

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2017.01.009

# 静止土压力系数的计算方法及影响因素分析

张继周<sup>1</sup>, 王华敬<sup>2</sup>, 刘福胜<sup>2</sup>, 曲兆昆<sup>2</sup>

1. 中设设计集团院股份有限公司, 江苏 南京 210014;

2. 山东农业大学 水利土木学院, 山东 泰安 271018)

**摘要:** 岩土工程领域的结构物设计,作用在其上的侧向土压力是一个重要参数,该参数确定的准确与否,直接影响工程设计的优劣或成败。规范中能够考虑的影响因素较为单一,面对复杂的设计工况,工程师很难做到针对性分析。为解决这一不足,使工程师在设计过程中面对静止土压力状态计算时能有的放矢而非一味照搬规范公式,首先从纵向历史轴线上对静止土压力系数计算方法的研究进行梳理和总结,进而从土体应力历史和空间几何特征两个方面,分别开展其对静止土压力系数的影响研究。研究成果认为,设计中可采用 Jaky 简化公式,同时考虑被支挡土体的应力历史和空间几何特征的影响,并提供了定量分析方法。结论不仅可指导实际工程设计,还可为后续相关领域的研究提供必要的技术支撑。

**关键词:** 土压力理论;侧向土压力;静止土压力;影响因素

中图分类号: TV222.2

文献标识码: A

文章编号: 1672-1144(2017)01-0043-05

## Calculation Method and Influencing Factors Analysis of the Coefficient of Earth Pressure at Rest

ZHANG Jizhou<sup>1</sup>, WANG Huajing<sup>2</sup>, LIU Fusheng<sup>2</sup>, QU Zhaokun<sup>2</sup>

(1. Jiangsu Provincial Communications Planning and Design Institute Co., Ltd., Nanjing, Jiangsu 210014, China;

2. College of Water Conservancy and Civil Engineering, Shandong Agricultural University, Tai'an, Shandong 271018, China)

**Abstract:** Accurate estimation of lateral earth pressure is very important parameter in many geotechnical engineering structures designs. This research focused on the calculation method and influencing factors analysis of the coefficient of earth pressure at rest. At-rest earth pressures are affected by the stress history of the soil and the geometry of the structure & soil system in question. The calculation method of earth pressure at rest was summarized first. Then the analysis of the soil and the geometry of the structure and soil system influencing earth pressure at rest were carried out. The results indicate that simplified Jaky formula could be adopted in practical projects. This conclusion could provide new principals for estimate of the at-rest earth pressure against retaining structures to improving the quality of engineering project to avoid accidents, also can lay a solid foundation for researchers who are going to study similar question in related fields.

**Keywords:** earth pressure theory; lateral earth pressure; at-rest pressure; influencing factors

岩土工程领域的结构物设计,作用在其上的侧向土压力是一个重要参数,该参数确定的准确与否,直接影响工程设计的优劣或成败。侧向土压力分主动、静止和被动土压力,而实际各种土压力状态的形成与结构物相对于土体的位移大小和方向有关。关

于土压力状态的选择,笔者已在其它论文中进行过深入探讨,本文将研究的视角集中在静止土压力系数的计算方法和影响因素分析上,涉及主动和被动土压力系数的研究将在后续论文中论述。

静止土压力系数主要受土体应力历史和空间几

收稿日期:2016-10-24

修稿日期:2016-11-20

基金项目:国家科技支撑计划资助项目(2015BAB07B05)

作者简介:张继周(1983—),男,河南驻马店人,博士,高级工程师,主要从事岩土工程设计、咨询和概率设计方法及工程应用方面的研究。

E-mail:55109992@qq.com

通讯作者:王华敬(1971—),女,山东烟台人,博士,副教授,主要从事岩土工程的教学科研工作。E-mail:hj\_wsd@163.com

何特征的影响,不少学者对此开展过卓有成效的研究。本文拟以此为依托,首先从纵向历史轴线上对静止土压力系数计算方法的研究进行梳理和总结,进而依照上述两个方面,分别开展其对静止土压力系数的影响研究。以期工程师在设计过程中面对静止土压力状态计算时能有的放矢而非一味照搬规范公式,从而提高工程设计质量,避免工程事故。研究成果第一次系统梳理和总结了静止土压力系数的计算方法,提供了考虑被支挡土体应力历史和空间几何特征影响的定量分析方法,有效补充了现有规范考虑因素较为单一的不足,可指导不同工况下实际工程的设计。同时,本文结论还可为后续相关领域的研究提供必要的技术支撑。

