

DOI:10.3969/j.issn.1672-1144.2016.06.001

改进的不等时距灰色马尔科夫模型在边坡位移预测中的应用

胡 华^{1,2,3}, 谢金华^{1,2}

(1. 厦门大学 建筑与土木工程学院, 福建 厦门 361005,

2. 厦门大学 嘉庚学院, 福建 漳州 363105; 3. 厦门大学 深圳研究院, 广东 深圳 518057)

摘 要: 研究了改进的不等时距灰色马尔科夫模型在边坡位移预测中的应用, 先用 S 型函数对厦门某边坡的实测数据进行平滑处理, 然后用平滑后的数据建立不等时距灰色 GM(1,1) 模型, 最后用改进的计算公式求得马尔科夫模拟值和预测值。结果表明改进后的不等时距灰色马尔科夫 GM(1,1) 模型的拟合精度和预测精度有了很大的提高, 对边坡稳定性预测有一定的参考价值。

关键词: 灰色马尔科夫模型; 边坡位移预测; S 型函数

中图分类号: U416.1⁺4

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2016)06—0001—06

Application of Improved Unequal time Interval gray Markov Model in Roadbed Slope Displacement Prediction

HU Hua^{1,2,3}, XIE Jinhua^{1,2}

(1. College of Architecture and Civil Engineering of Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China;

2. Xiamen University Tan Kah Kee College, Zhangzhou, Fujian 363105, China;

3. Research Institute of Xiamen University in Shenzhen, Shenzhen, Guangdong 518057, China)

Abstract: Grey Markov model has been widely used in displacement prediction, but the accuracy of the predicting results obtained from the unequal time interval gray Markov model directly established by using the actual measurement data is low, and the error of using the traditional formula to calculate the unequal time interval gray Markov simulation value and the prediction value is large. In response to these deficiencies, this paper studies the application of an improved unequal time interval gray Markov model in slope displacement prediction. First, the actual measured data of a side slope in Xiamen are smoothed by using the S function, and then the unequal interval grey GM(1,1) model was established with the smoothed data, finally the improved formula was adopted to calculate the Markov simulation value and predictive value. Results show that the improved unequal interval grey Markov GM(1,1) model's fitting precision and prediction precision has been greatly improved, and it has some reference value to the slope stability prediction.

Keywords: grey Markov Model; slope displacement prediction; sigmoid function

边坡是一个受到多种因素影响而发展演化成的非线性开放系统。边坡的演进和破坏具有随机性和不确定性,而边坡的位移变化携带了边坡破坏的重要信息,因此,对边坡内部位移监测数据进行分析,并建立相应的预测模型,对保证边坡安全、掌握岩土

结构的形成、发展、未来的发展趋势及其变化规律具有十分重要的意义。现有的边坡位移监测资料分析方法很多,主要有多元回归分析方法^[1]、BP 神经网络分析方法^[2]、时间序列分析方法^[3]等,这些方法大都需要建立在大样本的基础之上,而边坡的位移变

收稿日期:2016-08-19

修稿日期:2016-09-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51278437);广东省自然科学基金资助项目(2014A030313006);福建省自然科学基金资助项目(2015J01224)

作者简介:胡 华(1968—),男,湖北孝感人,教授,主要从事岩土力学、岩土工程减灾等方面的研究工作。E-mail: xmhuh@xmu.edu.cn

通讯作者:谢金华(1988—),男,湖北随州人,硕士研究生,研究方向为岩土工程数值模拟。E-mail: 1043129437@qq.com

化往往受多种因素的影响,具有随机性和复杂性,这些方法很难对边坡的位移变化趋势做出可靠的预测。经研究发现,灰色系统理论非常适用于“小样本,贫信息”的预测,通过已有的数据信息来拟合反应数据行为特征的曲线,进而实现对未来行为的预测^[4-5]。近年来,基于灰色系统模型的位移预测方法越来越引起人们的重视,被证明是一种很好的位移预测方法,但是当数据序列波动较大或者数据序列较长时,传统的灰色系统模型往往很难得到理想的预测结果。针对上述现象,有学者提出,先对数据序列进行平滑处理,然后再建模预测,并获得了良好的预测结果^[6]。也有研究人员提出基于灰色系统的组合模型,如灰色 BP 神经网络模型^[7]、灰色马尔科夫模型^[8-12]等,其中灰色马尔科夫模型的提出使得灰色模型的预测精度有了很大的提高,但是传统的灰色马尔科夫模型不能满足预测精度的需要。因此,很多学者对灰色马尔科夫模型进行了改进^[13-16],这使得灰色马尔科夫模型的预测精度有了进一步提高。

