

# 混凝土徐变计算理论和方法综述

卓 旬,梅明荣

( 河海大学 力学与材料学院, 江苏 南京 210098)

**摘 要:** 介绍了混凝土徐变的基本理论,对目前常用的徐变计算模式及分析方法进行了较为系统地评述,并指出各种计算模式和分析方法的适用性与可行性,对实际工程中徐变的计算提供了一定的参考。结合国内外研究资料指出徐变研究中尚需解决的问题,为进一步研究提供了新思路。

**关键词:** 混凝土;徐变理论;计算模式;分析方法

中图分类号: TU528.01

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2012)02—0014—06

## Summarized Account for Calculation Theory and Methods of Concrete Creep

ZHUO Xun, MEI Ming-rong

( College of Mechanics and Materials , Hohai University , Nanjing , Jiangsu 210098 , China )

**Abstract:** The basic theory of concrete creep is briefly introduced here, and the commonly used calculation models and analysis methods of concrete creep are discussed and reviewed systematically. The suitability and feasibility of these methods are pointed out, which could provide certain references for the calculation of creep in practical engineering. Based on the domestic and foreign research data, the concrete creep problems needed to be solved in the future are pointed out. Some new ideas are proposed for the further study on concrete creep.

**Keywords:** concrete; creep theory; calculation mode; analytical method

所谓徐变是指在持续荷载作用下,混凝土结构的变形将随时间不断增加的现象。从19世纪第一次观测到混凝土的收缩和 Hatt 在1907年首先发现混凝土的徐变至今,国内外一大批专家和学者对这一课题开展了长期的研究工作,虽然也取得了一些重要的成果,但是由于混凝土徐变机理复杂且影响因素众多,混凝土徐变问题还远未被完全掌握<sup>[1]</sup>。因此,要正确地分析混凝土结构的徐变效应需要进行两个方面的研究:

- (1) 建立合适的混凝土徐变计算模式;
- (2) 有合理的计算混凝土徐变效应的理论和方法;

本文将从这两个方面展开论述。

### 1 线性徐变理论

对混凝土徐变问题进行求解时,通常近似认为

徐变变形与应力之间存在着线性关系。即假定徐变与应力关系是线性的,并都服从 L. Boltzman 叠加原理<sup>[2]</sup>—在时间  $t$ 、变应力  $\sigma(\tau)$  作用下的总应变  $\epsilon(t)$  为每一应力增量  $\Delta\sigma(\tau)$  引起应变的总和。若应力连续变化,则混凝土应力应变关系为<sup>[3]</sup>:

$$\begin{aligned} \epsilon(t) &= \frac{\sigma(\tau_0)}{E(\tau_0)} [1 + \varphi(t, \tau_0)] + \int_{\tau_0}^t \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \times \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E(t)} d\tau \\ &= \sigma(\tau_0) J(t, \tau_0) + \int_{\tau_0}^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) + \epsilon(\tau_0) \quad (1) \end{aligned}$$

式中:  $\tau_0$  为初始加荷龄期;  $\sigma(\tau_0)$  为初始加荷应力;  $J(t, \tau_0)$  为徐变函数;  $E(\tau_0)$  为  $\tau_0$  龄期的弹性模量;  $\varphi(t, \tau_0)$  为徐变系数,  $\varphi(t, \tau) = C(t, \tau) E(\tau)$ ,  $C(t, \tau)$  为单位应力作用下的徐变,即徐变度;  $\epsilon(\tau_0)$  为  $\tau_0$  时刻的初应变。

叠加原理在以下应用范围内,试验值与预测值

之间有较好的吻合:工作应力  $\sigma$  不大于  $0.5\sigma_c$ ;应变值在过程中没有减小;试件在徐变过程中没有经历显著的干燥;在初始加载以后,应力值没有大幅度的增加。

## 2 混凝土徐变系数表达式

徐变计算模式是反映徐变系数  $\varphi(t, \tau)$  随时间变化规律的数学函数式,混凝土结构徐变效应分析的有效性和准确性往往在很大程度上取决于徐变计算模式的选取。基于上述线性理论和大量的试验数据,各科研机构及学者提出了各种徐变计算模式,其中应用较多的有<sup>[4]</sup>:CEB - FIP 系列模式、ACI - 209 系列模式、B - P 系列模式、G - Z 模式和 GL2000 模式等。由于对徐变处理的侧重点不同,各模式在处理问题时所考虑的因素均有差异<sup>[5-6]</sup>。

