

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2019.02.043

弯曲型交汇河口三维数值模拟研究

何 勇, 金 生

(大连理工大学 水利工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 弯曲型主渠交汇是天然河流的主要交汇形式,对河床演变和水运发展产生重要影响,为了研究弯曲型交汇河口的水力特性,首先通过实验值与模拟值进行对比进行模型验证,然后通过三维数值模拟研究了流量比为 0.250、0.417、0.750 时,支渠分别交汇于 120°弯曲主渠弯顶凹岸和凸岸的交汇口附近的水流特性,从而为进一步研究弯曲型交汇河口的动床水流创造条件。通过研究表明:相同流量比的情况下,凸岸交汇时,分离区大,凹岸交汇时,分离区小;流量比越小,上游雍水越高,交汇口下游最低水位越低;相同流量比,凸岸交汇时上游雍水大于凹岸交汇,下游最低水位低于凹岸交汇,上下游水位差更大。

关键词: 弯道水流; 交汇河口; 分离区; 横向环流; 数值模拟; Tru-VOF

中图分类号: TV131.4

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2019)02-0232-07

Three - Dimensional Numerical Simulation of Flows in Bend River Junction

HE Yong, JIN Sheng

(College of Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: The intersection of curved main channels is the main form of natural rivers, which plays an important role in riverbed evolution and water transport development. To analyze the hydraulic characteristics of the bend river junction, we firstly verified the three-dimensional model by comparing the experimental values with the simulated values, and good agreement was obtained between the model simulation and the experimental measurements. Then the flow characteristics under the flow ratios 0.25、0.417、0.75 was analyzed when the tributaries meet at the 120-degree angle to the main stream from Concave bank and convex bank which will create environment for further study of moving bed flows in bend river junction. The results show that: under the same flow ratio the separation zone when the tributaries meet main stream at convex bank is larger than the concave bank; the smaller the flow ratio, the higher the upstream water level and lower the downstream water level. Under the same flow, the upstream water level when junction at concave bank is higher than junction at convex bank.

Keywords: curved flow; river junction; separation zoon; cross circulation; numerical simulation; Tru-VOF

大河大弯,小河小弯是天然河流的基本特征^[1],自 1876 年 Thomson^[2]发现弯道螺旋水流之后,对弯道水流的研究就从未停止,并取得了丰硕成果,理论研究方面,如计算横向流速分布的波达波夫公式^[3]和罗索夫斯基公式^[4],计算水面横比降的罗索夫斯基公式、张红武公式,计算弯道环流分布规律的 Odgaard 公式、张红武^[5]公式等。数值计算方面,国内外学者建立了很多弯道水流数学模型,如 Ruther 等^[6]、khosronejad 等^[7]、Zeng 等^[8]和陈翠霞等^[9]分别对弯道水流进行模拟并取得了较好的模拟效果。我

国河流众多,河流交汇形成交汇河口,对内河航运的发展起着控制性的作用,而且交汇河口水力特性复杂,河床冲淤剧烈,常常形成江心洲和浅滩。对于交汇河口的水力特性和泥沙输移问题,国内外学者也曾有过研究,如 Best 等^[10]研究了交汇河口分离区大小,Eric Dean Shumate^[11]曾就 90°直渠交汇河口在不同汇流比时的水力特性问题进行过系统研究,Ribeiro 等^[12]通过实验研究了明渠交汇口的水流和泥沙冲淤特性。兰波^[13-14]也对国内山区交汇河口的交汇情况及不同季节的汇流比进行过统计分析。

但目前对于弯曲型交汇河口的研究,特别是对弯曲型交汇河口的数值模拟研究还比较少。本文采用正交网格有限差分法求解完全离散的 Navier - Stokes 方程来研究弯曲型交汇河口的水力特性,其中主渠

为 120°弯道,支渠以 90°角分别交汇于主渠弯顶凹岸和凸岸,交汇后流量为 0.17 m³/s,主渠进口流量与总流量的比值定义为流量比 q^* ,分别为 0.250、0.417、0.750(见图 1)。

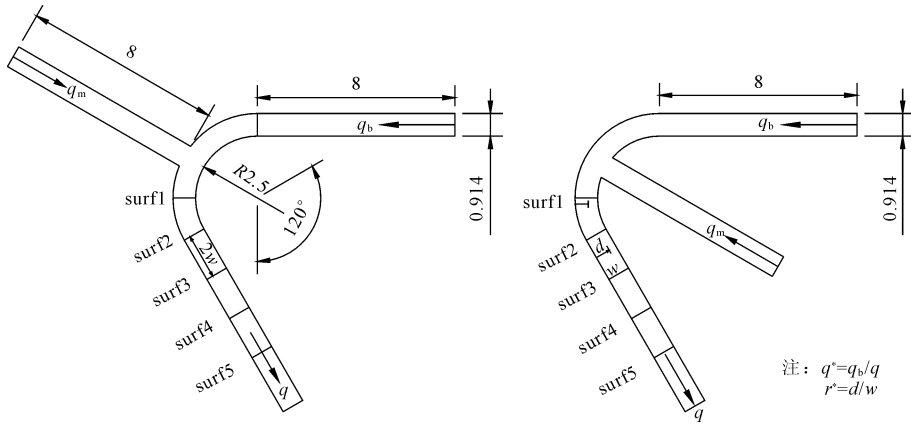


图 1 模型示意图(单位:m)

