

双材料界面裂纹动态应力强度因子有限元分析

马振洲¹, 王小乐¹, 刘恩欣², 杨文坡¹

(1. 河北渤海投资集团有限公司, 河北 沧州 061113; 2. 黄骅市常郭镇政府, 河北 沧州 061112)

摘要: 为研究界面裂纹动态应力强度因子在冲击荷载作用下的变化规律, 利用双材料界面理论, 推导出界面裂纹尖端的应力强度因子表达式。采用 ANSYS 有限元软件, 对由不同材料组合而成的四点剪切复合试样进行动态响应分析, 发现张开型应力强度因子 K_I 随着模态角的增加而减小, 剪切型应力强度因子 K_{II} 的绝对值则随着模态角的增加而增大, 且变化趋势较张开型应力强度因子 K_I 更复杂。进而将该理论运用到均质三点弯曲试样的动态响应分析中, 发现通过有限元计算得到冲击荷载下的动态应力强度因子具有较高的精度。

关键词: 双材料界面理论; 动态应力强度因子; 冲击荷载; 四点剪切复合试样; 模态角; 三点弯曲试样

中图分类号: O346.1

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2019)02-0101-04

Finite Element Analysis of Dynamic Stress Intensity Factor for Bimaterial Interface Cracks

MA Zhenzhou¹, WANG Xiaole¹, LIU Enxin², YANG Wenpo¹

(1. Hebei Bohai Investment Group Co., Ltd., Cangzhou, Hebei 061113, China;

2. Changguo Town Government of Huanghua City, Cangzhou, Hebei 061112, China)

Abstract: To study the variation of dynamic stress intensity factor of interface crack under impact loading, based on the theory of bimaterial interface mechanics, the expression of stress intensity factor at interface crack tip is deduced. The dynamic response of the four-point shear composite specimen under different modes is obtained by ANSYS finite element software. It is found that the open-type stress intensity factor K_I decreases with the increase of the modal angle, while the absolute value of the shear-type stress intensity factor K_{II} increases with the increase of the modal angle, and the trend of the shear stress intensity factor K_{II} is more complicated than the open dynamic stress intensity factor K_I . The theory is applied to the dynamic response analysis of the homogeneous three-point bending specimen, that is, the same material parameters are given on both sides of the crack. The results show that the dynamic stress intensity factor under the impact loading obtained by the finite element method has a high accuracy.

Keywords: bimaterial interface mechanics theory; dynamic stress intensity factor; impact loading; four-point shear composite specimen; modal angle; three-point bending specimen

双材料界面普遍存在于大量工程结构和材料之中, 如岩基与混凝土坝的交界面, 复合材料的结合面等。由于界面本身通常比构成界面的材料性能要差, 因此总是比较容易在结合面附近产生裂缝, 并沿界面发生扩展直至结构破坏^[1]。在实际工程中, 可能会遇到含有裂纹的结构体受到动态载荷作用的情况^[2]。为了保证结构在工作时的安全性, 需要对裂纹体在动载荷作用下的响应进行分析。而动态应力

强度因子是反映裂缝尖端应力和位移等重要力学性质的参数, 不少学者就带裂纹的材料进行了动态应力强度因子的计算和试验研究^[3-9], 但这些研究都是在均质材料下进行的, 而对界面结构动态响应分析却鲜有涉及。考虑到工程实际中多存在界面问题, 本文利用双材料界面力学理论对四点剪切复合试样在冲击荷载作用下的动态应力强度因子进行计算分析, 并通过均质的三点弯曲试样在冲击荷载下

的动态响应分析验证该理论的有效性,进而为解决界面结构动力问题提供参考。

1 双材料界面理论

考虑由两种不同材料组成的无限大平面,在交界处有一半限长裂纹,如图 1 所示。其中, $y > 0$ 的区域为材料 1, $y < 0$ 的区域为材料 2。各材料对应的弹性模量、剪切模量和泊松比分别为 E_1 、 μ_1 、 ν_1 和 E_2 、 μ_2 、 ν_2 。

