他有限元法, DLO 方法是将平面塑性应变问题用不连续的点线段表示,其最终目标是识别破坏机制中最小上限荷载因子所对应的不连续点线排列,有效的自动化了上限极限分析的求解过程。为了得到精确的解,必须考虑大量的潜在不连续点。因此,在问题域中紧密分布了间隔节点,并将每个节点与其他节点相连。图 2 是一个挡土墙模型的节点分布图,其中具有最低能量耗散的破坏机制用粗线段显示^[17]。

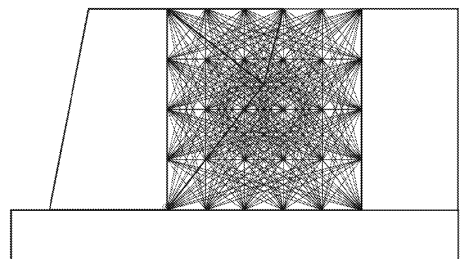


图 2 DLO 挡土墙模型节点分布图^[17]

1.2 材料参数及计算模型

1.2.1 几何模型

有限宽度填土的分析模型如图 3 所示。填土左侧为刚性挡墙,墙土接触面竖直,墙高 $H = 10 \text{ m}$; 填

土右侧为岩石面,岩石与填土的界面倾角为 β ,分别取 $75^\circ, 80^\circ, 85^\circ, 90^\circ$;挡土墙与岩石面底部间距为 B ,分别取 $0.15, 0.30, 0.50, 1.00$ 倍墙高。为了保证计算精度,计算模型具体节点数量根据不同的模型尺寸确定。填土底部和右侧岩体做固定约束,左侧挡墙底部做竖向约束。挡土墙左侧边界上设置一个挤压填土方向的固定荷载以保持自重条件下模型保持静置状态,同时设置一个背离填土方向的变动荷载开启充分因子选项使其不断增大直至墙后填土达到极限状态。

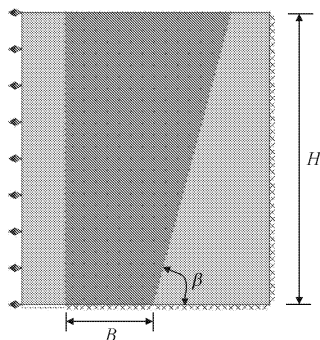


图3 有限宽度填土分析模型

1.2.2 材料参数

由于只考虑填土的极限破坏状态不考虑其应力应变过程,因此墙后无黏性填土采用理想弹塑性模型 Mohr - Coulomb 材料模拟,其中,土体重度 $\gamma = 15.8 \text{ kN/m}^3$,内摩擦角 $\varphi = 36^\circ$ 。左侧墙土界面摩擦角为 δ ,分别设置为 $0, 1/3\varphi, 2/3\varphi, \varphi$ 。右侧填土与岩壁界面考虑为充分摩擦界面,外摩擦角等于内摩擦角。

1.2.3 模型验证

如图4所示,取 $B/H = 2.00$,挡土墙面光滑。由DLO方法模拟得到墙后填土主动极限破坏模式和挡土墙面受到的主动土压力。

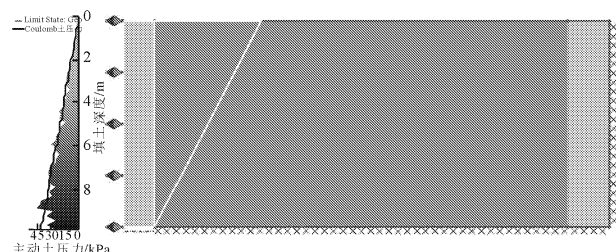


图4 近似半无限填土主动极限破坏

从图4中可以看到墙后填土呈现单楔体坍塌破坏,破坏滑动面由挡土墙墙趾处发展至地面,坍塌区为三角形与Coulomb^[4]土压力理论相符。土压力分

布与Coulomb^[4]土压力理论单楔体计算值基本一致。由此可以说明DLO方法可以正确分析挡土墙后填土破坏模式及土压力分布。

2 有限宽度填土破坏模式

根据已有的研究结果可知,“有限宽度填土”与“半无限土体”最主要的差别在于墙后填土几何形状及两侧边界摩擦作用对填土的影响。为深入研究分析各影响因素对墙后填土破坏模式和挡土墙所受主动土压力的影响,采用控制变量法改变单一参数进行研究分析。