S 型函数能够把数据序列压缩到(0,1)这个小区间内,使原始数据变得光滑,该文先用 S 型函数对厦门市金尚路的路基边坡实际监测水平位移数据序列进行平滑处理,然后再用平滑后的数据建立不等时距 GM(1,1)模型,并采用新的公式计算马尔科夫模拟值,结果表明预测精度有了很大程度的提高,对边坡稳定性预测有一定的参考价值。

1 灰色系统 GM(1,1)模型建模原理

灰色系统理论的主要观点是先对数据进行累加处理,建立数学模型,然后再进行预测。累加生成是灰色系统建模的一种常用生成方法,记作 AGO,累加生成可以知晓数据积累过程的发展趋势。设原始离散数据序列:

$$x^{(0)} = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)] \quad (1)$$

其中 $\Delta t_k = t_k - t_{k-1} = 1 (k = 1, 2, \dots, n)$, 对 $x^{(0)}$ 作一次累加生成得到新的数列:

$$x^{(1)} = [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)] \quad (2)$$

式(2)的元素

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$x^{(1)}(t_k)$ 的时间响应表达式为:

$$\hat{x}^{(1)}(t_k) = (x^{(1)}(t_1) - \frac{u}{a})e^{-a(t_k - t_1)} + \frac{u}{a} \quad (4)$$

其中 a, u 为待定参数,用最小二乘法就可以将参数

a, u 解出来。其中 a 叫做发展系数,反映增长趋势, u 叫做灰作用量。

$$\hat{a} = \begin{Bmatrix} a \\ u \end{Bmatrix} = (B^T B)^{(-1)} B^T Y \quad (5)$$

$$\text{其中, } B = \begin{bmatrix} -0.5(x^{(1)}(t_1) + x^{(1)}(t_2)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -0.5(x^{(1)}(t_{n-1}) + x^{(1)}(t_n)) & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$Y = \{x^{(0)}(t_2), x^{(0)}(t_3), \dots, x^{(0)}(t_n)\}^T \quad (7)$$

再将 $x^{(1)}(t_k)$ 还原成 $\hat{x}^{(0)}(t_k)$, 有

$$\hat{x}^{(0)}(t_k) = \hat{x}^{(1)}(t_k) - \hat{x}^{(1)}(t_{k-1}) \quad (8)$$

2 预测模型的改进和建模方法

2.1 改进不等时距 GM(1,1) 模型的建模原理

建模前,用 S 型函数对原监测数据进行光滑处理。S 型函数的表达式为 $f(x) = 1/(1 + e^{-x})$ 该函数能够把数据压缩到(0,1)这个小区间内,使原始数据变得光滑。用 S 型函数处理后的数据进行建模往往能够提高模型的预测精度。具体方法如下,设有一组不等时距监测数据序列:

$$x^{(0)} = [x^{(0)}(t_1), x^{(0)}(t_2), \dots, x^{(0)}(t_n)] \quad (9)$$

其中, $\Delta t_k = t_k - t_{k-1} \neq 1 (k = 1, 2, \dots, n)$, k 为离散数据对应的时间。用 S 型函数处理后变为:

$$x^{(00)} = [x^{(00)}(t_1), x^{(00)}(t_2), \dots, x^{(00)}(t_n)] \quad (10)$$

对光滑处理后的数据进行累加处理有:

$$x^{(01)}(t_k) = x^{(00)}(t_1) \times \Delta t_1 + \dots + x^{(00)}(t_k) \times \Delta t_k \quad (11)$$

$$\text{即, } x^{(01)}(t_k) = \sum_{i=1}^k x^{(00)}(t_i) \Delta t_k (k = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