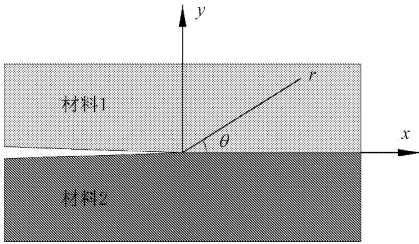


图 1 双材料界面裂纹模型

在数值计算中,对界面裂纹问题的分析常采用直角坐标系,开口位移(裂缝剪切位移和张开口位移分别记为 δ_x 和 δ_y) 定义如下:

$$\delta_x = u_{x_1}(r, \pi) - u_{x_2}(r, -\pi) \tag{1}$$

$$\delta_y = v_{y_1}(r, \pi) - v_{y_2}(r, -\pi)$$

裂纹面开口位移表达式^[1]为:

$$\delta_y + i\delta_x = \frac{(K_1 + iK_2)\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left(\frac{r}{L}\right)^{i\epsilon}\left(\frac{\kappa_1 + 1}{\mu_1} + \frac{\kappa_2 + 1}{\mu_2}\right)}{2(1 + 2i\epsilon)\cosh(\epsilon\pi)} \tag{2}$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta}\right) \tag{3}$$

式(1)中: u 和 v 分别为裂缝翼缘 x 方向和 y 方向的位移值; r 为裂缝翼缘到裂缝尖端的距离。式(2)中, ϵ 为界面裂纹的振荡因子,定义见式(3),其中, β 为 Dundurs 参数中的值,结果见表 1; κ 为材料的卡帕参数; L 为特征长度,即裂纹长度的倍数; K_1 、 K_2 分别称为界面张开型和剪切型应力强度因子,按照该公式的定义,虽然二者与均质材料裂纹所对应的应力场不同,但它们的量纲却与均质材料裂纹应力强度因子完全一致。通过进一步推导,可得 K_1 、 K_2 的表达式^[10] 见式(4)和式(5):

$$K_1 = E^* \left\{ \delta_1 \left[\sin\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) - 2\epsilon \cos\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) \right] + \delta_2 \left[\cos\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) + 2\epsilon \sin\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) \right] \right\} \frac{(2\pi)^{1/2} \cosh(\pi\epsilon)}{8r^{1/2}} \tag{4}$$

$$K_2 = E^* \left\{ \delta_1 \left[\cos\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) + 2\epsilon \sin\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) \right] - \delta_2 \left[\sin\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) - 2\epsilon \cos\left(\epsilon \ln \frac{r}{L}\right) \right] \right\} \frac{(2\pi)^{1/2} \cosh(\pi\epsilon)}{8r^{1/2}} \tag{5}$$

其中, E^* 为式(6) 的简化形式,

$$E^* = \begin{cases} \frac{2E_1E_2}{E_1(1 - \nu_2^2) + E_2(1 - \nu_1^2)} & (\text{平面应变}) \\ \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} & (\text{平面应力}) \end{cases} \tag{6}$$

动态断裂问题比静态问题要复杂,它不仅要考虑惯性效应,而且还要考虑应力波在结构内的传播。对于有预制裂纹的结构体在冲击载荷作用下的动力响应须满足式(7) 运动平衡方程:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \tag{7}$$

式中: $[M]$ 为质量矩阵; $[C]$ 为阻尼矩阵; $[K]$ 为刚度矩阵; $\{\ddot{u}\}$ 、 $\{\dot{u}\}$ 、 $\{u\}$ 分别为节点加速度、速度和位移向量; $\{F(t)\}$ 为节点荷载向量。当不考虑裂纹的扩展时,该动力方程的阻尼项可不予考虑^[11-12]。

2 模型分析

2.1 界面模型分析

算例对由岩石和混凝土两种材料组成的四点剪切复合模型进行动力响应分析。其中,两种母材的力学参数见表 1。复合模型尺寸大小见图 2。冲击荷载为线性冲击荷载和正弦冲击荷载两种形式,如图 3 所示,荷载作用时间为 $80\ \mu\text{s}$,通过调整两种材料的相对长度,计算 $100\ \mu\text{s}$ 内不同模态下的动态应力强度因子。