1 数值模型

本文采用 CFD 软件 FLOW^{3D}[15] 来进行相关研究,其控制方程主要是不可压缩流体的连续性方程、三个方向的动量方程,具体表达式如下:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_i A_i = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left(A_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + G_i + F_i \tag{2}$$

其中:

$$\rho V_f f_i = \Delta \tau_{b,i} - \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (A_j \tau_{ij}) \right] \tag{3}$$

$$\tau_{ij} = - \mu_{tot} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \tag{4}$$

其中: u_i 为平均速度; A_i 表示 i 方向可流动面积分数; V_f 为可流动体积分率; P 为压力; G_i 为 i 向的重力加速度; f_i 为 i 向的黏滞力加速度; $\tau_{b,i}$ 为壁面剪切力; τ_{ij} 为流体剪切应力; ρ 为液体密度; μ_{tot} 为动力黏度。

紊流模型本文采用 RNG- $k - \epsilon$ 方程[16-17],控制方程也引入了体积分率 V_f 和面积分率 A_x, A_y, A_z, k 方程和 ϵ 方程如下:

$$\frac{\partial k_T}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left(u A_x \frac{\partial k_T}{\partial x} + v A_y \frac{\partial k_T}{\partial y} + w A_z \frac{\partial k_T}{\partial z} \right) = P_T + G_T + \text{Diff}_k - \epsilon_i \tag{5}$$

$$\frac{\partial \epsilon_T}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left(u A_x \frac{\partial \epsilon_T}{\partial x} + v A_y \frac{\partial \epsilon_T}{\partial y} + w A_z \frac{\partial \epsilon_T}{\partial z} \right) = \frac{\text{CDIS} \cdot \epsilon_T}{k_i} \cdot (P_T + \text{CDIS3} \cdot G) + \text{Diff}_\epsilon - \text{CDIS2} \frac{\epsilon_T^2}{k_T} \tag{6}$$

其中 P_T 表示速度梯度引起的紊动能 k 的附加项,默认值为 0, G_T 是浮力引起的紊动能项,对于不可压缩流体取 0, Diff_k 和 Diff_ϵ 为扩散项,表达式如下:

$$\text{Diff}_k = \frac{1}{V_f} \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(v_k A_i \frac{\partial k_T}{\partial x_i} \right) \right], \text{Diff}_\epsilon = \frac{1}{V_f} \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(v_k A_i \frac{\partial \epsilon_T}{\partial x_i} \right) \right] \tag{7}$$

式中: $v_k = v_\epsilon = 1.39, \text{CDIS} = 1.42, \text{CDIS2} = 1.92, \text{CDIS3} = 0.20$ 。

2 数值算法和边界条件

本文网格采用有限差分结构化网格,标量变量置于网格面心,矢量变量置于网格体心,压力项采用隐式 GMRES 法迭代求解,动量对流项选用二阶精度。为减少计算量,采用单流体 Tru - VOF 法捕捉自由表面,自由表面以上的空气压力和密度视为统一值而不进行求解。

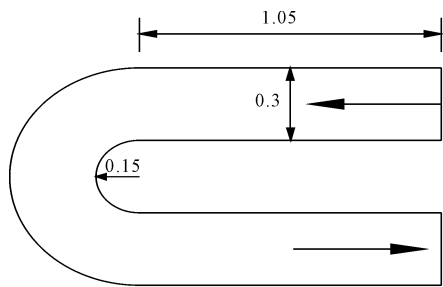
本文主渠和支渠上游按流量比给定流量边界,出口给定压力边界,出口水深方向服从静压分布,上部边界给定对称边界,即假定上部压力为大气压,且所有物理量在该界面的通量为 0。其余各边界为无滑移壁面边界。

3 模型验证

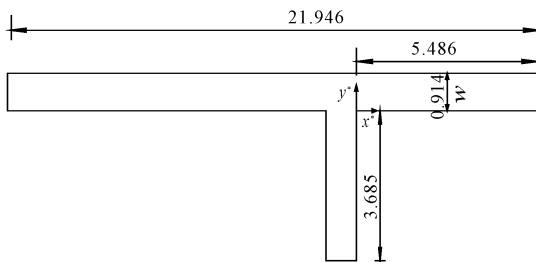
本文以休克莱(Skukry)矩形弯道水槽试验对模型进行弯道水流验证,以 Shumate 直渠交汇试验对模型进行交汇水流验证。休克莱矩形弯道试验和 Shumate 直渠交汇试验的模型尺寸如图 2 所示,图 2 中 x^*, y^*, z^* 分别表示 x, y, z 坐标比上渠道宽度

W 的无量纲数。休克莱试验上游给定流量边界 $0.072 \text{ m}^3/\text{s}$, 下游给定压力边界, 并保持水位为 0.28 m ; Shumate 试验主渠上游给定流量 $0.071 \text{ m}^3/\text{s}$, 支渠

给定流量 $0.091 \text{ m}^3/\text{s}$, 下游给定压力边界, 并保持水位为 0.305 m 。对两组试验进行模拟, 并从水位和流速两方面进行模型验证。