### 2.1 CEB - FIP 系列模式

欧洲混凝土协会(CEB)和国际预应力混凝土协会(FIP)先后提出了:70 模式、78 模式<sup>[7]</sup>、90 模式<sup>[8]</sup>,其中 78 模式采用滞后弹性变形(可恢复的徐变)和塑性变形(不可恢复的徐变)相加的徐变系数表达式。随后推出的 90 模式采用乘积形式将徐变系数随时间的变化规律拟合为一双曲幂函数,徐变系数表达式为:

$$\varphi(t, \tau) = \varphi_0 \beta_c(t, \tau) = \phi_{RH} \beta_{fcm}(\tau) \beta_c(t, \tau) \quad (2)$$

式中: $\varphi_0$  为名义徐变系数; $\phi_{RH}$  为环境相对湿度修正系数; $\beta_{fcm}$  为混凝土强度修正系数; $\beta(\tau)$  为加载龄期修正系数; $\beta_c(t, \tau)$  为徐变进程时间系数。90 模式摒弃了 78 模式中对徐变的细分,将构件的尺寸效应与环境湿度影响综合起来考虑,同时考虑了徐变系数随混凝土强度提高而降低的规律,通过调整加载龄期来考虑水泥品种及养护温度对徐变的影响,但公式中未反映滞后弹性变形的影响。目前,我国现行规范 JTG D62 - 2004《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》<sup>[9]</sup> 关于混凝土徐变的计算即采用的该模式。

### 2.2 ACI 209 系列模式

ACI(美国混凝土协会)先后推出 78 模式、82 模式和 92 模式。82 模式<sup>[10]</sup> 的精度较差,通常低估了混凝土的徐变效应。92 模式<sup>[11]</sup> 在原有模式框架的基础上进行了改进,仍采用极限徐变系数与时间函数相乘的形式,但时间系数采用了双曲线函数,同时不区分弹性变形和塑性变形。其徐变系数表示为<sup>[11]</sup>:

$$\varphi(t, \tau) = \frac{(t - \tau)^{0.6}}{10 + (t - \tau)^{0.6}} \varphi(\infty),$$

$$\varphi(\infty) = 2.35 K_1 K_2 K_3 K_4 K_5 K_6 \quad (3)$$

式中: $K_1 \sim K_6$  分别为加载龄期、环境相对湿度、构件尺寸、塌落度、集料含量、空气含量的校正系数。通过对模式中徐变影响因素的调整以及各材料参数的修正,进一步提高了计算精度。然而 ACI 模式认为构件尺寸的变化仅对徐变终值产生影响,故保持时间进程函数不变,这与试验结果不相符合<sup>[12]</sup>。ACI 模式可以预测非标准条件下混凝土的徐变,但没有考虑混凝土强度的影响。对高性能混凝土及较低等级混凝土,徐变的计算结果偏差较大,有待于进一步修正。

### 2.3 B - P 系列模式

1979 年美国 Bazant 教授在对世界范围内庞大的试验数据进行优化拟合的基础上提出了 B - P 模式、BP - 2 模式,随后又在以上模式的基础上提出了更为简化、理论性更强的 B3 模式<sup>[13]</sup>(1995),其徐变系数为:

$$\varphi(t, \tau) = \frac{J(t, \tau) - 1/E(\tau)}{1/E(\tau)} = E(\tau) J(t, \tau) - 1 \quad (4)$$

B3 模式建立在固化理论<sup>[14-15]</sup> 基础上,该理论认为混凝土宏观材料参数对时间的依赖行为是混凝土材料的粘性相与粘弹性相体积不断增多而力学性质不变、弹性相体积不变、非承力相体积不断变化的结果。B3 模式创新性地将混凝土的水灰比和骨料水泥比对徐变的影响计入到模式计算中,与其他混凝土徐变模式(ACI209、CEB - FIP、GL2000 等)相比,需要更多的定义参数和计算步骤,具有更高的精度且具有较广泛的适用范围。可以通过短期试验数据修正有关系数以获得更精确地徐变计算模型,特别是可以为超出适用范围的混凝土来预测徐变<sup>[13]</sup>,目前 B3 模式在混凝土结构分析中应用较为广泛。