数据累减还原考虑时间因子 Δt_k 后得到灰微分方程:

$$dx^{(01)}(t_k)/dt + ax^{(01)}(t_k) = u \quad (13)$$

求解灰微分方程就可以得到改进不等时距数列微分方程的时间响应公式:

$$\hat{x}^{(01)}(t_k) = (x^{(01)}(t_1) - \frac{u}{a})e^{-a(t_k - t_1)} + \frac{u}{a} \quad (14)$$

累减还原后可得预测值 $\hat{x}^{(01)}(t_k)$:

$$\begin{cases} \hat{x}^{(00)}(t_k) = \frac{\hat{x}^{(01)}(t_1)}{\Delta t_k}, & k = 1 \\ \hat{x}^{(00)}(t_{k+1}) = \frac{\hat{x}^{(01)}(t_{k+1}) - \hat{x}^{(01)}(t_k)}{\Delta t_{k+1}}, & k = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (15)$$

2.2 不等时距 GM(1,1) 模型灰参数的求解

根据微分方程来求解灰参数,对式(14)进行变

形,令 $p = x^{(01)}(t_1) - \frac{u}{a}$,则式(14) 变为:

$$\hat{x}^{(01)}(t_k) = p(e^{-a(t_k-t_1)} - 1) + x^{(01)}(t_1) \quad (16)$$

累加生成数据与模拟值之间应存在下列关系:

$$\begin{cases} \hat{x}^{(01)}(t_2) \approx x^{(01)}(t_2) = p(e^{-a(t_2-t_1)} - 1) + x^{(01)}(t_1) \\ \hat{x}^{(01)}(t_3) \approx x^{(01)}(t_3) = p(e^{-a(t_3-t_1)} - 1) + x^{(01)}(t_1) \\ \dots\dots \\ \hat{x}^{(01)}(t_k) \approx x^{(01)}(t_k) = p(e^{-a(t_k-t_1)} - 1) + x^{(01)}(t_1) \end{cases} \quad (17)$$

将 $n - 1$ 个方程中的任意两个方程联立求解可以解得 C_{n-1}^2 个 a_{ij} , 将其平均值作为灰参数 $\hat{a}$ 的值, 然后代入式(17) 反求出 $n - 1$ 个参数 p , 取其均值得到 $\hat{p}$, 灰参数 $\hat{a}$ 通过下列过程计算求得。先任取 2 个方程联立, 变形可得:

$$\begin{cases} \hat{x}^{(01)}(t_i) - x^{(01)}(t_1) = p(e^{-a(t_i-t_1)} - 1) \\ \hat{x}^{(01)}(t_j) - x^{(01)}(t_1) = p(e^{-a(t_j-t_1)} - 1) \end{cases} \quad (18)$$

解方程可得:

$$a_{ij} = \frac{1}{t_j - t_i} \ln\left(\frac{t_j - t_1}{t_i - t_1} \cdot \frac{x^{(01)}(t_i) - x^{(01)}(t_1)}{x^{(01)}(t_j) - x^{(01)}(t_1)}\right) \quad (19)$$

将得到 C_{n-1}^2 个 a_{ij} 求平均值可得最终的 $\hat{a}$ 值:

$$\hat{a} = \bar{a} = \frac{1}{C_{n-1}^2} \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n a_{ij} \quad (20)$$

将 $\hat{a}$ 回代入式(17) 求 p , 并取其平均值:

$$\hat{p} = \bar{p} = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=2}^n m_i \quad (21)$$

将求得的灰参数 $\hat{a}, \hat{p}$ 代入式(16), 可得到不等时距灰色 GM(1,1) 模型方程:

$$\hat{x}^{(01)}(t_k) = \hat{p}(e^{-\hat{a}(t_k-t_1)} - 1) + x^{(01)}(t_1) \quad (22)$$

累减还原便可得到模拟值 $\hat{x}^{(00)}(t_k)$:

$$\hat{x}^{(00)}(t_k) = (\hat{x}^{(01)}(t_k) - \hat{x}^{(01)}(t_{k-1}))/\Delta t_k \quad (23)$$

当 $k = 1$ 时, $\hat{x}^{(00)}(t_k) = \hat{x}^{(01)}(t_k)/\Delta t_1 = \hat{x}^{(01)}(t_k)/t_1$

