

ARIMA 模型在卫星钟差预报中的应用

赵亮¹, 兰孝奇¹, 盛建岳²

(1. 河海大学 地球科学与工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 上海港申建设管理有限公司, 上海 200135)

摘要: 为提高 GPS 精密单点定位的精度 (PPP), 需要有高精度的卫星钟差预报。针对卫星钟差预报在卫星导航定位中的重要作用, 利用时间序列模型与灰色模型对卫星钟差进行 1 d 和 120 d 的预报。结果表明, 基于时间序列预报模型的预测精度优于灰色模型, 更适用于实际应用, Rb 钟的精度和稳定性优于 Cs 钟。

关键词: 时间序列; 灰色模型; 卫星钟差预报; 精度分析; 原子钟精度

中图分类号: V474.9

文献标识码: A

文章编号: 1672—1144(2012)01—0135—03

Application of ARIMA Model in Satellite Clock Error Forecasting

ZHAO Liang¹, LAN Xiao-qi¹, SHENG Jian-yue²

(1. College of Earth Science and Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China;

2. Shanghai Gangshen Construction Management Co., Ltd., Shanghai 200135, China)

Abstract: To improve the precision of precise point positioning (PPP), the satellite clock error forecasting with high precision must be obtained and applied. With focus on the important role of the satellite clock error forecasting in precise point positioning, the time series theory and GM model were used to predict 1d and 120ds' satellite clock error. The final results show that the forecasting accuracy of ARIMA model is better than that of GM model, so it is fitter to be used in practice, at the same time, the precision and stability of Rb clock are better than those of Cs clock.

Keywords: time series; grey model; satellite clock error forecasting; precision analysis; atomic clock's precision

GPS 的卫星钟是影响整个卫星定位系统精度的重要因素之一, 时间同步的精度直接决定导航定位的精度。为提高精密单点定位的精度, 必须及时获取精密卫星钟差的预报。精密单点定位中一般采用 IGS 提供的等间隔为 15 min 的精密星历, 其中最终星历能达到小于 5 cm 的轨道误差和 0.1 ns 的卫星钟差^[1-2], 能够满足精密单点定位的需要, 但是最终星历是事后处理数据, 有 13 d 的时间延迟, 而 IGS 提供的实时广播星历和预报星历中的卫星钟差的精度达不到要求, 因此对精密钟差的预报是非常重要的。

目前常用的钟差预报模型有线性模型、二次多项式模型、灰色模型等。其中二次多项式模型以时间为变量, 通过对往期的钟差数据进行拟合确定系数进行预报, 适用于卫星钟差的短期预报, 预报误差随着时间的增加而积累。二次多项式模型所用的数据量大, 计算量大, 在实际应用中不方便。线性模型的精度和二次多项式模型精度相当。灰色模型基于较少的数据进行建模预测, 无法充分利用已有数据

建模提高预测精度^[3]。

1 时间序列的原理

任何时间序列经过合理的函数变换后都可以被认为是由趋势项部分、周期项部分和随机噪声项三个部分叠加而成。其中趋势项和周期项可以用非随机的函数进行刻画, 随机噪声项部分往往表现出某种平稳波动性, 即平稳时间序列。时间序列一般分为 4 种不同的模型: 自回归 (AR) 模型, 滑动平均 (MA) 模型, 自回归滑动平均 (ARMA) 模型, 自回归综合滑动平均 (ARIMA) 模型。自回归综合滑动平均 (ARIMA) 模型是应用最广泛的模型, 是 Box 和 Jenkins 于 20 世纪 70 年代提出的, 是将自回归模型与滑动平均模型有机组合起来的高级模型, 该模型引入了差分方法来处理非平稳的数据序列^[4-5]。

2 预测模型的建立

基于差分处理的 ARIMA(p, d, q) 模型, 记为

$\{X_t\} \sim \text{ARIMA}(p, d, q)$, 其中, $\{X_t\}$ 是数据序列, p , q 为模型的阶, d 为差分的次数。

当 d 为 0 时, ARIMA 模型即为 ARMA 模型, 定义为:

$$X_t = \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i} + \epsilon_t + \sum_{j=1}^q b_j \epsilon_{t-j} \tag{1}$$