### 2.4 G - Z 模式和 GL2000 模式

美国 Gardner N J 与 Zhao J W 认为<sup>[16]</sup> 大多数徐变计算模式,包括 ACI 209(1982)和 CEB - FIP(1990)模型都采用了极限徐变系数的概念,并使用 Ross 型的双曲线函数描述时间效应。然而长期的试验结果表明徐变不会随着时间增加而达到终值,因此在对大量长期试验数据分析后两人提出了 G - Z 模式。G - Z 模式考虑因素较多,并通过试验数据回归分析提出了早龄期混凝土抗压强度计算公式。基于 1999 年 ACI 209 委员会关于徐变计算模式应满足若干准则<sup>[17]</sup> 的基础上,Gardner N J 和 Lockman M J 对 G - Z 模式加以改进,提出了 GL2000 模式<sup>[18]</sup>。该模

式克服了 G-Z 模式加载初期的应力松弛和不合理的徐变恢复,在徐变系数计算中只包括计算龄期、加载龄期、干燥开始时龄期、相对湿度、构件体表比这五个参数,并单独采用一个修正系数考虑构件在加载前就干燥的情况,整个模型考虑参数较为合理,计算公式简洁,便于应用。

### 3 经典徐变计算理论

所谓徐变计算理论<sup>[19]193</sup>就是如何把常荷载下徐变试验结果用到变应力作用下的结构构件徐变分析中去的理论。徐变系数  $\varphi(t, \tau)$  的确定方法可分为两种<sup>[20]</sup>:一种是偏重试验的方法,另一种是偏重理论的方法。上文中所提到的各种徐变计算模式属于前者,是在试验基础上提出的经验或半经验公式。后者同样以试验为依据,为了计算方便在加载龄期与徐变系数之间作了一些假定,根据不同假定得出几种经典徐变计算理论。

#### 3.1 EMM(有效模量法)

有效模量法(Effective Modulus Method)是最早最简单的也是应用最广泛的一种计算方法。该方法用降低弹性模量来考虑混凝土的徐变影响,也就是混凝土的徐变近似地归入弹性应变,将徐变问题化为相应的弹性问题来解决。所谓有效模量<sup>[19]195</sup>就是应力与总应变之比,即

$$E_c(\tau) = \frac{E(\tau)}{1 + E(\tau)C(t, \tau)} \quad (5)$$

引入有效模量之后,可以采用弹性状态分析方法,逐步推算各时刻的变形和应力。该方法在应力无明显变化或龄期可以忽略不计(如老龄期混凝土)能给出极好的精确解,然而有效模量法认为徐变是完全可复的,这显然与事实不符。

#### 3.2 RCM(徐变率法)

徐变率法(即老化理论)是由 W.H. Glanville 于 1930 年提出的, C.S. Whitney 于 1932 年建立了它的数学公式,由 F. Dischinger 第一个将它用于比较复杂的结构问题中<sup>[19]197</sup>。RCM 中假定不同加载龄期混凝土的徐变曲线具有沿变形轴“平行”的性质,也就是说徐变速率与加荷龄期无关。因此,只需一条徐变曲线就可以进行徐变计算。徐变函数为:

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + \frac{1}{E(\tau_0)}[\varphi(t, \tau_0) - \varphi(\tau, \tau_0)] \quad (6)$$

式中  $\varphi(t, \tau) = C(t, \tau)E(\tau)$ , 总应变为:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \int_{\tau_0}^t \sigma(\tau) \left[ C'(\tau) - \frac{d}{d\tau} \frac{1}{E(\tau)} \right] d\tau$$

$$\text{或} \quad \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = \frac{1}{E(\tau_0)} \left[ \sigma(t) + \frac{d\sigma}{d\varphi} \right] \quad (7)$$