其中, $t_k < n$ 为模拟值; 当 $t_k > n$ 则为预测值。

2.3 改进马尔科夫预测模型的建模步骤

使用传统的公式计算得到的不等时距灰色马尔科夫模拟值和预测值的误差较大, 该文将采用新的公式计算模拟值和预测值。

(1) 划分马尔科夫状态。结合边坡位移数据样本, 根据相对残差的取值范围进行马尔科夫状态划分。

(2) 确定状态转移概率矩阵。状态转移矩阵里的每个元素的计算公式如下: $P_{ij} = N_{ij}/N_i$, 其中 N_i

为状态 i 发生转移的次数, N_{ij} 为状态 i 转移到状态 j 出现的次数, P_{ij} 为状态 i 转移到状态 j 发生的概率。

(3) 改进马尔科夫模拟值的计算方法。由状态转移矩阵和各个模拟值所处的状态可以确定灰色马尔科夫模拟值。传统的马尔科夫模拟值的计算公式如下:

$$D_k = \hat{u}^{(0)}(k)/(1 - \bar{\delta}\%) \quad (24)$$

其中 $\bar{\delta} = (\delta_1 + \delta_2)/2$, δ_1, δ_2 分别为状态划分界限相对残差的上下限。

改进的计算公式如下:

$$D_k = \begin{cases} S_1, & u^{(00)}(k) \leq S_1 \\ S_0, & S_1 < u^{(00)}(k) \leq S_2 \\ S_2, & u^{(00)}(k) > S_2 \end{cases} \quad (25)$$

其中:

$$\begin{aligned} S_0 &= \hat{u}^{(00)}(k)/(1 - \bar{\delta}\%) \\ S_1 &= \hat{u}^{(00)}(k)/(1 - \bar{\delta}_1\%) \\ S_2 &= \hat{u}^{(00)}(k)/(1 - \bar{\delta}_2\%) \end{aligned}$$

3 改进的不等时距灰色马尔科夫 GM(1,1)在边坡位移预测中的运用

以厦门市金尚路的路基边坡为例。本边坡工程大致为北西—南东走向, 倾向北东, 总体呈倒 L 形, 长约 142 m, 坡高约 6.7 m ~ 9.0 m, 边坡较陡, 坡度约 60° ~ 75°。现场的 7 个沉降观测点及 7 个水平位移观测点布置在边坡顶上; 35 个沉降观测点布置在边坡坡顶的建筑物上。监测精度为 1 mm。由于监测点众多, 现在以 CX3 监测点 2 月 28 日以后的监测数据为依据, 用 S 型函数进行光滑处理, 然后进行建模和位移预测, 以验证改进的不等时距灰色马尔科夫模型的准确性和其用于位移预测的有效性。监测数据见表 1。

表 1 CX3 监测点的监测数据

序号	监测时间 (年 - 月 - 日)	时间/d	时间 间隔/d	累计实测水 平位移/mm
t ₁	2013 - 02 - 28	7	7	3.45
t ₂	2013 - 03 - 04	11	4	3.50
t ₃	2013 - 03 - 07	14	3	3.60
t ₄	2013 - 03 - 11	18	4	3.75
t ₅	2013 - 03 - 14	21	3	3.80
t ₆	2013 - 03 - 18	25	4	3.90
t ₇	2013 - 03 - 21	28	3	3.90
t ₈	2013 - 03 - 25	32	4	3.90

3.1 建模过程及计算

3.1.1 初始位移序列

由表 1 可得到

$$x^{(0)} = \{x^{(0)}(t_1), x^{(0)}(t_2), \cdots x^{(0)}(t_n)\} = \{3.45, 3.50, 3.60, 3.75, 3.80, 3.90, 3.90, 3.90\} \quad (26)$$

用 S 型函数处理后称为新的序列

$$x^{(00)} = [x^{(00)}(t_1), x^{(00)}(t_2), \cdots x^{(00)}(t_n)] = [0.969231, 0.970688, 0.973403, 0.977023, 0.978119, 0.980160, 0.980160, 0.980160] \quad (27)$$

3.1.2 可行性判断

可以证明 $x^{(0)}$ 和 $x^{(00)}$ 都是准光滑序列,可以直接用初始数列进行建模.由下图 1 也可以看出 $x^{(00)}$ 序列趋近于一条直线,光滑度明显比 $x^{(0)}$ 的光滑度要高,同样也可以证明下式成立。

$$\rho^{(00)}(k) = \frac{x^{(00)}(k)}{\sum_{i=1}^{k-1} x^{(00)}(i)} < \rho^{(0)}(k) = \frac{x^{(0)}(k)}{\sum_{i=1}^{k-1} x^{(0)}(i)} \quad (28)$$