2.1 挡土墙与岩石面间距对破坏模式的影响

图5为不同挡土墙与岩石面间距 B 条件下的填土主动破坏模式及土压力分布图。其中,墙土界面摩擦 $\delta = 2/3\varphi$,右侧界面竖直。从图中可以看出有限宽度填土极限破坏时,破坏坍塌区内有两簇相交的滑动面(a, b)。值得注意的是当 $B/H = 0.50$ 时,滑动面发展至右侧岩体,此时主动土压力分布与 $B/H = 1.00$ 时基本一致;随着 B 的减小,坍塌区与岩石面的接触面逐渐增大,每当 a 簇滑动面发展至右侧界面会反射发展一条 b 簇滑动面,每当 b 簇滑动面发展至左侧界面会再次反射发展一条 a 簇滑动面直至发展至地面。当 a 簇滑动面未与右侧界面相交时,主动土压力结果与Coulomb^[4]理论计算值一致,但当 a 簇滑动面交与右侧界面且形成 b 簇滑动面后,随填土宽度的减小,主动土压力不断减小。由此可以给出“半无限土体”与“有限宽度土体”的临界宽度,

$$B_{cr} = H(\cot\alpha_1 - \cot\beta) \quad (1)$$

其中: α_1 为 a 簇滑动面的倾角。

2.2 岩石面倾角对破坏模式的影响

图6为不同岩壁倾角条件下的有限宽度填土主动破坏模式及土压力分布图。其中,墙后填土土方量相等,挡土墙面摩擦角 $\delta = 2/3\varphi$ 。从图6中可以看出,右侧界面倾角 β 越大,由右侧界面发展的 b 簇滑动面数量越多,同时坍塌区的面积越小,主动土压力随之减小。因此,工程中增大岩壁面倾角有助于减小挡土墙所受土压力。

2.3 墙土摩擦角对破坏模式的影响

图7为不同挡土墙墙面摩擦条件下的有限宽度填土破坏模式及土压力分布图。其中, $B/H = 0.3$,右侧界面竖直。从图7中可以看出,随着墙土摩擦角的增大,坍塌区内滑动面的密度提高,滑楔体数量增加。光滑墙土界面所受主动土压力明显大于