## 1 静止土压力系数的定义

在土体无侧向变形条件下,通常定义作用在结构物上的水平向土压力或土体内某一点应力状态的水平分量为静止土压力。Terzaghi K<sup>[1]</sup>通过研究认为该值可通过水平向与竖直向主应力大小的比值求得:

$$K_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \quad (1)$$

式中: $\sigma_h$ 为水平向主应力; $\sigma_v$ 为竖直向主应力; $K_0$ 为静止土压力系数。

其后,Bishop A W<sup>[2]</sup>对此进行了更为具体的定义,他认为当土体在无侧向变形条件下固结时,静止土压力系数应是水平向有效主应力与竖直向有效主应力的比值:

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} \quad (2)$$

式中: $\sigma'_h$ 为水平向有效主应力; $\sigma'_v$ 为竖直向有效主应力; $K_0$ 为静止土压力系数。

可以想象当一个土体单元经历任意应力历史作用时,必将导致土体内应力重分布,从而达到新的平衡以便阻止更进一步的应变发生。为更加准确的定义,Andrewes K I等<sup>[3]</sup>认为当土体无侧向变形时,静止土压力系数应是水平向有效主应力增量与竖直向有效主应力增量的比值:

$$K_0 = \frac{\Delta\sigma'_h}{\Delta\sigma'_v} \quad (3)$$

式中: $\Delta\sigma'_h$ 为水平向有效主应力增量; $\Delta\sigma'_v$ 为竖直

向有效主应力增量; $K_0$ 为静止土压力系数。

## 2 静止土压力研究成果总结

静止土压力系数最早于1891年由Donath A D<sup>[4]</sup>提出,随后Terzaghi K<sup>[1]</sup>于1920年第一次发表了关于静止土压力系数的实测值,定量计算公式则由Jaky J<sup>[5]</sup>于1944年首次通过理论推导而得。随后,各国学者分别基于理论分析、试验测试等手段,针对不同类型土体,得到各种静止土压力系数的计算公式。笔者从纵向历史轴线上对静止土压力系数计算方法的研究成果进行了梳理和总结,如表1所示。

纵观表1中公式,静止土压力系数的因变量主要为有效内摩擦角、泊松比、塑性指数和水平及竖直向弹性模量。因有效内摩擦角是土体的一个基本强度参数,就使用便捷性而言,以有效内摩擦角为因变量的静止土压力系数计算公式应用最为广泛。考虑参数自身的不确定性和测试过程中的误差<sup>[20-23]</sup>,目前计算或各种软件中默认采用Jaky J<sup>[6]</sup>于1948年提出的简化公式,Wroth C P<sup>[24]</sup>认为该简化公式的精度已足以满足大多数工程设计的要求。

## 3 静止土压力的影响因素分析

### 3.1 应力历史对静止土压力的影响

根据公式(2)所示,静止土压力系数可表示为水平向有效主应力与竖直向有效主应力的比值。考虑 $K_0$ 状态下的土体应力历史如图1所示,OA代表初始荷载作用下的水平向和竖直向有效主应力路径,静止土压力系数保持不变。若因外界因素(开挖、移除荷载或地下水位变动等)导致竖直向有效主应力降低,如图1中ABC所示应力路径,土体便处于超固结状态,超固结比 $n_{ocr} = \sigma'_{vmax} / \sigma'_v$ 对静止土压力系数影响较大。若卸载后重新加载,应力路径如CD所示。若反复的卸载和加载(如地下水位的季节性变化),应力路径将在ABCD A范围内往复循环。

对于正常固结土,如图1中应力路径OA,静止土压力系数 $K_0$ 的计算已在第2部分进行过探讨。对于超固结土(应力路径ABC表示卸载、CD表示卸载后再加载),C点定义为最大超固结比 $n_{ocmax}$ 对应的应力状态,根据文献[25],卸载时静止土压力系数可按式(4)计算,卸载后再加载时静止土压力系数可按式(5)计算。