该方法可将方程化为微分方程的形式,从而避免了求解积分方程的麻烦。其中徐变速率是应力与时间的某种显函数,能描述材料实际的老化现象,但只适用于常荷载或荷载变化简单且非常缓慢的情况。与 EMM 相反,对于预应力衰减、荷载重分布问题,此方法能给出满意的结果。老化理论低估了  $t_0$  之后的应力变化所引起的徐变,而且对于在龄期较长的混凝土上施加荷载来说,被推算的徐变小得几乎可以忽略,这与试验结果不符。

#### 3.3 弹性徐变理论

弹性徐变理论又称叠加法,是由苏联教授 Г. Н. Маслов 和 Н. Х. Арутюнян 创立的。假定徐变是一种弹性推迟变形,在不同龄期下加荷的徐变曲线可以叠加,总应变为:

$$\varepsilon(t) = \sigma(\tau_0) \left[ \frac{1}{E(\tau_0)} + C(t, \tau_0) \right] + \int_{\tau_0}^t \left[ \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\sigma(\tau) \quad (8)$$

由于没有引入老化理论那样的假设,故适用于描述混凝土性质随龄期而变的现象。当荷载一定时,该理论对新、老混凝土的估计值与试验曲线符合程度较好。当应力单调增加且大的应力作用历时不长时,该方法的计算值同试验值基本相符。但弹性徐变理论认为卸荷后徐变恢复曲线与加荷徐变曲线相同,进而得出老混凝土徐变完全可复的结论,这与试验结果不符。

#### 3.4 RFM(流动率法)

流动率法(Flow Rate Method)即弹性老化理论,它是弹性徐变理论和老化理论的结合。该理论将徐变函数分为弹性变形、滞后弹性变形、流动变形三部分组成,其中滞后弹性变形为可复变形与加载龄期无关。假定不同加荷龄期的流动变形曲线是平行的,即流动速率与加荷龄期无关,从而有:

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + \frac{\varphi_d(t - \tau)}{E(\tau)} + \frac{\varphi_f(t) - \varphi_f(\tau)}{E(\tau_0)} \quad (9)$$

式中:  $\varphi_d$  和  $\varphi_f$  分别表示滞后弹性应变和流变的徐变系数,由于各个不同龄期的徐变恢复曲线近似相等,故  $\varphi_d$  仅与  $(t - \tau_0)$  有关。当在龄期  $\tau_0$  加荷,龄期  $\tau_1$  卸荷时,任意时刻  $t$  的变形为:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= J(t, \tau_0) - J(t, \tau_1) \\ &= \frac{1}{E(\tau_0)} + \frac{\varphi_d(t - \tau_0)}{E(\tau_0)} + \frac{\varphi_f(\tau_1) - \varphi_f(\tau_0)}{E(\tau_0)} - \end{aligned}$$

$$\frac{1}{E(\tau_1)} - \frac{\varphi_d(t - \tau_1)}{E(\tau_1)} \quad (10)$$

流动率法能较好地描述早龄期混凝土在卸荷状态下徐变部分可复的性质,对应力松弛问题的求解结果较前面几种理论更为合理,然而对老混凝土徐变规律的描述仍然是不尽人意。直到现在,对于十分简单的、易于用徐变曲线的手算叠加处理的问题才用 RFM 求解。

### 3.5 继效流动理论

继效流动理论也把徐变分成弹性变形、滞后弹性变形、流动变形三部分,但与弹性老化理论不同,不再假定流动速率与加载龄期无关,而采用流变模型来考虑流变变形。其中滞后弹性变形是加荷龄期、卸荷龄期和观测时间的函数  $C_d(t, \tau, \tau_0)$ , 主要取决于观测时间与卸荷龄期之差  $(t - \tau)$ 。继效流动方程的具体表达式参见文献[21]。在应力部分减少和交替加卸荷时,继效流动方程计算的变形值与试验值较符合,对于应力衰减问题所得结果也更接近实际,但其计算过程比较繁杂。