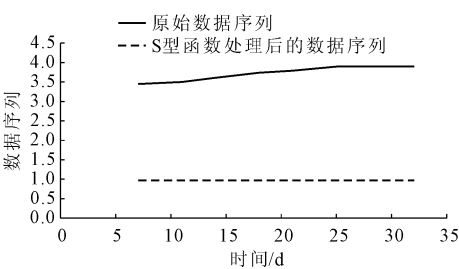


图 1 光滑性对比图

3.1.3 累加生成数列

原始监测数据累加生成后的序列为

$$x^{(1)} = [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n)] = [24.15, 38.15, 48.95, 63.95, 75.35, 90.95, 102.65, 118.25] \quad (29)$$

S 型函数累加生成后的序列为:

$$x^{(01)} = [x^{(01)}(1), x^{(01)}(2), \cdots, x^{(01)}(n)] = [6.784617, 10.667369, 13.587578, 17.495670, 20.430027, 24.350667, 27.291147, 31.211787] \quad (30)$$

3.1.4 确定不等时距 GM(1,1) 模型方程

根据式(20)、式(21) 计算得到灰参数 $\hat{a}$ 、 $\hat{p}$ 代入式(13) 可得到不等时距 GM(1,1) 模型方程:

$$\hat{x}^{(1)}(t_k) = 998.441771(e^{0.003560 \times (t_k - t_1)} - 1) + 24.15 \quad (31)$$

根据初始残差建立对应的残差模型如下:

$$\hat{e}^{(1)}(t_k) = 17.075351 \times (e^{0.007468 \times (t_k - t_4)} - 1) + 0.56 \quad (32)$$

最终的灰色 GM(1,1) 模型方程为:

$$\hat{x}^{(1)}(t_k) = \begin{cases} 998.441771(e^{0.003560 \times (t_k - t_1)} - 1) + 24.15, & k < 4 \\ 998.441771(e^{0.003560 \times (t_k - t_1)} - 1) + 24.15 + 17.075351 \times (e^{0.007468 \times (t_k - t_4)} - 1) + 0.56, & 4 \leq k \leq 8 \end{cases} \quad (33)$$

同理,可以得到改进的不等时距 GM(1,1) 模型方程:

$$\hat{x}^{(01)}(t_k) = \begin{cases} 3039.2706768243 \times (e^{0.000319853 \times (t_k - t_1)} - 1) + 6.784617, & k < 4 \\ 998.441771(e^{0.003560 \times (t_k - t_1)} - 1) + 24.15 - 0.2482630277 \times (e^{-0.007635319 \times (t_k - t_4)} - 1) + 0.014707, & 4 \leq k \leq 8 \end{cases} \quad (34)$$

累减还原后可以得到不等时距 GM(1,1)模拟值,改进的不等时距模拟值与实际值对比见表 2。

表 2 模拟值与实际值比较

序号	不等时距模拟值 /mm	初始残差 1 /mm	相对残差 1 /%	改进不等时距模拟值 /mm	初始残差 2 /mm	相对残差 2 /%
t ₁	3.45	0.00	0.00	3.45	0.00	0.00
t ₂	3.58	-0.08	-2.29	3.57	-0.07	-2.00
t ₃	3.62	-0.02	-0.56	3.62	-0.02	-0.56
t ₄	3.75	0.00	0.00	3.75	0.00	0.00
t ₅	3.85	-0.05	-1.32	3.80	0.00	0.00
t ₆	3.89	0.01	0.26	3.84	0.06	1.54
t ₇	3.95	-0.05	-1.28	3.89	0.01	0.26
t ₈	4.00	-0.10	-2.56	3.95	-0.05	-1.28
误差均值	—	0.039	1.034	—	0.026	0.705

由表 2 可以计算出改进后的模型在原基础上均误差和相对均误差减小了 33.33% 和 31.82%, 可见用 S 函数平滑处理原始数据再建模能提高模型的模拟精度。