表 1 静止土压力系数研究成果汇总

年份	公式	来源	国家	备注
1944	$K_0 = (1 - \sin\varphi') \frac{\left(1 + \frac{2}{3} \sin\varphi'\right)}{(1 + \sin\varphi')}$	Jaky <sup>[5]</sup>	匈牙利	基于平面应变条件下三角形砂堆的临界应力状态,通过数学和力学方法推导而得。且作者发现在 $20^\circ < \varphi' < 40^\circ$ 时,可简化为 $K_0 = 0.9(1 - \sin\varphi')$ ,结果几乎没有差别。
1948	$K_0 = 1 - \sin\varphi'$	Jaky <sup>[6]</sup>	匈牙利	该年作者在荷兰鹿特丹一个学术会议上对公式进行了进一步简化,但未做任何说明和论证。
1951	$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$	Tschebotarioff <sup>[7]</sup>	俄罗斯	基于弹性力学理论推导而得。
1957	$K_0 = \tan^2 \left[ 45^\circ - \frac{\phi_e}{2} \right]$	Rowe <sup>[8]</sup>	英国	基于朗肯主动土压力理论,推导得到:静止土压力状态下,剪切强度发挥 $\phi_e = 1.15(\varphi' - 9^\circ)$ 。
1963	$K_0 = \left[ \frac{1 + \frac{\sqrt{5}}{8} - 3 \frac{\sqrt{5}}{8} \sin\varphi'}{1 - \frac{\sqrt{5}}{8} + 3 \frac{\sqrt{5}}{8} \sin\varphi'} \right]$	Hendron <sup>[9]</sup>	美国	基于砂土一维压缩特性推导而得,作者认为有效内摩擦角并非是控制主动土压力系数的唯一因素。
1965	$K_0 = 0.95 - \sin\varphi'$ $K_0 = 0.4 + 0.007(PI)$ , for $PI$ between 0 and 40 $K_0 = 0.64 + 0.001(PI)$ , for $PI$ between 40 and 80	Brooker and Ireland <sup>[10]</sup>	加拿大	基于四种重塑黏土试验数据总结而得,结论是静止土压力系数与有效内摩擦角和塑性指数均有关。
1975	$K_0 = 0.97(1 - 0.97\sin\varphi')$	Saglamer <sup>[11]</sup>	土耳其	仅适用于无黏性砂土。
1979	$K_0 = \sqrt{K_u}$	Wenkow <sup>[12]</sup>	英国	基于实验室测试数据而得,适用于含黏性成分的砂土。
1979	$K_0 = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi'}{3} \right)$	Vierzbiczy	埃及	基于朗肯主动土压力理论,假设静止土压力状态下,剪切强度发挥三分之二而得。
1979	$K_0 = 0.44 + 0.42 \left[ \frac{PI}{100} \right]$	Massarsch <sup>[13]</sup>	瑞典	仅适用于正常固结细粒度黏性土。
1984	$K_0 = (1 - \sin\varphi') + 5.5 \left[ \frac{\gamma_d}{\gamma_{dmin}} - 1 \right]$	Sherif <sup>[14]</sup>	美国	基于实验室测试数据而得,适用于砂性土,可以考虑砂土压实效应。
1987	$K_0 = \frac{1}{(1 + 2\sin\varphi')}$	Matsuoka <sup>[15]</sup>	日本	基于连续介质力学推导而得。
1987	$K_0 = \frac{\sqrt{E_h}}{\sqrt{E_v}}$	Moroto <sup>[16]</sup>	日本	基于超固结黏土的各向异性,经理论推导而得, $E_h$ 和 $E_v$ 分别为水平向和竖直向弹性模量。
1991	$K_0 = \frac{1 - \sin(\varphi' - 11.5^\circ)}{1 + \sin(\varphi' - 11.5^\circ)}$	Bolton <sup>[17]</sup>	英国	基于对砂性土的研究而得。
1994	$K_0 = 0.95(1 - \sin\varphi')$	Robert <sup>[18]</sup>	匈牙利	基于 Jaky 公式修正而得,适用于 $20^\circ < \varphi' < 40^\circ$ 。
2011	$K_0 = \frac{1 - \sin^2\varphi'}{1 + \sin^2\varphi'}$	EI Sharif <sup>[19]</sup>	埃及	基于均质、各向同性弹性理论,假设土压力与墙体位移为线性函数推导而得,仅适用于砂性土。