表 1 材料力学参数

材料	弹性模量 /GPa	泊松比	密度 /(kg·m ⁻³)	α	β
岩石	64.39	0.198	2720	0.3643	0.1495
混凝土	30.00	0.188	2400		

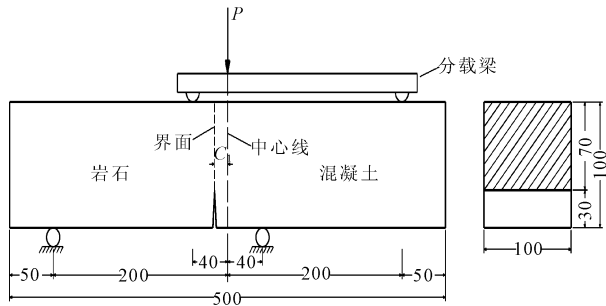


图 2 四点剪切试样复合模型(单位:mm)

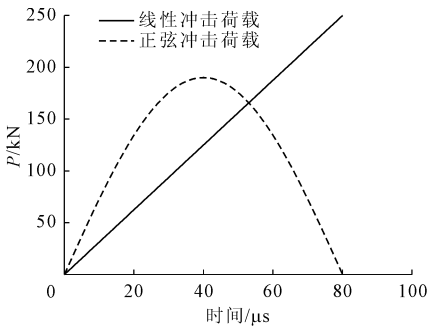


图 3 冲击荷载形式

界面力学中将复合模态角 ψ 定义如下:

$$\psi = \arctan(K_2/K_1) \tag{8}$$

为了使模态角较为均布,通过试算最终选取以下三种情况进行分析。四点剪切复合模型的基本参数如表 2 所示。

表 2 四点剪切复合模型基本参数

模态	试件尺寸 /mm	岩石长度 /mm	C_1 /mm	裂缝深度 /mm	K_2/K_1	ψ /(°)
1	500×100×100	220	30	30	0.418	22.7
2	500×100×100	235	15	30	0.920	42.6
3	500×100×100	242	8	30	1.819	61.2

本文采用 ANSYS 软件的中 Plane 183 单元(Plane 183 单元为二维八节点平面奇异单元,利用前处理 KSCON 命令,可以设置裂缝尖端的奇异性^[13],可用来解决二维断裂问题)对岩石/混凝土四点剪切复合梁进行建模,按照平面应力假定,计算界面动态应力强度因子(计算时取 L 为 2 倍裂纹长度)。为了模拟裂缝尖端应力、位移的 $r^{1/2}$ 奇异性,需要对裂纹尖端网格进行细分,并将裂缝尖端周围的等参单元各条边中的节点移至靠界面裂缝尖端的 1/4 分点处^[14]。

采用双材料界面理论对四点剪切复合模型进行动态响应分析时,只需将对应的材料力学参数输入到软件中,由于母材性质的差异以及模型受力及约束的非对称性,使得在计算的过程中不仅会存在张开型动态应力强度因子 K_1 ,还必然会产生剪切型动态应力强度因子 K_2 。利用 ANSYS 求解完成后,输出裂尖两侧附近节点的位移值,代入 K_1 、 K_2 求解公式,从而计算出瞬态分析各节点每一步的 K_{1i} 和 K_{2i} 的值,利用最小二乘法对各步节点的应力强度因子进行线性拟合,外推到 $r=0$ 即裂尖处的动态应力强度因子^[15]。该模型受冲击荷载下的动态应力强度因子分别如图 4、图 5 所示。

从图 4、图 5 中可以发现:

(1) 在 $0 \sim 15 \mu\text{s}$ 左右, K_1 、 K_2 的值均为零,这是

因为试样受到冲击荷载作用产生的应力波传到裂缝尖端需要一段时间;在 $15 \mu\text{s}$ 之后, K_1 随着模态角的增加而减小,而 K_2 的绝对值则随着模态角的增加而增大。