式中: a_i, b_j 为相应的待估参数, $\{\epsilon_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$, 当 p, q 分别为 0 时, 模型即为 MA 和 AR 模型。

2.1 模型的识别与定阶

用 ARIMA 建模预测, 对时间序列数据平稳化处理, 首先需要通过原始数据的自相关函数 ACF 和偏相关函数 PACF 计算, 正确地确定相应的模型及适当的阶数。

对于平稳时间序列 $\{X_t\}$, 有

自协方差函数: $\hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-k} X_k X_{t+k}$ (2)

自相关函数: $\hat{\rho}_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$ (3)

偏相关函数为:

$$\begin{cases} \hat{\alpha}_{11} = \hat{\rho}_1 \\ \hat{\alpha}_{k+1, k+1} = \left(\hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\rho}_{k+1-j} \hat{\alpha}_{kj} \right) \times \left(1 - \sum_{j=1}^k \hat{\rho}_j \hat{\alpha}_{kj} \right)^{-1} \\ \hat{\alpha}_{k+1, j} = \hat{\alpha}_{kj} - \hat{\alpha}_{k+1, k+1} \times \hat{\alpha}_{k, k-j+1} \end{cases}$$

(4)

通过判断 $\hat{\rho}_k, \hat{\alpha}_k$ 的截尾性来初步判断模型的阶数, 结构的判断准则见表 1。

表 1 平稳时间序列 ARMA 模型识别准则

类别	模型识别		
	AR(p)	MA(q)	ARMA(p, q)
自相关函数	拖尾	截尾	拖尾
偏相关函数	截尾	拖尾	拖尾

确定模型之后, 利用 AIC 函数可以较准确的确定模型的阶数。

AIC 函数: $AIC(k) = \ln \hat{\sigma}_k^2 + \frac{2k}{N}, k = 0, 1, \dots, p_0$ (5)

式中: k 为模型的阶数, $\hat{\sigma}_k^2$ 为残差方差, N 为处理的数据序列的长度。

2.2 参数的估计

ARIMA 模型中的参数采用最小二乘估计, 估计参数 $a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, b_2, \dots, b_q$ 使残差平方和

$$\sum_{t=1}^N \epsilon_t^2 = \sum_{t=1}^N (b_q^{-1}(B) a_p(B) X_t)^2 \tag{6}$$

达到最小值。其中, B 为相应的延迟算子, $\{X_t\}$ 为经

过处理后的平稳序列。

2.3 模型的检验

残差序列白噪声检验: 残差序列白噪声检验就是要检验序列的自相关函数 $\hat{\rho}_k$ 与零有无显著性差异, 构造 box-pierce 的修正统计量 Q :

$$Q = (N - d - \max(p, q)) \sum_{k=1}^m \rho_k^2(\alpha) \tag{7}$$

式中: α 为给定的显著性水平, d 为差分后损失的数据个数。根据卡方表的值判别, 若 $Q \leq \chi_{\alpha}^2(m - p - q)$, 可认为模型是合适的, 否则就认为模型不好。

3 数据分析

本文采用的数据是 2011-01-01 00:00:00 起至 2011-05-01 23:45:00 的 121 d 的 IGS 精密星历中的钟差数据, 采用时间序列 (ARIMA) 模型和灰色 (GM) 模型对精密钟差进行 1 d 和 120 d 的预报, 预报时间从 2011-01-02 00:00:00 开始, 并将预报值与 IGS 最终星历进行比较, 检验模型的预报精度。

为分析 GPS 卫星钟类型和钟差变化特征, 本实验选取具有代表性的 Block IIR Rb 钟 (PRN 02)、Block IIA Cs 钟 (PRN 10)、Block IIR-M Rb 钟 (PRN 12) 和 Block IIA Rb 钟 (PRN 25)^[6] 作比较, 其中时间序列建模的数据为 2011-01-01 00:00:00~23:45:00 的 24 h 的 96 个历元, 对于灰色模型, 建模数据为 2011-01-01 22:00:00~23:45:00 的 2 h 的 8 个历元。