(a) 休克莱弯道试验

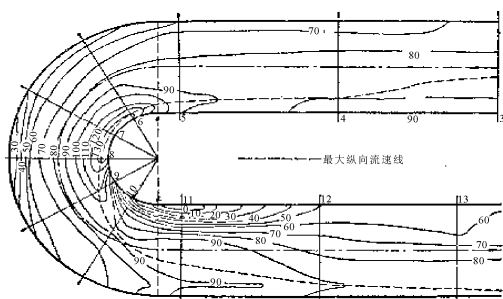


(b) Shumate 直渠交汇试验

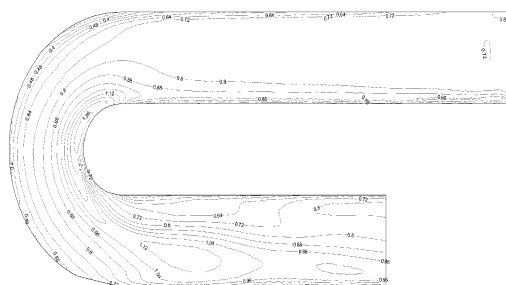
图 2 模型试验图(单位:m)

图 3 为休克莱弯道速度等值线图。从图 3 的速度等值线图可以看到, 在进入弯曲段之前, 动力轴线已经偏向凸岸, 在 120° 断面, 动力轴线偏向凹岸, 模拟值能够模拟出弯道水流动力轴线的迁移。图 4 绘

制了 $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ 断面的水位沿径向分布图, 从图 4 中可以看到, 模拟结果与试验实测数据基本一致, 能够模拟水位凹岸高, 凸岸低的水位特征。

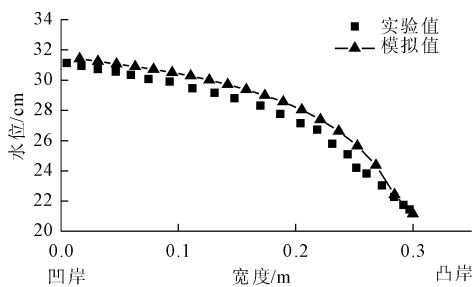


(a) 实测值(cm/s)

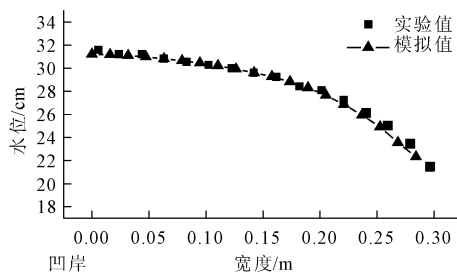


(b) 计算值(m/s)

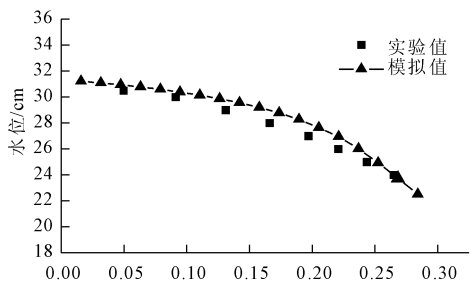
图 3 休克莱弯道速度等值线图



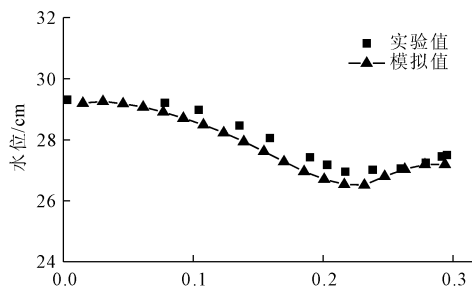
(a) 45° 断面



(b) 90° 断面



(c) 135° 断面



(d) 180° 断面

图 4 休克莱弯道典型断面横向水位图

图 5 是 y^* 分别为 0.25、0.50、0.75 倍渠宽的纵向剖面水位分布图,从模拟结果可看出能够模拟出交汇前的雍水现象和交汇后的水位降低。图 6 是距离交汇口两倍渠宽、距离主渠近支渠侧不同距离的