3.2 改进的灰色不等时距马尔科夫模型

3.2.1 划分马尔科夫状态

结合表 2 中的数据, 根据相对残差的取值范围可以将 CX3 号监测点的马尔科夫状态划分为 4 个不同的状态, 其划分情况见表 3。

表 3 状态划分			
原模型的状态界限/%	对应状态	改进模型的状态界限/%	对应状态
$[-3, -2]$	E_1	$[-2, -1)$	E_{01}
$(-2, -1]$	E_2	$[-1, 0)$	E_{02}
$(-1, 0]$	E_3	$[0, 1)$	E_{03}
$(0, 1]$	E_4	$[1, 2)$	E_{04}

3.2.2 确定状态转移概率矩阵

根据公式 $P_{ij} = N_{ij}/N_j$ 计算状态转移矩阵里的每个元素。求得原模型和改进模型的一步状态转移概率矩阵 $P(1)$ 和 $P(01)$:

$$P(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix};$$
$$P(01) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2.3 计算改进的马尔科夫模拟值

由状态转移矩阵和各个模拟值所处的状态可以确定灰色马尔科夫模拟值。将原不等时距马尔科夫模型称为模型 ①, 改进计算公式的原不等时距马尔科夫模型称为模型 ②, 平滑处理后的不等时距马尔科夫模型 ③, 平滑处理后改进计算公式的不等时距马尔科夫模型称为模型 ④, 采用式 (24) 和式 (25) 分别计算马尔科夫模拟值。以 t_2 和 t_3 的数据为例来计算说明。由于 t_1 的数据处于 E_{03} 状态, 故设初始向量 $p(01) = [0, 0, 0, 1]$, 则 $p(01)P(1) = [\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$, 由此可知 t_2 的数据处于 E_{01} 状态的概率大, 于是取 $\delta_1 = -2\%$, $\delta_2 = -1\%$ 。当 $k = 2$ 时, 代入式 (25) 得:
 $D_2 = \hat{u}^{(00)}(2)/(1 - \delta_1\%) = 3.57/(1 + 0.02) = 3.50$
 t_2 的数据处于 E_{01} 状态, 故设初始向 $p(02) = [1, 0, 0, 0]$, 则有:

$p(01)P^2(1) + p(02)P(1) = [\frac{1}{8}, \frac{3}{2}, \frac{5}{16}, \frac{1}{16}]$, 由此知 t_3 的数据处于状态 E_{02} 的概率大。于是取 $\delta_1 = -1\%$, $\delta_2 = 0$ 。当 $k = 3$ 时, 代入式 (25) 得: $D_3 = \hat{u}^{(00)}(3)/(1 - \delta\%) = 3.60$ 。运用同样的方法可以求得其他模型的马尔科夫模拟值和预测值。改进的不等时距马尔科夫 GM(1,1) 模型数据模拟值和原不等时距马尔科夫模拟值对比见表 4。

由表 4 可以看出, 改进后模型的误差有了明显的降低, 使用 S 型函数平滑处理原始数据的同时采用改进的计算公式计算模拟值能大大减小模型的误差。

3.3 利用模型预测

用灰色系统模型和灰色马尔科夫模型可以对未来的位移值进行预测。预测结果见表 5。

表 4 改进马尔科夫模拟值与马尔科夫模拟值对比

序号	实测 /mm	模型①模拟值	误差 1 /mm	相对误差 1	模型②模拟值	误差 2 /mm	相对误差 2	模型③模拟值	误差 3 /mm	相对误差 3	模型④模拟值	误差 4 /mm	相对误差 4
t_1	3.45	3.45	0.00	0.00	3.45	0.00	0.00	3.45	0.00	0.00	3.45	0.00	0.00
t_2	3.50	3.53	-0.03	-0.86	3.51	-0.01	-0.29	3.52	-0.02	-0.57	3.50	0.00	0.00
t_3	3.60	3.60	0.00	0.00	3.60	0.00	0.00	3.60	0.00	0.00	3.60	0.00	0.00
t_4	3.75	3.77	-0.02	-0.53	3.75	0.00	0.00	3.77	-0.02	-0.53	3.75	0.00	0.00
t_5	3.80	3.79	0.01	0.26	3.80	0.00	0.00	3.74	0.06	1.58	3.76	0.04	1.05
t_6	3.90	3.80	0.10	2.56	3.81	0.09	2.31	3.82	0.08	2.05	3.84	0.06	1.54
t_7	3.90	3.89	0.01	0.26	3.91	0.01	0.26	3.91	-0.01	-0.26	3.91	-0.01	-0.26
t_8	3.90	4.02	-0.12	-3.08	4.00	-0.10	-2.56	3.97	-0.07	-1.79	3.95	-0.05	-1.28
绝对值误差均值			0.036	0.943	—	0.026	0.678	—	0.033	0.848	—	0.020	0.516