### 3.6 几种徐变计算理论的比较

表 1 徐变计算理论的比较

徐变计算理论	优点	缺点
EMM 有效模量法	应力无明显变化、混凝土龄期可以忽略不计,与试验结果较符合	对于松弛、荷载剧烈变动及徐变恢复等问题不大适用;应力递减时低估了徐变变形且低估了长变形下的应力松弛,应力递增时高估了徐变变形
RCM 徐变率法 (老化理论)	对于混凝土应力单调减少且变化不大时(如预应力衰减计算),用该理论可以获得较好结果	对于老龄期的徐变、应力剧烈变化和脉动变化的情况,计算结果与实际不符;应力递减时高估了徐变变形且忽略了卸荷后的徐变恢复,应力递增时低估了徐变变形
弹性徐变理论 (叠加法)	能反应徐变的基本特征——徐变恢复,计算值与试验结果基本相符	由于需要考虑应力历史,计算量较大;得出老混凝土徐变完全可复的结论与试验结果不符
RFM 流动率法 (弹性老化理论)	较好地描述早龄期混凝土在卸荷状态下徐变部分可复的性质,在应力递减时能获得较好结果	低估了老混凝土的徐变变形;应力递增时低估了徐变变形
继效流动理论	精度较高,对于应力衰减问题,能得到满意的结果	计算比较繁杂

## 4 徐变效应的分析方法

### 4.1 AEMM 法(按龄期调整有效模量法)

1967 年 H. Trost 在他的论文中引入“松弛系数”的概念,提出了徐变应力应变关系的代数方程式。1972 年 Z. P. Bazant 指出松弛系数实质上主要反映混凝土的老化,故改称为“老化系数”。与此同时对 H. Trost 的代数方程式进行了严密的论证并在老化系数法的基础上加以改进,提出了按龄期调整的有效模量法<sup>[22]</sup> (Age - adjusted Effective Modulus Method)。该方法的特点是在混凝土应力应变关系式中用等效的老化系数将积分方程解法变为代数方程解法,从而在保证精度的同时大大简化了计算。在(1)式上应用中值定理得:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_0)}{E(\tau_0)} [1 + \varphi(t, \tau_0)] + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(\tau_0)}{E_c(\tau_0)} [1 + \chi(t, \tau_0)\varphi(t, \tau_0)] \quad (11)$$

老化系数取值范围为  $0.5 < \chi(t, \tau_0) < 1$ ,  $\epsilon(t)$  仅与即时应力  $\sigma(t)$  和初始应力  $\sigma_0$  有关,而与应力历史无关,从而简化了计算。然而使用时需查表差值,这给实际工程应用带来不便。由于近年来高性能计算机的逐渐普及,通用有限元程序的广泛应用,将按龄期调整的有效模量法与有限单元法相结合,使得混凝土结构的徐变计算能够更逼近实际。

AEMM 法的关键是老化系数的取值,老化系数取决于混凝土徐变特性以及应力或应变的历史。因此,采用不同的徐变系数表达式就可得出不同的  $\chi$  值。陈永春<sup>[23]</sup> (1991) 通过数值法直接解积分方程求得老化系数,适用于满足积分中值定理条件的各种混凝土徐变。范立础等<sup>[24]</sup> (1991) 根据 AEMM 采用位移法编写相应的计算程序,进行了桥梁结构徐变次内力的计算。孙宝俊<sup>[25]</sup> (1993) 根据老化系数与松弛系数的关系提出老化系数的建议公式,并通过大量计算得出  $\chi$  的平均值为 0.82 建议取  $\chi = 0.8$ 。王勋文<sup>[26]</sup> 等(1996) 运用考虑龄期影响的徐变本构理论与继效流动理论相结合的方法,推导了松弛系数与徐变系数之间的非线性关系,得出了计算老化系数新的实用公式。张丽芳<sup>[27]</sup> 等(2005) 用 AEMM 法编制了适合各类杆系结构、各种施工情况的徐变分析程序进行桥梁结构徐变次内力分析。

### 4.2 徐变应力分析的全量方法

用  $d\sigma(\tau) = \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau$  代入(1)式,并用分部积分推出:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \int_{\tau_0}^t \sigma(\tau) L(t, \tau) d\tau + \varepsilon(\tau_0) \quad (12)$$