x 方向流速和 y 方向流速,由图 6 可以看到,除了近表面流速与试验结果略有偏差外,基本可以模拟出流速沿垂向的变化。

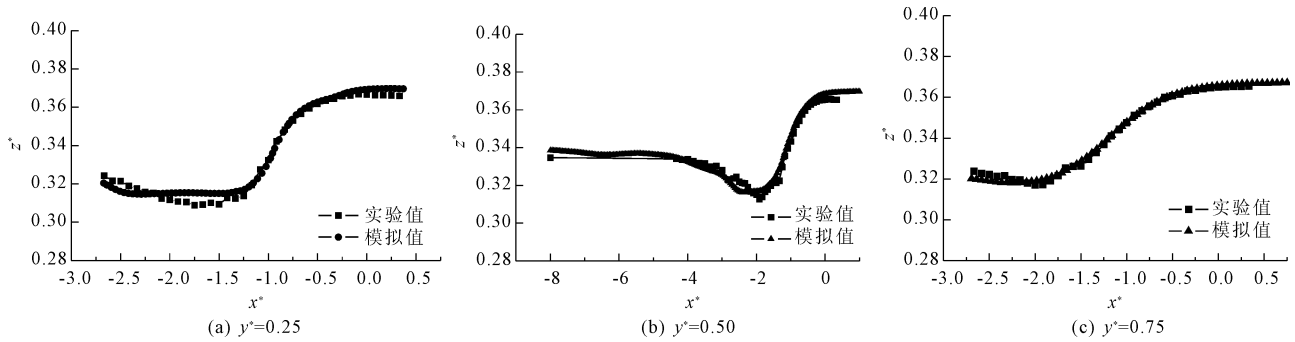


图 5 Shumate 试验典型纵剖面水位图

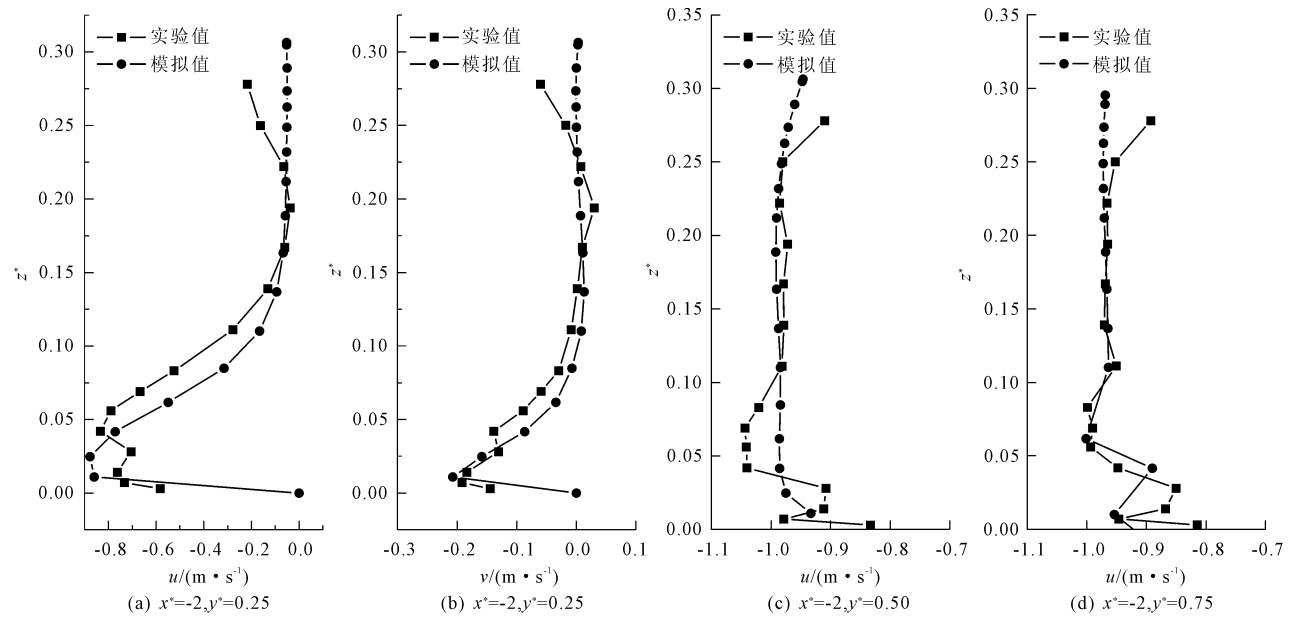


图 6 Shumate 试验速度垂向分布图

综上,本文采用的数值模型可以较精确的模拟出弯道水流和交汇水流的特点,可以用来进行弯曲型干流交汇口水流的三维水力特性研究。

4 模拟结果分析

本次模拟凹岸交汇和凸岸交汇两种交汇形式,为了便于说明,记距离凹岸的距离与渠道宽度的比值为 r^* ,记 90° 断面、 120° 断面、距 120° 断面 2 倍渠宽、4 倍渠宽、6 倍渠宽的断面分别为 surf1 - surf5,如图 1 所示。流量比 q^* 定义为主渠入口流量与交汇后总流量之比的无量纲数,每种交汇形式按流量比的不同模拟三种工况,如表 1 所示。

对模拟结果从水位、流速两个方面进行分析。

表 1 模拟工况

模拟编号	主渠流量 q_m $/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	支渠流量 q_i $/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	总流量 q $/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	流量比 q^*	下游水位 $/\text{m}$
Sim1	0.1275	0.0425	0.17	0.750	0.305
Sim2	0.0710	0.0990	0.17	0.417	0.305
Sim3	0.0425	0.1275	0.17	0.250	0.305

4.1 水位

为了分析水位的横向变化,将同一流量比在 $r^* = 0.25、0.50、0.75$ 处的纵向水位绘制在同一幅图中,凹岸交汇如图 7(a)—图 7(c)所示,为了分析不同流量比对水位的影响,将同一 r^* 不同流量比的水位绘制在同一幅图中,凹岸交汇如图 7(d)—图 7(f)所示。同样,也分析了凸岸交汇水位分布图(略)。