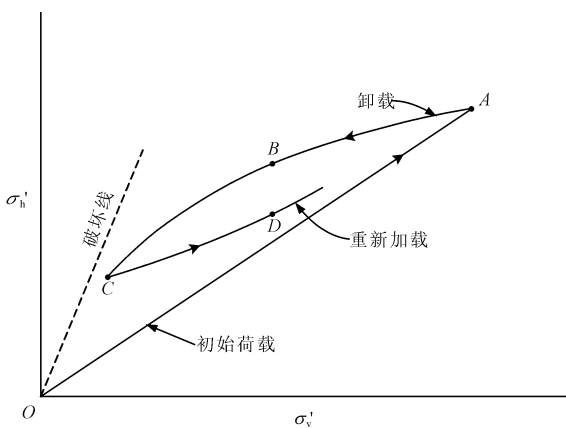


图 1  $K_0$  状态下的土体应力历史示意图

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') n_{ocr}^{\sin\varphi'} \quad (4)$$

式中  $\varphi'$  为有效内摩擦角,  $n_{ocr}$  为超固结比。

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') \left[ \left( \frac{n_{ocr}}{n_{ocrmax}} \right) + \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{n_{ocr}}{n_{ocrmax}} \right) \right] \quad (5)$$

式中:  $\varphi'$  为有效内摩擦角;  $n_{ocr}$  为超固结比;  $n_{ocrmax}$  为最大超固结比。

式(5)为考虑应力历史影响时,静止土压力系数计算的普遍公式。特殊情况下,当土体为正常固结即  $n_{ocrmax} = n_{ocr} = 1$  时,式(5)可简化为 Jaky 公式  $K_0 = 1 - \sin\varphi'$ ; 当土体为首次卸载超固结状态即应力路径 ABC 上任一点时,  $n_{ocrmax} = n_{ocr}$ , 式(5)可简化

为式(4)。

工程应用过程中,超固结比  $n_{ocr}$  一般较容易获得,但最大超固结比  $n_{ocmax}$  很难得到,Mayne P W 等<sup>[25]</sup>根据对 Reld - Bedford 砂土的三次循环荷载试验研究认为,在较少荷载循环次数下,公式(4)可作为计算应力历史影响下静止土压力系数的普遍公式使用。

### 3.2 空间几何特征对静止土压力的影响

根据库仑主动土压力计算公式,当墙后填土面非水平而以特定坡率逐渐增高时,墙背所承受的主动土压力将显著增加,类似情况也存在于静止土压力分析中。但定量计算的研究成果较为少见,美国工程兵部队关于挡土墙和防洪墙设计手册<sup>[26]</sup>曾基于 Jaky 简化公式,给出了考虑墙后填土面非平时的静止土压力系数计算公式如下:

$$K_0 = (1 - \sin\varphi')(1 + \sin\beta) \quad (6)$$

式中: $\varphi'$  为有效内摩擦角; $\beta$  为墙后填土面与水平面之间的夹角。

根据式(6),考虑不同的墙后填土坡率及不同的有效内摩擦角计算所得静止土压力系数如图 2 所示。由图 2 可以看出,墙后填土的空间几何特征对静止土压力的影响较为显著,设计中当需要考虑静止土压力状态的工况时,忽视这一因素的影响将导致偏危险的计算结果,不利于保证工程的安全性。