式中:  $L(t, \tau) = -\frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau}$  代表单位应力冲量在时间  $t$  引起的应变, 可被称为应力冲量记忆函数<sup>[28]</sup>。由于当时缺乏计算效率, 所以应力冲量记忆函数的方法很少应用。高政国<sup>[29]</sup>(2001) 等提出了混凝土结构徐变应力分析的全量方法, 以应力全量的形式进行徐变应力分析。指出全量理论的基本原理是把荷载全部作用于结构, 然后逐级调整位移, 直到平衡条件得到满足。全量法是将非线性求解问题转化为一系列线性计算过程。孙璨<sup>[30]</sup>(2010) 等应用徐变恢复效应理论及应力冲量记忆函数, 建立了无需记录全部应力历史的全量递推方法并推导了应变全量递推表达式, 事实表明该方法能大幅提高徐变分析的计算效率, 计算精度也满足工程需要。

### 4.3 积分退化核方法(DDK 法)

鉴于指数函数具有经过微分或积分后仍为指数函数的性质, 故用指数函数表示徐变特性时能给徐变问题的解析解带来很大方便。当把计及徐变的混凝土应力应变关系写成增量形式时, 由于指数函数可提出公因子, 可以使增量形式方程中只包含当前状态的变量, 不必存储应力历史。因此如果把积分型徐变定律转换为一阶微分方程组给出的率型徐变定律, 就可以不要存储和应用全部应力或应变历史。可采用近似的特殊徐变函数, 即用退化积分核来代替当前积分核  $J(t, \tau_0)$ 。常取 Dirichlet 级数形式退化核 (Degenerate Kernel), 其表达式为:

$$J(t, \tau) = \sum_{i=1}^n a_i(\tau) (1 - e^{[y_i(\tau) - y_i(t)]}) \quad (13)$$

式中:  $a_i(\tau)$ 、 $y_i(t)$  均是取决于试验的函数;  $n$  为级数项数。若取  $y_i(t) = t/\tau_i$ , 则式(13)变为:

$$J(t, \tau) = \sum_{i=1}^n a_i(\tau) (1 - e^{-(t-\tau)/\tau_i}) \quad (14)$$

### 4.4 率型本构关系

关于混凝土的徐变机理目前尚未明确, 但从其徐变性能上来看, 可以利用流变模型进行分析和计算徐变。流变模型通常是由服从胡克定律的弹性元件和服从牛顿粘性定律的粘性元件组成, 最基本的流变模型为 Maxwell 模型和 Kelvin 模型(图 1、2)。通过基本模型以及弹、粘性元件之间的串并联组合可以得到各种徐变流变模型, 如 Burgers、Hansen、Fli-gge、Cowan、Roll、Powers、Nerille、Bjuggren、Ishai 模型等<sup>[19]</sup><sup>147</sup>。



图 1 Maxwell 模型

图 2 Kelvin 模型

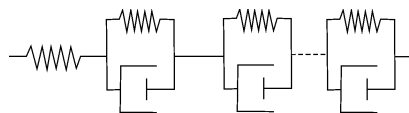


图 3 Kelvin 链

经过大量研究表明 Kelvin 模型更适合徐变问题, 其形式像 Dirichlet 级数。通常采用 Kelvin 链(图 3)来模拟粘弹性并表现了混凝土的老化作用和滞后效应的时间, 其表达式为:

$$J(t, \tau) = \sum_{\alpha=0}^n \frac{1}{E_{\alpha}(\tau)} (1 - e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_{\alpha}}}) \\ = \frac{1}{E_0(\tau)} + \sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{E_{\alpha}(\tau)} (1 - e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_{\alpha}}}) \quad (15)$$

其中  $\lambda_{\alpha} = \eta_{\alpha}/E_{\alpha}$ ,  $\eta_{\alpha}$  是第  $\alpha$  个 Kelvin 模型的粘滞阻尼系数,  $E_{\alpha}$  是第  $\alpha$  个 Kelvin 模型的弹性模量。率型本构关系与有限元程序巧妙地结合, 极大的提高了计算复杂结构的能力。黄耀英等(2006)<sup>[31]</sup> 通过 Marc 软件开放式程序接口开发了任意个 ( $n \geq 2$ ) Kelvin 模型串联的广义 Kelvin 模型, 通过算例说明了广义 Kelvin 模型计算徐变的合理性和可行性。率型本构关系的指数表达式在一定程度上减少了计算工作量、释放了存储空间, 但限制了徐变函数的形式。