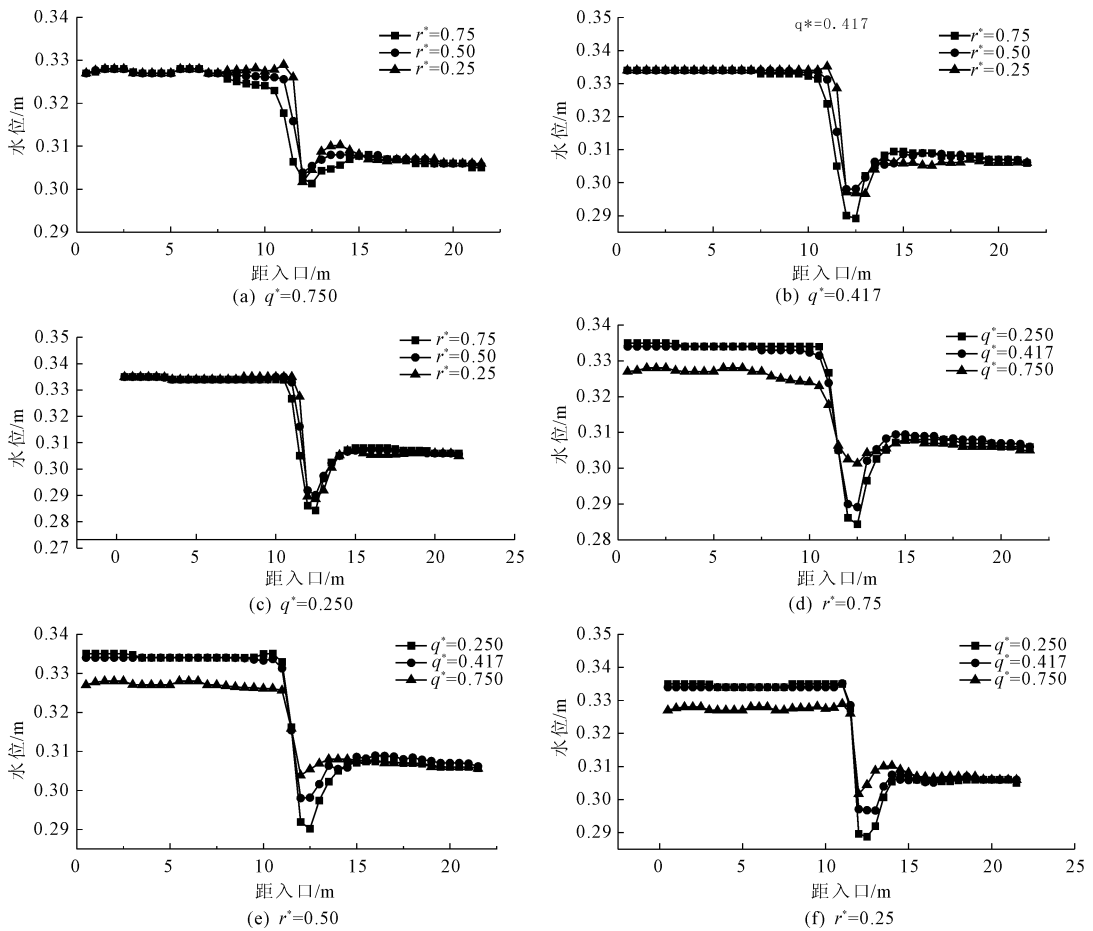


图 7 凹岸交汇水位分布图

从图 7 可以看到,凹岸交汇时,和直渠交汇不同,最低水位出现在交汇口下游远离支渠的凸岸,此处凸岸水位 < 凹岸水位 < 中间水位;在交汇口上游到交汇完成的范围内,凸岸水位 < 中间水位 < 凹岸水位。从图 7(d)—图 7(f)可以看出,流量比越小,支渠流量越大,上游雍水高度越高,下游最低水位越低,上下游水位差越大,但是随着流量比的减小,上游雍水高度增加越来越慢。

通过分析,凸岸交汇时,凹岸水位高于凸岸水位,距离凸岸越远,水位越高。记 J1 为 r^* 从 0.75 到 0.50 的水位平均横比降。J2 为 r^* 从 0.50 到 0.25 的水位横比降,如表 2 所示。

表 2 凸岸交汇水位横比降

q^*	J1	J2
0.250	0.140	0.096
0.417	0.118	0.083
0.750	0.074	0.055

由表 2 可以看出,凸岸交汇时,随着流量比的增大,横比降逐渐减小,随着 r^* 的增大,横比降随之增

大,即越靠近支渠,水面变化越剧烈。和凹岸交汇相同,支渠流量越大,上游雍水越高,下游最低水位越低。且随支渠流量的增加,上游雍水高度增加速率也是逐渐降低的。

研究表明无论凸岸交汇还是凹岸交汇,最低水位都出现在凸岸,这符合弯道水流的特性。但是相同流量比,凸岸交汇时的雍水高度更高,下游最低水位也越低,如 $q^* = 0.417$ 时,凸岸交汇雍水高度为 0.344 m,下游最低水位为 0.280 m,而凹岸交汇时,上游雍水高度为 0.333 m,下游最低水位为 0.286 m。

4.2 流速

由水力学的知识可以知道,弯道水流动力轴线会从凸岸偏向凹岸,交汇水则更为复杂,存在着分离区、恢复区等^[18],而弯曲型交汇河口既具有弯道水流的特性,又具有交汇水流的特性,因此,本文将从分离区、纵向流速、横向流场来进行分析。