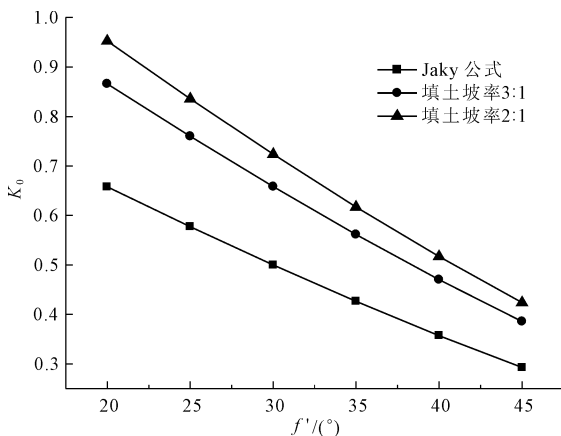


图 2 填土坡率对静止土压力系数的影响分析

## 4 结 论

本文系统梳理和总结了静止土压力的相关研究成果,并基于文献对影响静止土压力的两个重要因素(应力历史和墙后填土的几何特征)进行分析,提出较为普遍接受的定量计算公式。主要得到以下几点有益的结论,供设计人员参考。

(1) 在支挡结构物设计中,静止土压力状态是

一种非常重要的工况,特别是在正常使用极限状态下的结构计算中,设计人员应谨慎待之而非简单照搬规范。

(2) 静止土压力系数的计算方法虽然较多且因变量各不相同,但考虑参数的易得性、有效性、不确定性及测试误差等,Jaky 简化公式可满足工程设计要求,使用较为普遍。

(3) 应力历史是影响静止土压力的一个重要因素,且土体的超固结比一般较容易获得,设计中应考虑该因素的影响。

(4) 被支挡土体的空间几何特征也是影响静止土压力的一个重要因素,设计中不应忽视,可按文中公式定量计算。

### 参考文献:

- [1] Terzaghi K. Old earth pressure theories and new test results [J]. Engineering News Record, 1920, 85(14): 632-637.
- [2] Bishop A W. Test requirements for measuring the coefficient of earth pressure at rest [C]//Proceedings of Brussels Conference on Earth Pressure Problems, Int. Soc. of Soil Mechanic and Found. Engrg. Brussels, Belgium, 1958, Belgium Group, 1958: 2-14.
- [3] Andrawes K Z, El - Sohby M A. Factors affecting coefficient of earth pressure  $K_0$  [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Division, ASCE, 1973, 99(7): 527-539.
- [4] Donath A D. Studies on Earth Pressure on Retaining Walls [M]. Magazine for Construction Industry, Berlin, 1891.
- [5] Jaky J. The coefficient of earth pressure at rest [J]. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 1944, 78(22): 355-358.
- [6] Jaky J. Pressure in silos [C]//Proceedings of the Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Balkema, 1948: 103-107.
- [7] Tshetbotarioff G P. Soil Mechanics Foundations and Earth Structures [M]. MCGRAW - HILL BOOK, Publishing Company, Inc. 1951.
- [8] Rowe P W.  $C_e = 0$  Hypothesis for normally loaded clays at equilibrium [C]//Proceedings of the Fourth International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1. London, 1957, England, 1957: 189-192.
- [9] Hendron A J. The behavior of sand in one - dimensional compression [D]. University of Illinois, Champaign, IL, USA. 1963.
- [10] Brooker E W, Ireland H O. Earth pressures at rest related to stress history [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1965, 2(1): 1-15.
- [11] Saglamer A. Soil parameters affecting coefficient of earth pressure at rest of cohesionless soils [C]//Proceedings of Is-