粗糙墙面, 但由土压力分布可知, 粗糙墙面的墙土摩

擦角变化对主动土压力的影响不大。

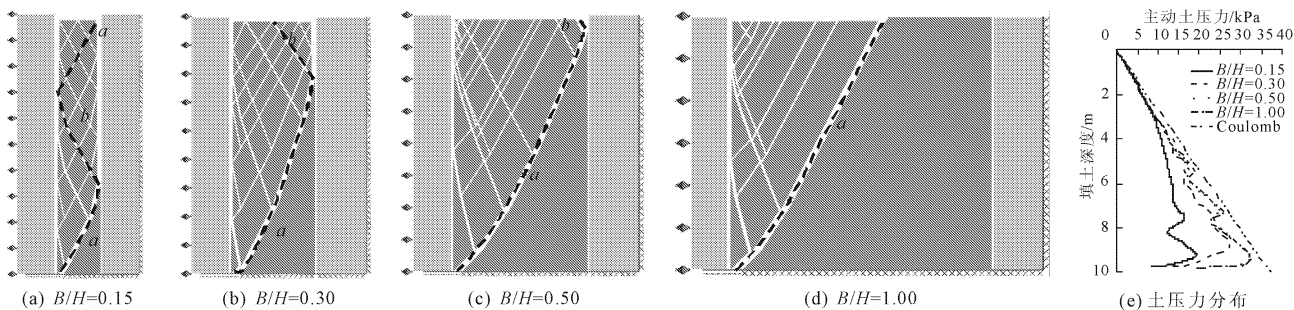


图 5 不同 B 条件下的填土主动破坏模式及土压力分布图

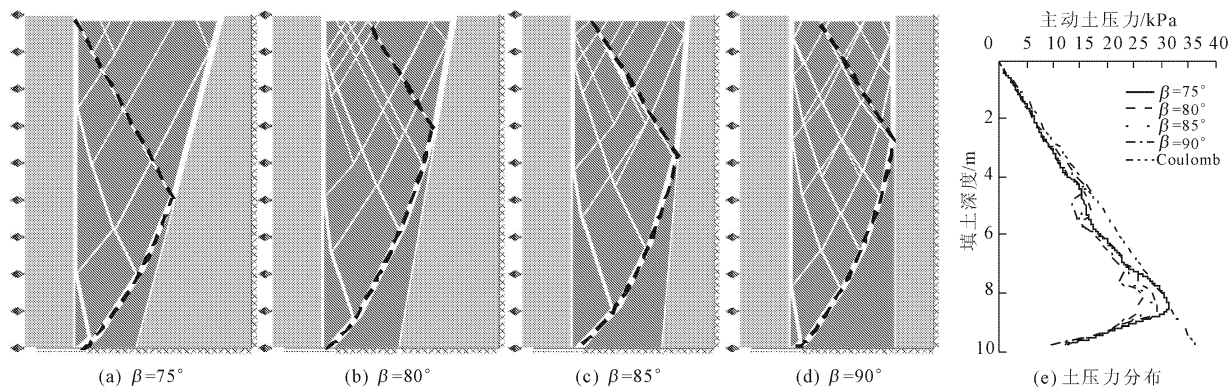


图 6 不同 β 条件下的填土主动破坏模式及土压力分布图

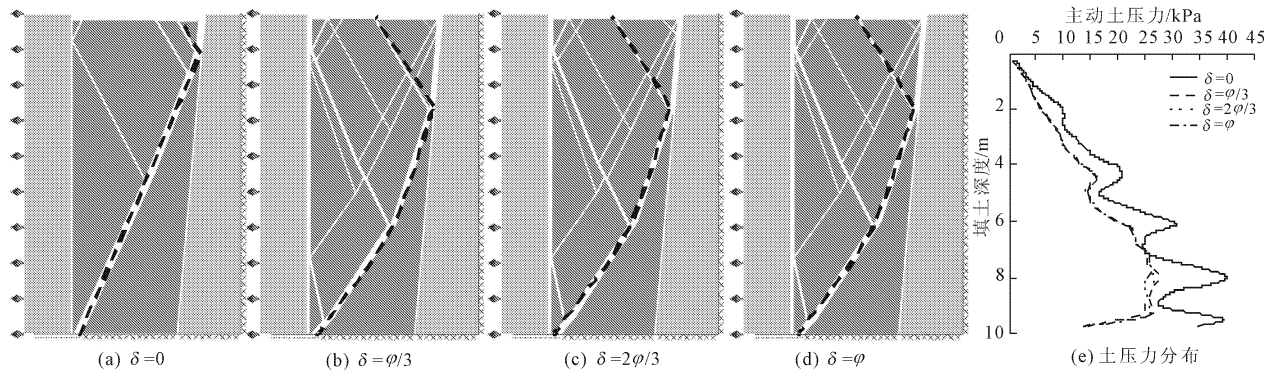


图 7 不同 δ 条件下的填土主动破坏模式及土压力分布图

3 主动土压力计算

基于上述 DLO 极限分析的结果, 为适应有限宽度填土多楔体坍塌破坏模式的特点, 可以将填土划分为多个斜向微分土条单元, 建立有限宽度填土平动位移模式下的主动土压力计算模型 (见图 8)。

解析方法的基本假设如下:

(1) 墙后填土为无黏性土。

(2) 破坏滑楔体由无数个彼此相互平行的潜在平面滑动面组成。

(3) 平动位移模式下破坏滑动面与边界相交时即发生反射直至发展至填土顶面^[23]。

通过对每一个楔体的极限平衡分析, 可以组合计算得到挡墙所受土压力。其中由挡土墙发展的 a 簇滑动面 (CD, EF) 倾角为 α_1 , 由岩壁发展的 b 簇滑动面 (DE) 倾角为 α_2 。Chen 等^[25] 证明了有限土体内滑动面倾角与 Coulomb 计算值的误差较小。为简化计算, 剪切带倾角按照 Coulomb^[41] 方法取值,

$$\cot \alpha' = -\cot(\beta' - \delta' - \varphi) + \sqrt{-\cot \beta' + \cot(\beta' - \delta' - \varphi) [\cot(\beta' - \delta' - \varphi) + \cot \varphi]} \quad (2)$$