(1) 分离区。绘制凹岸交汇和凸岸交汇时不同流量比在 $z = 0.25$ m 平面的流速云图见图 8,从图 8 中可以看到由于竖轴环流而形成的分离区。

从图 8 还可以看到,无论凸岸交汇还是凹岸交汇,均会在交汇口下游靠近支渠侧出现分离区,4 幅图的分离区长度依次为 0.83 m、1.55 m、1.68 m 和

3.20 m。显而易见,该分离区的大小随着流量比的减小而增大。相同流量比,凸岸交汇时,分离区比凹岸交汇时大。

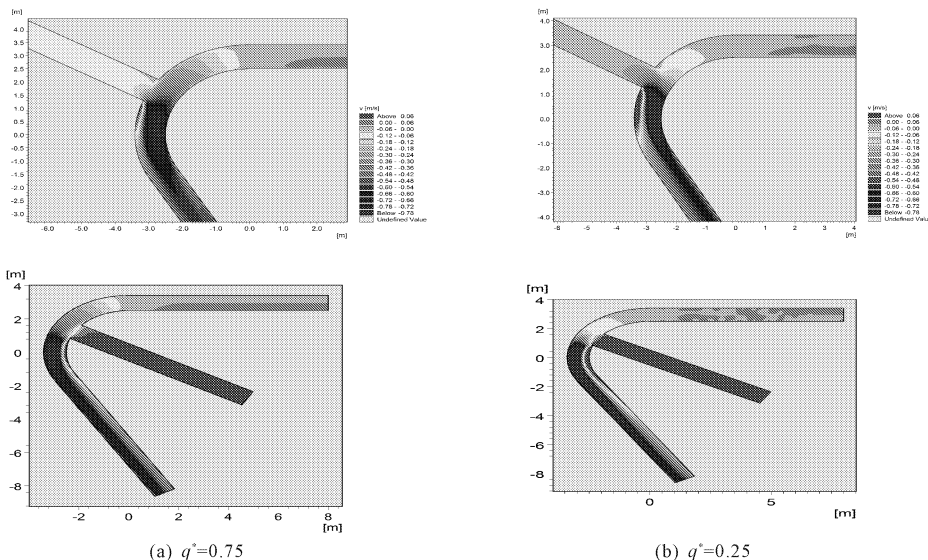


图 8 速度 v 云图(左侧: $q^* = 0.75$, 右侧: $q^* = 0.25$)

(2) 纵向流速。为了分析流量比对断面纵向流速分布的影响,绘制 surf1 和 surf3 在 $r^* = 0.25$ 和

$r^* = 0.75$ 的凹岸交汇纵向流速沿垂向分布图(见图 9),凸岸纵向流速沿垂向分布图略。

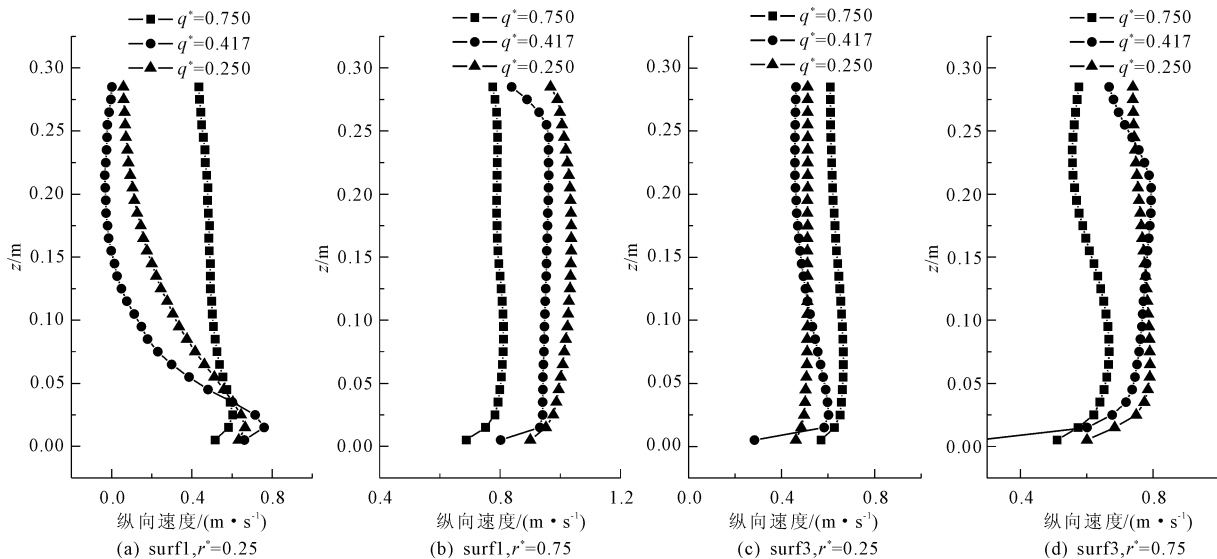


图 9 凹岸交汇纵向流速沿垂向分布

从图 9 中可以看到,无论是凸岸交汇还是凹岸交汇均呈现远离支渠一侧流速大,靠近支渠一侧流速小的现象;对于凹岸交汇,靠近支渠的凹岸,流速随流量比的减小先减小后增加,远离支渠的凸岸,纵向流速随流量比的减小而增加。对于凸岸交汇,靠近支渠的凸岸,流速随流量比的减小而减小,远离支渠的凹岸,纵向流速随流量比的减小而增加。

小纵向流速差值与流量比的关系图,由图 10 可以看到,随着流量比的增大,断面流速差值随之减小,即支流流量越大,断面流速沿横向分布越不均匀;相同流量比时,凸岸交汇时断面的最大纵向流速与最小流速的流速差值比凹岸交汇时大,可见,凸岸交汇时,渠道的弯曲加重了流速分布的不均匀程度。