- tambul Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1 Session 1. Turkiya Bilimsel ve Teknik Aras-firma Kurumu, Ankara, Torkey, 1975:9-16.
- [12] Wenkow, W. An apparatus for the evaluation of the coefficient of earth pressure at-rest [J]. Design Parameters in Geotechnical Engineering, 1979,1(2):171-174.
- [13] Massarsch K R. Lateral earth pressure in normally consolidated clay[C]//Proceedings of the Seventh European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.2, Brighton, England, 1979:245-250.
- [14] Sherif M A, Fang Y S, Sherif R I.  $K_A$  and  $K_0$  behind rotating and non-yielding walls[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1984,110(1):41-56.
- [15] Matsuoka H, Sakakibara K. A constitutive model for sands and clays evaluating principal stress rotation[J]. Soils and Foundations, 1987,27(4):73-88.
- [16] Moroto N, Muramatsu M.  $K_0$  Value and degree of anisotropy of overconsolidated clay[C]//Proceedings of the 9th South-east Asian Geotechnical Conference, Section 5, Bangkok, 1987, Thailand, 1987:25-32.
- [17] Bolton M D. A Guide to Soil Mechanics[M]. M. D. & K. Bolton. 1991.
- [18] Robert S. On the  $K_0$  factor[J]. Periodica Polytechnica-Civil Engineering, 1994,38(1):127-195.
- [19] El Sharif M, Abdel Aziz, Yehia K Taha, et al. Theoretical study of earth pressure at-rest for sandy soils[J]. Journal of Engineering Sciences, 2011,39(1):1-13.
- [20] 于丽鹏.基于 FLAC3D 模拟的土体弹性模量取值分析[J].水利与建筑工程学报,2014,12(2):162-166.
- [21] 张继周,缪林昌,王华敬.土性参数不确定性描述方法的探讨[J].岩土工程学报,2009,31(12):1936-1940.
- [22] 袁俊平,詹斌,陈胜超,等.含水率和压实度对路基填土力学特性的影响[J].水利与建筑工程学报,2013,11(2):98-102.
- [23] 张继周,缪林昌,陈俊波.苏中腹地湖相软土土性参数变异性统计描述[J].岩土力学,2010,31(2):471-477.
- [24] Wroth C P. In situ measurement of initial stresses and deformation characteristics[C]//Proceedings of the Conference on In Situ Measurement of Soil Properties, Specialty Conference of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 2. North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, 1975:181-230.
- [25] Mayne P W, Kulhawy F H.  $K_0$  - OCR relationships in soil [J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1983,20(1):851-872.
- [26] U. S. Army Corps of Engineers. Engineering and Design. Retaining and Flood Walls[M]. Publication Number: EM 1110 - 2 - 2502. 1989.

(上接第 24 页)

- [2] Saberi V, Gerami M, Kheyroddin A. Comparison of bolted end plate and T-stub connection sensitivity to component thickness [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2014,98:134-145.
- [3] Abidelah A, Bouchaïr A, Kerdal D E. Experimental and analytical behavior of bolted end-plate connections with or without stiffeners [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2012,76(3):13-27.
- [4] Mohamadi-shooreh M R, Mofid M. Parametric analyses on the initial stiffness of flush end-plate splice connections using FEM[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2008,64(10):1129-1141.
- [5] Shi Gang, Shi Yongjiu, Wang Yuanqing. Behaviour of end-plate moment connections under earthquake loading[J]. Engineering Structures, 2007,29(5):703-716.
- [6] Guo Bing, Gu Qiang, and Liu Feng. Experimental behavior of stiffened and unstiffened end-plate connections under cyclic loading [J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(9):1352-1357.
- [7] 施刚,石永久,王元清,等.多层钢框架半刚性端板连接的试验研究[J].清华大学学报(自然科学版),2004,44(3):391-394.
- [8] 王涛.端板连接弯矩-转角关系及半刚性钢框架抗震性能的研究[D].广州:华南理工大学,2013.
- [9] 张建军.钢框架梁柱外伸端板连接节点性能研究及整体二阶弹塑性分析[D].长沙:中南大学,2009.
- [10] 雷克,王先铁,张莹莹.钢管混凝土框架高强螺栓一端板节点的性能研究[J].水利与建筑工程学报,2010,8(3):150-153.
- [11] 刘兰刚,苏明周,楚启龙.门式刚架端板斜放连接滞回性能有限元分析[J].水利与建筑工程学报,2010,8(3):34-37.
- [12] 黄向宁.扩孔型端板连接钢结构新型节点性能研究[D].福州:福州大学,2014.
- [13] EN 1993 - 1 - 8. Eurocode 3: Design of Steel Structures - Part 1 - 8: Design of Joints[S]. CEN, 2005.
- [14] Committee on Specifications. Specification for Structural Steel Buildings[S]. American Institute of Steel Construction, Chicago (IL), 2010.
- [15] 郭兵,顾强.多层钢框架中梁柱端板连接的强度和刚度[J].建筑结构学报,2004,25(2):27-31.
- [16] Faella C, Piluso V, Rizzano G. Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design, and Software [M]. CRC Press, 1999.