其中, 计算 a 簇滑动面倾角时, $\beta' = \pi/2, \delta' = \delta$; 计算 b 簇滑动面倾角时, $\beta' = \beta, \delta' = \varphi$ 。

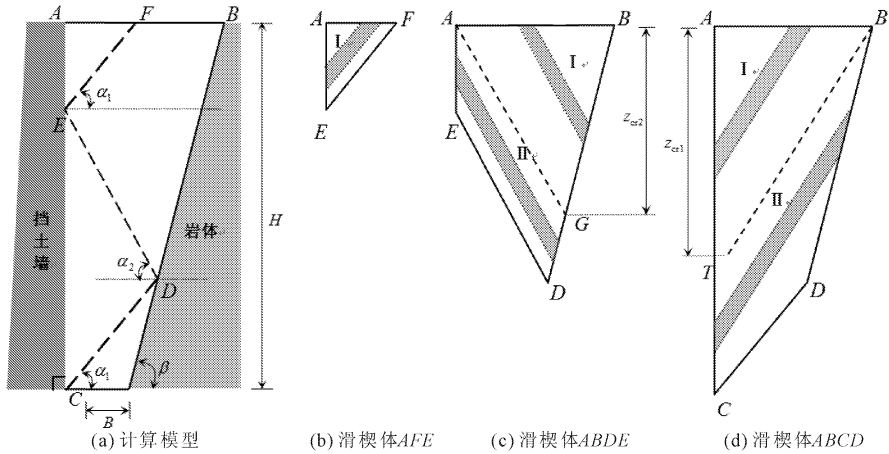


图 8 主动土压力计算模型

如图 8(a) 所示,将坍塌区 $ABCD$ 划分滑楔体 $ABCD, ABDE, AFE$ ^[23]。图 8(b)、图 8(c)、图 8(d) 为微分土条单元的划分原则。以潜在滑动面 BT, AG 为界可以分别将滑楔体 $ABCD$ 和滑楔体 $ABDC$ 划分为由墙面发展至填土顶面的微分土条单元 I 和由一侧边界发展至另一侧边界的微分土条单元 II。临界点 T, G 的深度位置分别为 z_{cr1} 和 z_{cr2} ,

$$z_{cr1} = (B + H \cot \beta) \tan \alpha_1 \quad (3)$$

$$z_{cr2} = (B + H \cot \beta) \sin \alpha_2 \sin \beta \csc(\alpha_2 + \beta) \quad (4)$$

3.1 土条单元受力分析

3.1.1 第 I 类土条单元

图 9 为第 I 类土条单元 $ABCD$ 受力分析图,垂直厚度为 dz 。作用在 $ABCD$ 上的作用力包括:

(1) 土条单元重力为 W_1 ,当 AD 为挡土墙面时, $\alpha' = \alpha_1$;当 AD 为岩石面时, $\alpha' = \alpha_2$,若 α' 值已知,则 W_1 的大小、方向及作用点位置均已知,省略二阶微分量得:

$$W_1 = \gamma z dz (\cot \alpha' + \cot \beta') \quad (5)$$

其中,当 AD 为挡土墙面时, $\beta' = \pi/2$;当 AD 为岩石面时, $\beta' = \beta$ 。

(2) 土体作用在滑动面上的支持反力为 F, dF 是滑动面上摩擦力与法向力的合力增量,它与滑动面的法线夹角等于土体的内摩擦角 φ 。

(3) AD 面上的推力为 e 。当 AD 为挡土墙面时, e 与墙背法线的夹角等于墙土摩擦角 $\delta' = \delta$;当 AD 为岩石面时, e 与岩石面法线的夹角等于填土内摩擦角 $\delta' = \varphi$ 。

由正弦定理可以得出,

$$e = W_1 \frac{\cos(\alpha' - \beta' - \varphi)}{\cos(\alpha' - \delta' - \varphi)} \quad (6)$$