从图 10 还可以看出,随着距离交汇口越来越远,断面纵向流速的差值也越来越小。

图 10 为 surf1 和 surf3 断面的最大纵向流速和最

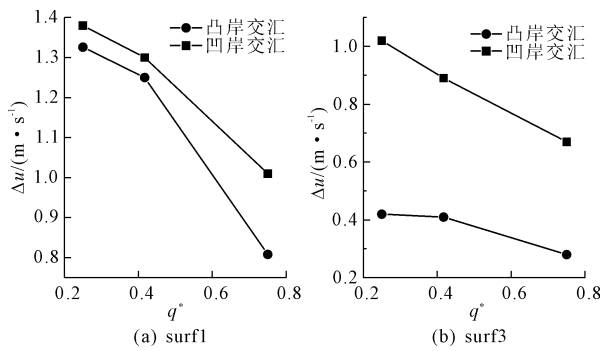


图 10 断面流速差与流量比关系图

(3) 横向流速。对于弯道水流,会存在一个底部流向凸岸、表面流向凹岸、环流中心位于凸岸横向环流^[19-20],但是当支渠汇入弯道时,由于支流与主流互相顶托,使交汇口附近的流态更为复杂、水流的三维特性更加明显,将 surf1 到 surf5 在 $r^* = 0.10、0.25、0.50、0.75、0.90$ 的径向流速绘制在不同的图中,发现在 surf1 - surf2 水流结构变化极其复杂,特别是当流量比较小时。自 surf3 之后,横向环流强度逐渐减小,环流结构也趋于稳定。本文选取弯顶断面 surf1 来分析。

在 surf1 断面,凹岸交汇时,底部流速在靠近支渠的凹岸指向凹岸,在远离支渠的凸岸指向凸岸,随着流量比的减小,底部流向凸岸的范围也随之减小。流量比较大时,断面靠近凸岸的逆时针横向环流范围大,随着流量比的减小,该逆时针环流中心逐渐向凸岸底部偏移,环流范围也越来越小,此外,随着流量比的减小,断面出现一逆时针环流,环流中心随流量比减小逐渐向凸岸方向移动。凸岸交汇时底部流速均指向凸岸,且断面存在一个和弯道水流环流方向一致的逆时针环流和一个与弯道水流环流方向相反的顺时针环流,逆时针环流中心随流量比的减小逐渐向凹岸偏移、环流范围随流量比的减小逐渐减小。顺时针环流随着流量比的减小逐渐向凹岸偏移,环流强度随流量比的减小而增大。

5 结论

本文通过数值模拟,对流量比为 0.250、0.417、0.750 的凹岸汇流和凸岸汇流进行水位、分离区、纵向流速和横向流场研究,得出如下结论:

(1) 流量比越小,分离区越大;相同流量比的情况下,凸岸交汇时分离区大,凹岸交汇时分离区小。

(2) 流量比越小,上游雍水越高,交汇口下游最低水位越低;相同流量比,凸岸交汇时上游雍水大于凹岸交汇,下游最低水位低于凹岸交汇,上下游水位

差更大。

(3) 断面最大纵向流速随流量比的减小而增加,最小纵向流速随流量比的减小而减小;相同流量比,凸岸交汇时断面最大纵向流速与最小纵向流速的流速差大于凹岸交汇时的流速差。

(4) 凹岸交汇时,在弯顶断面,近底横向流速靠近凹岸的地方指向凹岸,靠近凸岸的地方指向凸岸,流量比越小,近底流速指向凹岸的范围越大;凸岸交汇时,近底流速均指向凸岸。

参考文献:

- [1] 毛佩郁,毛昶熙.河湾水流与河床冲淤综合分析[J].水利水运科学研究,1999,3(1):96-105.
- [2] Thomson J. On the origin and winding of rivers in alluvial plain[J]. Proc. Royal Society of London, 1876, 25: 171-178.
- [3] 波达波夫.波达波夫选集:第 2 卷[M].北京:水利电力出版社,1958:37-41.
- [4] 罗索夫斯基.弯道上横向环流及其水面形状的关系,弯道上纵向流速的分布[C]//水科院.河床演变论文集.北京:科学出版社,1965.
- [5] 张洪武.弯道环流分布规律的研究现状[J].泥沙情报,1986(4):1-4.
- [6] Ruther N, Olsen N R. Three-dimensional modeling of sediment transport in a narrow 90° channel bend[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 131(10):917-920.
- [7] Khosronejad A, Rennie C, Neyshabouthi S, et al. 3D numerical modeling of flow and sediment transport in laboratory channel bends[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 133(10):1123-1134.
- [8] Zeng J, Constantinescu G, Weber L. 3D calculations of conditions in loose-bed open channels with significant suspended sediment load[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 136(9):557-571.
- [9] 陈翠霞,张小峰,冯向珍,等.弯曲型及顺直型河道水流三维数值模拟[J].华北水利水电大学学报(自然科学版),2018,39(6):84-90.
- [10] Best J L, Reid I. Separation zone at open-channel junction [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984, 110(11): 1588-1594.
- [11] Eric Dean Shumate. Experimental Description of Flow at an Open Channel Junction[D]. USA: University of Iowa, 1998.
- [12] Ribeiro M L, Blanckaert K, Roy A G, et al. Flow and sediment dynamics in channel confluences[J]. Journal of Geophysical Research, 2012, 117(F1):1-19.
- [13] 兰波.山区河流交汇河口的综合特性分析[J].重庆交通学院院报,1998,17(4):91-96.