表 5 两种预测模型的预测结果对比表

预测时间	模型①	模型②
2013-03-28	3.89	3.89
预测时间	模型③	模型④
2013-03-28	3.89	3.89

4 结 论

本文针对传统的不等时距灰色马尔科夫预测模型的不足,用经过 S 型函数平滑后的数据建立不等时距 GM(1,1)模型,改进不等时距马尔科夫 GM(1,1)模型模拟值和预测值的计算方法,对路基边坡位移进行了模型检验和位移预测。初步得出以下结论:

(1) 模型③在模型①的基础上误差和相对误差分别减小了 8.33% 和 10.07%,采用 S 型函数平滑处理数据,能使数据变得平滑,进而减小模型的误差。

(2) 模型②在模型①的基础上误差和相对误差分别减小了 27.78% 和 28.10%,而模型④在模型①的基础上误差和相对误差分别减小了 44.44% 和 45.28%,使用改进的公式计算不等时距马尔科夫模拟值能大大提高模型的预测精度。

(3) 随着时间延续,不等时距马尔科夫模型的模拟精度下降。

参考文献:

[1] 张 闯,彭振斌,彭环云.曲线回归分析模型在边坡位移预测中的应用研究[J].路基工程,2016(3):64-66.

[2] 王雪红,刘晓青,陶海龙,等.优化 BP 神经网络的位移预测模型[J].水利水运工程学报,2014(2):39-42.

[3] 蔡泽宏,简文彬,李宏达,等.基于滑坡监测数据的时间序列位移预测[J].水利与建筑工程学报,2016,14(1):237-242.

[4] Deng Julong. The unit of introduction representation in grey system theory[J]. The Journal of Grey System, 1991,3(2): 87-106.

[5] 刘思峰.灰色系统理论及其应用[M].北京:科学出版社,2010.

[6] 赵晓艳,刘天娇,周 波,等.灰色模型 GM(1,1)的平滑改进及其应用[J].东北电力大学学报,2006,26(4):64-66.

[7] 刘 戈,全国柱.基于灰色 BP 神经网络组合模型的深基坑周围沉降预测研究[J].天津城建大学学报,2016,22(3):185-189.

[8] 时合生,樊爱宛,王 巍.用马尔科夫残差修正灰色理论的煤炭需求预测[J].计算机仿真,2011,28(10):187-190.

[9] 毛占利,朱 毅,杨伯忠,等.火灾事故的灰色-马尔科夫模型预测研究[J].中国工程科学,2010,12(1):98-101.

[10] 齐 甦,周德军,王立英,等.基于灰色-马尔科夫链的隧道围岩变形预测研究[J].现代隧道技术,2013,50(1):80-85.

[11] 侯翔龙,阳 辉.基于滑动无偏灰色马尔科夫模型的水库降雨量预测[J].水土保持通报,2014,34(3):182-184.

[12] 刘淑官,黄声享,徐北海,等.基于无偏灰色马尔科夫链的基坑沉降预测研究[J],测绘地理信息,2015,40(4):11-13.

[13] 李明然,田林亚,洪 毅.改进的灰色马尔科夫模型在大坝变形中的应用[J].水利与建筑工程学报,2012,10(3):65-66.

[14] 卢 丹.改进的灰色-马尔科夫模型在地下水水质预测中的应用研究[J].水利规划与设计,2106(6):86-99.

[15] 陆兴华,姜 涛,秦斯成.改进的灰色马尔科夫模型在煤层沉降预测中的应用[J],煤炭技术,2015,24(2):188-192.

[16] 杨世安.优化的灰色马尔科夫模型在建筑物沉降预测中的应用[D].上海:华东理工大学,2014:21-39.