联立式(5),式(6)得,

$$e = \frac{\cos(\alpha' - \beta' - \varphi) (\cot \alpha' + \cot \beta')}{\cos(\alpha' - \varphi - \delta')} \gamma z dz \quad (7)$$

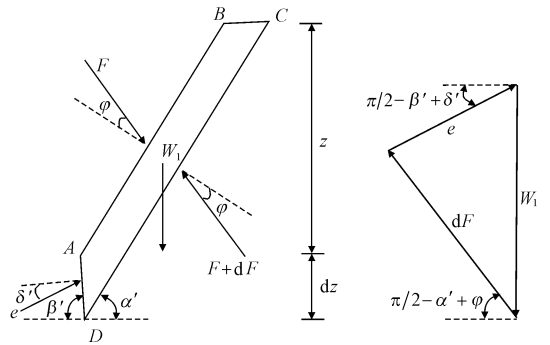


图 9 第 I 类土条单元受力分析

3.1.2 第 II 类土条单元

图 10 为第 II 类土条单元 $ABCD$ 受力分析图,垂直厚度为 dz 。作用在第 II 类土条单元上的作用力包括:

(1) 土条单元重力为 W_2 ,当 AD 为挡土墙面时, $\alpha' = \alpha_1$;当 AD 为岩石面时, $\alpha' = \alpha_2$,若 α' 值已知,则 W_2 的大小、方向及作用点位置均已知,省略二阶微分量得,

$$W_2 = \frac{1}{2} \gamma dz \frac{\sin(\alpha' + \beta'_1)}{\sin^2 \beta'_1 \sin(\alpha' - \beta'_2)} [B_2 \cos(\beta'_1 + \beta'_2) - B_2 \cos(\beta'_1 - \beta'_2) - 2(H - z) \sin(\beta'_1 + \beta'_2)] \quad (8)$$

其中, $B_2 = B + (H - z) \frac{\tan \beta'_2 + \tan \beta'_1}{\tan \beta'_1 \tan \beta'_2}$,当 AD 为挡土墙面时, $\beta'_1 = \pi/2, \beta'_2 = \beta$;当 AD 为岩石面时, $\beta'_1 = \beta, \beta'_2 = \pi/2$ 。

(2) 土体作用在滑动面上的反力 F, dF 是滑动面上摩擦力与法向力的合力增量,它与滑动面的法线夹角等于土体的内摩擦角 φ 。

(3) 挡土墙对土条单元的作用力为 e ,当 AD 为

挡土墙面时, e 与墙背法线的夹角等于墙土摩擦角 $\delta'_1 = \delta$; 当 AD 为岩石面时, e 与岩石面法线的夹角等于填土内摩擦角 $\delta'_1 = \varphi$ 。

(4) 另一侧挡土墙对土条单元的作用力为 e_2 , 当 BC 为挡土墙面时, e_2 与墙背法线的夹角等于墙土摩擦角 $\delta'_2 = \delta$; 当 BC 为岩石面时, e_2 与岩石面法线的夹角等于填土内摩擦角 $\delta'_2 = \varphi$ 。

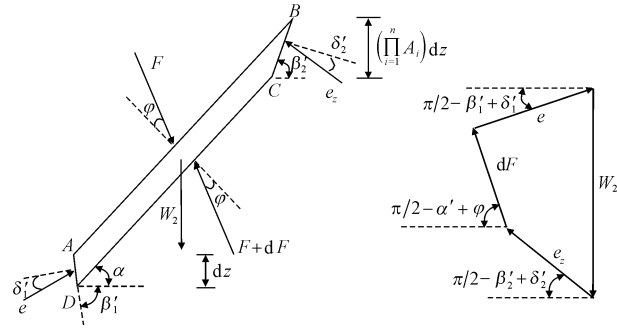


图 10 第 II 类土条单元受力分析

由竖向力平衡可得,

$$W_2 = e_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta'_2 + \delta'_2\right) + dF \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha' + \varphi\right) + e \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta'_1 + \delta'_1\right) \quad (9)$$

整理得,

$$dF = [W_2 - e \cos(\beta'_1 - \delta'_1) - e_2 \cos(\beta'_2 - \delta'_2)] \times \sec(\alpha' - \varphi) \quad (10)$$