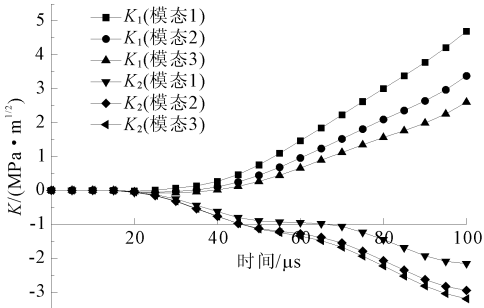


图 4 不同模态下四点剪切复合试样受线性冲击荷载下动态应力强度因子 K_1 和 K_2

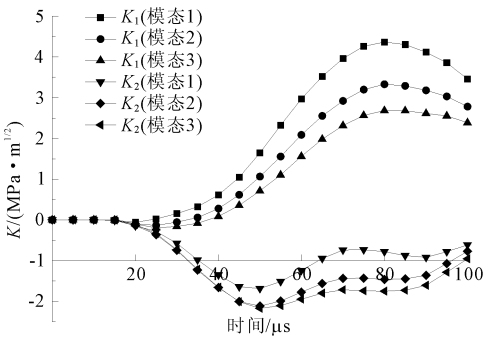


图 5 不同模态下四点剪切复合试样受正弦冲击荷载下动态应力强度因子 K_1 和 K_2

(2) 四点剪切复合试样在线性冲击荷载作用下, K_1 随时间逐渐增大。在 $40 \mu\text{s}$ 之后不同模态角下的 K_1 的值均基本呈线性增大;而 K_2 的绝对值在线性冲击荷载作用下也随时间逐渐增大,其变化呈现陡-缓-陡趋势,较 K_1 的变化趋势更复杂。

(3) 四点剪切复合试样在正弦冲击荷载作用下, K_1 先增大后减小。但在模态角较小的情况下,其变化趋势较大,当正弦力在 $80 \mu\text{s}$,即为零时, K_1 达到最大值,比力达到最大值时要滞后 $40 \mu\text{s}$;而 K_2 的绝对值重复先增大后减小的过程, K_2 变化趋势同样比 K_1 复杂,在 $50 \mu\text{s}$ 左右达到峰值,比正弦力达到最大值时也要滞后。

2.2 均质模型验证

利用 ANSYS 软件对如图 6 所示的三点弯曲试样模型进行建模,材料的弹性模量 E 为 210 GPa,泊松比 ν 为 0.3,密度 ρ 为 7 800 kg/m³。冲击荷载形式及作用时间均与算例 2.1 相同,计算时间为 $100 \mu\text{s}$ 。利用双材料界面理论方法计算该模型在冲击荷载作用下的动态应力强度因子,将计算结果与文献 [3] 中的结果进行比较。

当使用界面公式计算均质材料的动态应力强度因子时,只需将裂缝两侧设置为同一种材料,即取相同的材料参数进行计算。根据最小二乘法 and 位移外推的原理,可以得到三点弯曲试样模型受线性冲击荷载和正弦冲击荷载作用下的动态强度因子如图 7、图 8 所示。

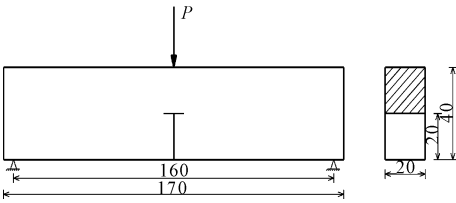


图 6 三点弯曲试样模型(单位:mm)