## 5 徐变计算理论的发展方向

### 5.1 非线性徐变

关于混凝土徐变对结构性能影响的理论和方法大多都基于线性关系和叠加原理, 如上文中提到的 CEB-FIP 系列、ACI209 系列和 BP 系列模式均假设徐变变形是线性的, 当荷载较大混凝土产生非线性徐变时, 这些模型即不再使用。关于混凝土非线性徐变理论的研究早在 1983 年<sup>[32]</sup> 就开始了, 只是由于高应力下试验的困难以及非线性处理的繁杂而进展缓慢。目前所进行的各种研究都还局限在单轴应力状态下的徐变分析, 对于复杂应力状态下的非线性问题仍处在探索中。

### 5.2 多轴应力状态

在大体积混凝土应力仿真计算中, 多轴徐变应力通常是在单轴试验结果上拟合计算参数, 通过叠

加原理应用于多轴的情况,其结果和实际相差甚远。郭磊等(2007)<sup>[33]</sup>通过对单轴应力状态与多轴应力状态的徐变计算得出结果表明:多轴应力状态下的徐变计算不符合叠加原理。因此,多轴徐变的特性不能简单地从单轴徐变试验结果来推断,要综合考虑三向应力间的相互作用。然而目前国内大多数徐变实验都是单轴形式,操作过程也是人工手动进行,大大影响了实验精度。在实验仪器的研发上,先后设计研制了机电伺服混凝土双轴徐变仪<sup>[34]</sup>、小型围压三轴徐变量测仪<sup>[33]</sup>等,对于多轴试验仪器的研制仍需进一步深入。

### 5.3 新型材料的徐变研究

随着各种纤维混凝土、高强混凝土及高性能混凝土等新型材料的不断涌现,对这些材料的徐变研究也在不断深入。研究发现对于轻骨料混凝土的徐变系数小于普通混凝土,但由于轻骨料混凝土的弹性模量较小,徐变值大于普通混凝土,因此需对徐变引起的轻骨料混凝土结构的长期变形给予足够的重视<sup>[35]</sup>。钢管混凝土在长期荷载较大时,钢管对核心混凝土徐变变形的约束作用不断减弱,徐变应力与应变之间呈非线性关系,因而对高应力状态下的钢管混凝土构件徐变计算公式仍有待于进一步研究。目前,关于新型材料在短期荷载作用下的力学与变形性能的研究仍不够充分,徐变对新型混凝土结构内力重分布等方面的研究也有待加强,需要探讨的问题仍很多。

## 6 结 语

本文总结了国内外学者和科研机构对混凝土徐变计算理论和方法的研究发展,并对这些理论和方法进行了对比分析,在此基础上讨论了徐变计算理论研究的发展方向。随着力学和计算机技术的不断发展,相信通过大量实验和研究会找到更好的徐变计算理论。

### 参考文献:

[1] Bazant Z P. Prediction of concrete creep and shrinkage: Past, present and future[J]. Nuclear Engineering and Design, 2001, 203: 27-38.

[2] 周履, 陈永春. 收缩徐变[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994: 35-46.

[3] 傅作新. 工程徐变力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1995: 84-91.

[4] Rajeev Goel, Ram Kumar, Paul D K. Comparative study of

various creep and shrinkage prediction models for concrete [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2007, (3): 249-260.

[5] 石现峰, 梁志广, 李建中. 几种常用混凝土收缩徐变模式的比较分析[J]. 石家庄铁道学院学报, 1998, 11(1): 8-14.

[6] 丁文胜, 吕志涛, 孟少平, 等. 混凝土收缩徐变预测模型的分析比较[J]. 桥梁建设, 2004, (6): 13-16.

[7] Neville A M, Dilger W H, Brooks J J. Creep of plain and structural Concrete[M]. New York: Construction Press, 1983: 191-206.