由水平力平衡可得,

$$e \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta'_1 + \delta'_1\right) = e_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta'_2 + \delta'_2\right) + dF \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha' + \varphi\right) \quad (11)$$

联立式(10)、式(11)得,

$$e = \frac{W_2 \sin(\alpha' - \varphi) - e_2 \sin(\alpha' - \beta'_2 + \delta'_2 - \varphi)}{\sin(\alpha' + \beta'_1 - \delta'_1 - \varphi)} \quad (12)$$

其中, e_2 计算深度为

$$z_{n+1} = z_n + [B + (H - z) \cot \beta'_1 + (H - z) \cot \beta'_2] \times \csc(\alpha' - \beta'_2) \sin \alpha' \sin \beta'_2 \quad (13)$$

由图 10 (a) 可知, 土条单元 $ABCD$ 与右侧墙面的接触长度与左侧不同。可由几何关系得土条单元 $ABCD$ 与右侧墙面接触的垂直厚度为 $(\prod_{i=1}^n A_i) dz$, 其中 i 为正数 $i = 1, 2, 3, \dots$ 。当 i 为奇数时, $A_i =$

$\frac{\sin(\alpha_1 + \beta_1) \sin \beta_2}{\sin(\beta_2 - \alpha_1) \sin \beta_1}$; 当 i 为偶数时, $A_i =$

$$\frac{\sin(\alpha_2 + \beta_2) \sin \beta_1}{\sin(\beta_1 - \alpha_2) \sin \beta_2}。$$

3.2 计算流程

上述方法是通过不同类型的土条单元组合计算并采用数值积分的方法计算得到任意深度位置的土压力。由式(7)、式(12)可以得到土压力合力

$$E = \int_0^H e dz \quad (14)$$

可以采用有限差分法将式(7)、式(12)转化为,

$$e_i = \frac{\Delta E}{\Delta z} = \frac{E_{i+1} - E_i}{z_{i+1} - z_i} \quad (15)$$

其中 i 取正整数 $i = 1, 2, 3, \dots$ 。主动土压力系数可由下式确定,

$$K_{ai} = \frac{e_i}{\gamma \Delta z (i - 0.5)} \quad (16)$$

图 11 为求解深度 z_n 位置处的土压力计算示意图和土条单元之间力的传递机制。首先计算楔体 AEF 中深度 z_{n+2} 位置, 垂直厚度为 $A_1 A_2 dz$ 的第 I 类土条单元(1)所受左侧挡墙作用力 ΔE_1 。然后计算楔体 $ABDE$ 中深度 z_{n+1} 位置, 垂直厚度为 $A_1 dz$ 的第 II 类土条单元(2)所受右侧挡墙作用力 ΔE_2 。值得注意的是, 在对土条单元(2)进行受力分析时, 土条单元(2)同时也受到了左侧挡墙所施加的作用力 ΔE_1 , 而 ΔE_1 在上一步的土条单元(1)的受力分析中已经求得。最后求得楔体 $ABCD$ 中深度 z_n 位置, 垂直厚度为 dz 的第 III 类土条单元(3)所受左侧挡墙作用力 ΔE_3 。同理此时右侧挡墙对土条单元(3)的作用力为 ΔE_2 。