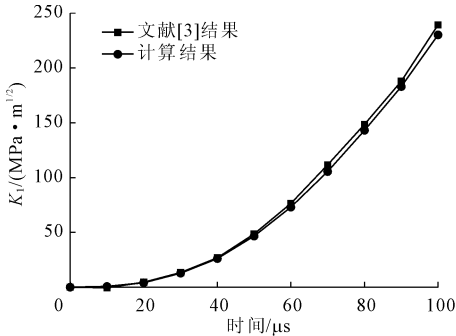


图 7 线性冲击荷载下动态应力强度因子

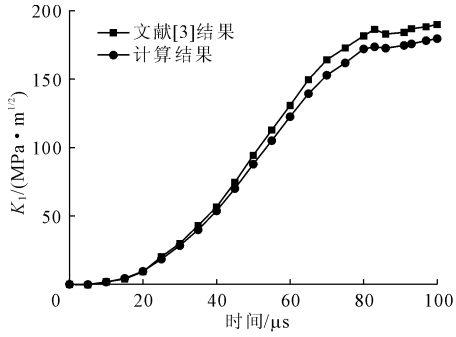


图 8 正弦冲击荷载下动态应力强度因子

从图 7、图 8 中可以看出,运用双材料界面公式计算出的结果与文献[3]的结果较为接近,表明利用该界面理论方法求解均质材料的动态应力强度因子能够满足一定的精度要求。由于该方法基于双材料界面力学公式,当解决工程实际中复杂的界面动态断裂问题时,该方法便成为一种有效方式。

3 结 论

试样在受到冲击荷载作用的初始时间段内应力强度因子的值为零,这是因为初始应力波从受力位置传到裂纹尖端需要一定时间。试样在冲击荷载下的行为与在静态荷载作用下不同,不是直接把外力随时间变化的最大值代入静态应力强度因子表达式

中得到动态应力强度因子最大值,需要对试样加载全过程进行动力响应分析来确定试样的动态应力强度因子。

文中界面应力强度因子公式可以用来计算均质材料三点弯曲试样模型的动态应力强度因子,并满足一定的精度。在进行不同模态下的界面结构动力响应分析时可以发现, K_I 随着模态角的增加而减小,而 K_2 的绝对值则随着模态角的增加而增大,而且无论是在线性冲击荷载还是正弦冲击荷载作用下,当界面结构受剪切作用时,在计算时间之内剪切型动态应力强度因子 K_2 的变化趋势较张开型动态应力强度因子 K_I 更复杂。

参考文献:

- [1] 许金泉. 界面力学[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 1-281.
- [2] 汪亦显, 曹 平, 尹士兵. 冲击载荷下脆性岩板损伤断裂演化的实验模拟研究[J]. 四川大学学报, 2011, 43(6): 85-90.
- [3] 钟卫洲, 罗景润. 冲击载荷下三点弯曲试样的有限元分析[J]. 环境技术, 2004, 22(1): 7-9.
- [4] Yokoyama T, Kishida K. A novel impact three-point bend test method for determining dynamic fracture-initiation toughness[J]. Experimental Mechanics 1989, 29(2): 188-194.
- [5] Rager A, Williams J G, Ivankovic A. Numerical analysis of the three point bend impact test for polymers[J]. International Journal of Fracture, 2005, 135(1): 199-215.
- [6] Crouch B A. Finite element modeling of the three-point bend impact test[J]. Computers and Structures, 1993, 48(1): 167-173.
- [7] Orynyak I V, Krasowsky A J A. The modelling of elastic response of a three-point bend specimen under impact loading [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 60(5): 563-575.
- [8] 曾祥国, 刘世品, 李琼阳, 等. 冲击载荷下材料动态断裂参数的有限元计算[J]. 四川大学学报, 2007, 39(6): 1-6.
- [9] 峭冠华, 刘晨霞, 李曙光, 等. 基于冲击弹性波波速的混凝土碱骨料反应损伤评价研究[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2018, 39(5): 31-35.
- [10] 丁 涛, 钟 红, 林 泉. 岩石与混凝土界面断裂特性的试验研究[J]. 水利与建筑工程学报, 2013, 11(5): 118-122.
- [11] 戴 峰, 王启智. 冲击荷载作用下动态应力强度因子的迭加积分法[J]. 振动与冲击, 2005, 24(3): 89-95.
- [12] Dundurs J. Discussion of edge bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading[J]. Journal of Applied Mechanics, 1969, 36(3): 650.
- [13] 祁顺彬. 基于 ANSYS 的 I - II 复合型裂缝应力强度因子计算[J]. 水利与建筑工程学报, 2008, 6(2): 86-90.
- [14] 刘光廷, 王宗敏, 周鸿钧. 缝端奇异边界单元和界面裂缝的应力强度因子计算[J]. 清华大学学报, 1996, 36(1): 34-40.
- [15] 解 德, 钱 勤, 李长安. 断裂力学中的数值计算方法及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 1-226.