[8] CEB 欧洲国际混凝土委员会. 1990 年 CEB-FIP 模式规范(混凝土结构)[S]. 中国建筑科学研究院结构所规范室译, 1991: 57-70.

[9] 中交公路规划设计院. JTG D62-2004. 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2005: 118-121.

[10] 胡狄. 预应力混凝土桥梁徐变效应分析[D]. 长沙: 中南大学, 2003: 1-11.

[11] ACI Committee 209, ACI SP27-3. Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures [S]. American Concrete Institute, 1992: 15-21.

[12] David B. McDonald H. Roper. Accuracy of prediction models for shrinkage of concrete[J]. ACI Materials Journal, 1993, 90(3): 265-271.

[13] Bazant Z P, Baweja S. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures-model B3, RILEM recommendation [J]. Materials and Structures, 1995, 28: 357-365.

[14] Bazant Z P, Prasnnan S. Solidification theory for concrete creep I: formulation[J]. Engineering Mechanical, 1989, 115: 1691-1703.

[15] Bazant Z P, Prasnnan S. Solidification theory for concrete creep II: Verification and application[J]. Engineering Mechanical, 1989, 115: 1704-1725.

[16] Gardner N J, Zhao J W. Creep and shrinkage revisited[J]. ACI Materials Journal, 1993, 90(3): 236-246.

[17] RILEM TC 107. Guidelines for characterizing concrete creep and shrinkage in structural design codes or recommendations [J]. Materials and Structures, 1995, 28: 52-55.

[18] Gardner N J, Lockman M J. Design provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concrete[J]. ACI Materials Journal, 2001, 98(2): 159-167.

[19] 惠荣炎, 黄国兴, 易冰若. 混凝土的徐变[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1988: 193-209.

[20] 李传习, 夏桂云. 大跨度桥梁结构计算理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002: 8-9.

(上接第 19 页)

- [21] 唐崇钊. 混凝土的继效流动理论[J]. 水利水运工程学报, 1980, (4): 1-13.
- [22] Bazant Z P. Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method[J]. ACI Journal, 1972, 69: 212-217.
- [23] 陈永春. 混凝土徐变问题中的中值系数法[J]. 建筑科学学报, 1991, (2): 3-8.
- [24] 范立础, 杜国华, 鲍卫刚. 桥梁结构徐变次内力分析[J]. 同济大学学报, 1991, 19(1): 23-32.
- [25] 孙宝俊. 混凝土徐变理论的有效模量法[J]. 土木工程学报, 1993, (3): 66-68.
- [26] 王勋文, 潘家英. 按龄期调整有效模量法中老化系数的取值问题[J]. 中国铁道科学, 1996, 17(3): 12-23.
- [27] 张丽芳, 汪洁. 徐变计算理论及其在软件开发中的应用[J]. 西安建筑科技大学学报, 2005, 37(4): 510-513.
- [28] 朱伯芳. 水工混凝土结构的温度应力与温度控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 1998: 160.
- [29] 高政国, 黄达海, 赵国藩. 混凝土结构徐变应力分析的全量方法[J]. 土木工程学报, 2001, 34(4): 10-14.
- [30] 孙 璨, 傅学怡. 应用徐变恢复效应建立的应变全量递推方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(4): 562-567.
- [31] 黄耀英, 沈振中, 吴中如. 基于 MSC. Marc 二次开发进行粘弹性问题分析[J]. 长江科学院院报, 2006, 23(6): 95-97.
- [32] 林南熏. 混凝土非线性徐变理论问题[J]. 土木工程学报, 1983, 16(1): 14-21.
- [33] 郭 磊, 陈守开. 混凝土多轴应力状态下的徐变研究[J]. 水利水电科技进展, 2007, 27(6): 18-20.
- [34] 高 虎, 刘光廷, 陈凤岐. 混凝土双轴压缩徐变试验初步研究[J]. 清华大学学报, 2001, 41(11): 110-113.
- [35] 张运涛, 孟少平, 潘钻峰. 高强轻骨料混凝土收缩和徐变试验[J]. 实验力学, 2009, 24(6): 592-597.