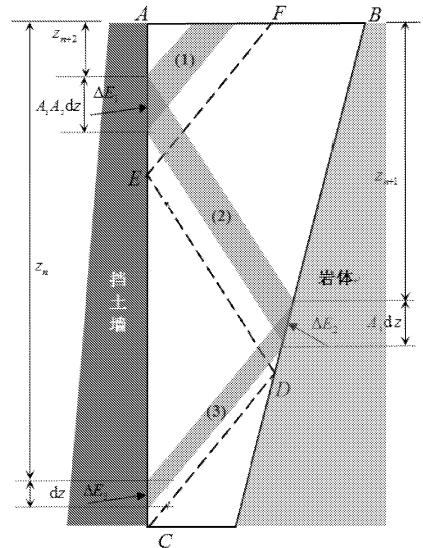


图 11 土压力计算原理

3.3 公式验证

Yang 等^[9]的平动位移模式下有限宽度填土土

动土压力模型试验,其中填土参数为:土体重度 $\gamma = 14.9 \text{ kN/m}^3$,内摩擦角 $\varphi = 32.8^\circ$,两侧挡墙竖直 $\beta = 90^\circ$,墙土摩擦角 $\delta = 22^\circ$ 。为验证本文所提土压力计算方法的适用性,将本文方法与 Yang 等^[9]的模型试验结果,DLO 数值分析结果,以及 Chen 等^[25]和 Frydman 等^[7]的解析方法进行对比。图 12 是各方法所求得的主动土压力系数的延深度方向的分布情况。从图 12 中可以看出本文法得到的主动土压力系数与 Yang 等^[9]模型试验结果十分接近,由于 DLO 方法得到的是能量上限解,因此主动土压力系数小于模型试验结果。

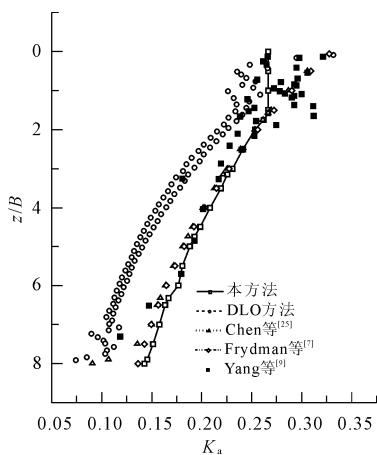


图 12 公式验证

4 结论

(1) 采用 DLO 方法研究了平动位移模式下有限宽度无粘性填土主动破坏模式。有限宽度填土极限破坏时土体呈现多楔体坍塌破坏模式。随着填土宽度的减小,坍塌区与岩石面的接触面逐渐增大,每当一条 a 簇滑动面发展至右侧界面会反射发展一条 b 簇滑动面,每当 b 簇滑动面发展至左侧界面会再次反射发展一条 a 簇滑动面直至发展至地面。

(2) 给出了“半无限填土”与“有限宽度填土”的临界宽度。右侧界面倾角 β 越大,由右侧界面发展的 b 簇滑动面数量越多,同时坍塌区的面积越小,主动土压力随之减小。随着墙土摩擦角的增大,坍塌区内滑动面的密度提高,滑楔体数量增加。光滑墙土界面所受主动土压力明显大于粗糙墙面,但由土压力分布可知,粗糙墙面的墙土摩擦角对主动土压力的影响不大。因此,工程中减小填土宽度、增大岩壁面倾角并保持挡土墙面粗糙有助于减小挡土墙所受土压力。

(3) 根据 DLO 极限分析结果,将极限状态时墙

后坍塌区土体划分为无数与滑动面相互平行的斜向微分土条单元,提出了平动位移模式下有限宽度无粘性填土主动土压力的求解方法。对比 DLO 极限分析结果、已有理论研究和试验数据验证了所提出的计算方法的适用性,可以为挡土墙设计提供参考。

参考文献:

- [1] 贺会团,赵维炳. 土压力问题研究综述[J]. 水利与建筑工程学报,2005,3(4):10-14,32.
- [2] 肖玉强,李伟,耿莹莹,等. 砂袋挡土墙土压力和变形特性的试验研究[J]. 水利与建筑工程学报,2019,17(4):176-181.
- [3] 程康,夏唐代,单华峰,等. 考虑土拱效应的非饱和土被动土压力计算[J]. 水利与建筑工程学报,2017,15(5):63-68.
- [4] Coulomb C A. Essai sur une application des regles de maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs a l'architecture[J]. Mémoires Math Phys Acad Roy Sci, 1973,7(7):343-382.
- [5] Rankine W J M. On the stability of loose earth[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1857,147:9-28.
- [6] Take W A, Valsangkar A J. Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001,38(6):1220-1230.
- [7] Frydman S, Keissar I. Earth pressure on retaining walls near rock faces[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1987,113(6):586-599.
- [8] Khosravi M H, Pipatpongsa T, Takemura J. Theoretical analysis of earth pressure against rigid retaining walls under translation mode[J]. Soils and Foundations, 2016,56(4):664-675.
- [9] Yang M H, Tang X C. Rigid retaining walls with narrow cohesionless backfills under various wall movement modes[J]. International Journal of Geomechanics, 2017,17(11):04017098.
- [10] Fan C C, Fang Y S. Numerical solution of active earth pressures on rigid retaining walls built near rock faces[J]. Computers and Geotechnics, 2010,37(7/8):1023-1029.
- [11] Li M G, Chen J J, Wang J H. Arching effect on lateral pressure of confined granular material: numerical and theoretical analysis[J]. Granular Matter, 2017,19(2):20.
- [12] Yang K H, Ching J Y, Zornberg J G. Reliability - Based design for external stability of narrow mechanically stabilized earth walls: calibration from centrifuge tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental En-