4 结 论

(1) 建立了上级渠道断面水力要素变化且下级渠道断面不等条件下的渠系优化配水模型。本文采用的配水方案能满足上、下级渠道的配水流量和轮期的要求,整个渠系配水时间减少了 20 h,实现了大流量短历时配水,且上级渠道第 1 断面(首断面)配水流量较为均匀,同时有效减少了闸门开闭的次数,有效地减少了水量损失。

(2) 与以往成果相比,该优化模型考虑了渠道上下游断面水力参数不同的问题,拓宽了模型的应用范围;对约束条件的高效处理和算法的改进,保证了计算过程中群体的始终有效性。另外,通过不断调整优秀个体的变化区间快速缩小算法的收敛范围,从而大大缩短了程序运行时间。此模型与算法可为下级渠道流量不等、上级渠道上下游断面不同情况下的渠系优化配水提供参考。

参考文献:

- [1] 赵文举,马孝义,刘 哲,等.多级灌溉渠系配水优化编组模型与算法研究[J].农业工程学报,2008,24(2):11-16.
- [2] 代小平,仵 峰,张 亮,等.灌区农业水权分配存在的问题及对等探讨[J].华北水利水电大学学报(自然科学版),2018,39(3):68-72.
- [3] 周美林.灌溉渠道优化配水模型及渠道非恒定流过渡过程研究[D].杨凌:西北农林科技大学,2015.
- [4] 刘 照.基于 Web GIS 的盈科灌区渠系优化配水模型与系统研究[D].北京:中国科学院大学,2017.
- [5] 陈伦光.灌溉系统输水损失及有效利用系数的计算方法[J].水利与建筑工程学报,1991(1):39-41.
- [6] 樊 灏.闸管灌田间配水技术研究[J].水利与建筑工

程学报,2010,8(6):28-29,34.

- [7] 林 琳,田军仓,朱 磊.种植结构变化下渠井结合灌区用水优化配置研究[J].水利与建筑工程学报,2015,13(4):162-167,194.
- [8] Malaterre P O, Baume J P. SCI 3.0, a simulation model for canal automation design[C]//Proceedings of the International Workshop on Regulation of Irrigation Canals. State of the Art of Research and Applications. Marrakesh, 1997:68-75.
- [9] Zhi Wang, Reddy J M, Feyen J. Improved 0-1 programming model for optimal flow scheduling in irrigation canals[J]. Irrigation and Drainage Systems, 1995,9(2):105-116.
- [10] 刘 哲.灌溉渠系优化配水模型与算法研究[D].杨凌:西北农林科技大学,2006.
- [11] 宋松柏,吕宏兴.灌溉渠道轮灌配水优化模型与遗传算法求解[J].农业工程学报,2004,20(2):40-44.
- [12] 张国华,张展羽,等.基于粒子群优化算法的灌溉渠道配水优化模型研究[J].水利学报,2006,37(8):1004-1008.
- [13] 张成才,马 涛,董洪涛,等.基于遗传算法的灌区渠系优化配水模型研究[J].人民黄河,2013,35(3):65-67.
- [14] 谢崇宝, Lance J M.大中型灌区干渠输配水渗漏损失经验公式探讨[J].中国农村水利水电,2003(2):20-22.
- [15] 汪志农.灌溉排水工程学[M].北京:中国农业出版社,2005.
- [16] 赵丽蓉,黄介生,伍靖伟,等.水管理措施对区域水盐动态的影响[J].水利学报,2011,42(5):514-522.
- [17] 邢贞相,付 强.遗传算法与 BP 模型的改进及其在水资源工程中的应用[D].哈尔滨:东北农业大学,2004.
- [18] 金菊良,杨晓华.基于实数编码的加速遗传算法[J].四川大学学报,2000,32(4):20-24.
- [19] 付 强,李晓秋.基于实数编码的加速遗传算法在推求流量水深关系中的应用[J].东北水利水电,2001,10(19):1-4.

(上接第 238 页)

- [14] 兰 波.干支流交汇水面形态特性特征分析[J].重庆交通学院院报,1997,16(4):109-114.
- [15] 王 青,黄细彬.基于 Flow-3D 的陡坡弯道水流三维数值模拟[J].水资源与水工程学报,2016,27(5):145-149.
- [16] 代 彬,陈章森,周 维.基于 Realizable k-epsilon 模型的水闸下游水流数值模拟[J].水利与建筑工程学报,2018,16(4):176-180.
- [17] 蔡林芬.粉砂质泥沙运动特性的实验研究与数值模拟[D].天津:天津大学,2010:11-19.
- [18] 贾 猛.曲线交汇条件下弯道水流水力特性试验研究[D].邯郸:河北工程大学,2016:25-26.
- [19] 吴持恭.水力学[M].4版.北京:高等教育出版社,2007:257-263.
- [20] 于 洋.弯曲度对弯道水流结构影响的三维数值模拟研究[J].水利与建筑工程学报,2018,16(3):218-223.