- gineering, 2011, 137(3):239-253.
- [13] 应宏伟, 黄东, 谢新宇. 考虑邻近地下室外墙侧压力影响的平动模式挡土墙主动土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(S1):2970-2978.
- [14] Li L, Aubertin M, Belem T. Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42(3):1705-1717.
- [15] 杨贞贞, 邓文强, 陈福全, 等. 多级加筋土挡墙极限稳定分析[J]. 有色金属(矿山部分), 2017, 69(6):57-66.
- [16] Smith C, Gilbert M. Application of discontinuity layout optimization to plane plasticity problems[J]. Proceedings of the Royal Society a - Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2007, 463(2086):2461-2484.
- [17] Smith C C, Cubrinovski M. Pseudo - static limit analysis by discontinuity layout optimization; Application to seismic analysis of retaining walls[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(10):1311-1323.
- [18] Chen F Q, Lin Y J, Li D Y. Solution to active earth pressure of narrow cohesionless backfill against rigid retaining walls under translation mode[J]. Soils and Foundations, 2019, 59(1):151-161.
- [19] O'Neal T S, Hagerty D J. Earth pressures in confined cohesionless backfill against tall rigid walls - a case history[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011, 48(8):1188-1197.
- [20] Zhang Z J, Li M G, Chen J J, et al. Innovative construction method for oversized excavations with bipartition walls[J]. J. Constr. Eng. Manag., 2017, 143(8):04017056.
- [21] Leshchinsky D, Hu Y H, Han J. Limited reinforced space in segmental retaining walls[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2004, 22(6):543-553.
- [22] Lawson C R, Yee T W. Reinforced soil retaining walls with constrained reinforced fill zones[C]//Geo - Frontiers 2005, Austin, Texas, United States; , ASCE Geo - Institute Conference, 2005:2721-2734.
- [23] Greco V R. Active thrust on retaining walls of narrow backfill width[J]. Computers and Geotechnics, 2013, 50(3):66-78.
- [24] Greco V R. Analytical solution of seismic pseudo - static active thrust acting on fascia retaining walls[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 57(2):25-36.
- [25] Chen J J, Li M G, Wang J H. Active earth pressure against rigid retaining walls subjected to confined cohesionless soil[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, 17(6):06016041.

(上接第 14 页)

- [9] Cui Z H, Xu J C. Green small hydropower in China: practices and drivers[J]. Journal of Renewable and Sustainable Energy, 2017, 9(2):024501.
- [10] 崔振华, 徐锦才. 建立我国农村水电站退役机制的探讨[J]. 工程研究 - 跨学科视野中的工程, 2016, 8(6):626-632.

特邀作者简介

徐锦才, 男, 汉族, 1969 年出生, 浙江永康人, 博士, 教授级高级工程师。现任水利部农村电气化研究所所长, 全国注册咨询工程师, 中国水利学会水力

发电专委会主任。一直从事可再生能源和农村水电开发的研究与应用。负责完成省部级项目十余项, 获省部级科学技术一等奖 1 项、二等奖 2 项、三等奖 3 项, 获得专利 10 项(其中 6 项为发明专利)。出访美国、加拿大, 奥地利、塞尔维亚、澳大利亚、土耳其、越南、卢旺达等国家, 在多期国际培训班上为 50 多个国家的学员授课; 编写专著 3 部, 论文 30 多篇, 编写了几十个工程项目的可行性研究或方案设计报告, 主持及参与编写国家标准 3 份, 行业标准 4 份。