方案 1: 分别利用 ARIMA 模型和 GM 模型对上述四颗卫星进行 1 d 的短期预测。

方案 2: 分别利用 ARIMA 模型和 GM 模型对 PRN 02 和 PRN 10 两颗卫星进行 120 d 的长期预测。

表 2、表 3 分别表示预报 1 d 和预报 120 d 的预测精度分析, 图 1、图 2 分别表示预报 1 d 和预报 120 d 的预测值与最终星历的差值。

表 2 方案 1: 预报误差绝对值的最大值、平均值和均方根/ns (预报 1 d)

卫星编号	时间序列模型			灰色模型		
	最大值	平均值	RMS	最大值	平均值	RMS
PRN02(Rb)	0.965	0.351	0.199	2.526	1.224	0.943
PRN10(Cs)	8.181	3.923	2.132	13.24	6.049	3.676
PRN12(Rb)	0.915	0.250	0.201	0.198	0.283	0.219
PRN25(Rb)	1.651	0.844	0.502	4.411	2.252	1.261

由表 2、表 3 和图 1、图 2 分析可以看出:

(1) 无论在短期预报还是在长期预报中, 时间序列的预报误差曲线的波动幅度均小于灰色模型。时间序列 (ARIMA) 模型充分利用了历史数据进行拟

合,可以更好地反映钟差的整体变化规律,提高了预报精度。

表 3 方案 2:预报误差绝对值的最大值、平均值和均方根/ μs (预报 120 d)

卫星编号	时间序列模型			灰色模型		
	最大值	平均值	RMS	最大值	平均值	RMS
PRN02(Rb)	1.602	0.791	0.568	2.196	0.939	0.739
PRN10(Cs)	0.572	0.103	0.130	0.786	0.551	0.226

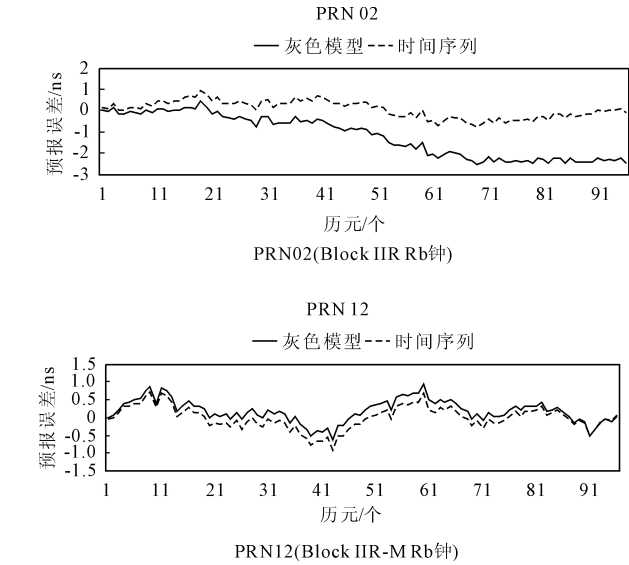


图 1 四颗卫星的预测值与最终星历的差值(预报 1 d)

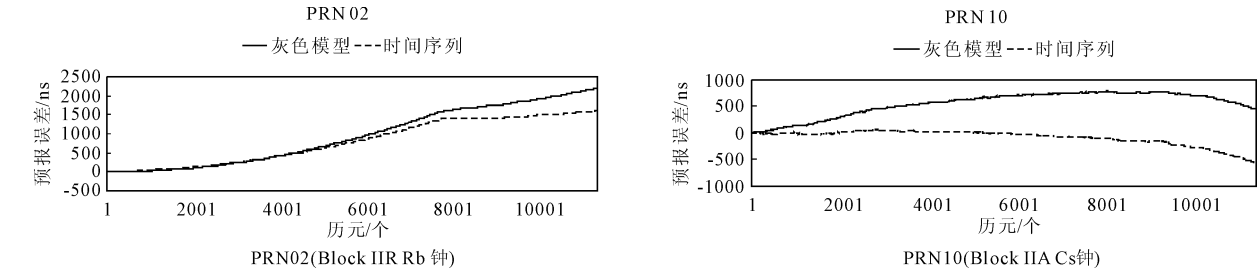


图 2 两颗卫星的预测值与最终星历的差值(预报 120 d)

(3) 在 120 d 的长期预报中,随着预报时间的延长,两种模型的精度都有不同程度的降低,且误差曲线没有明显的分布规律性,并有误差发散的趋势。

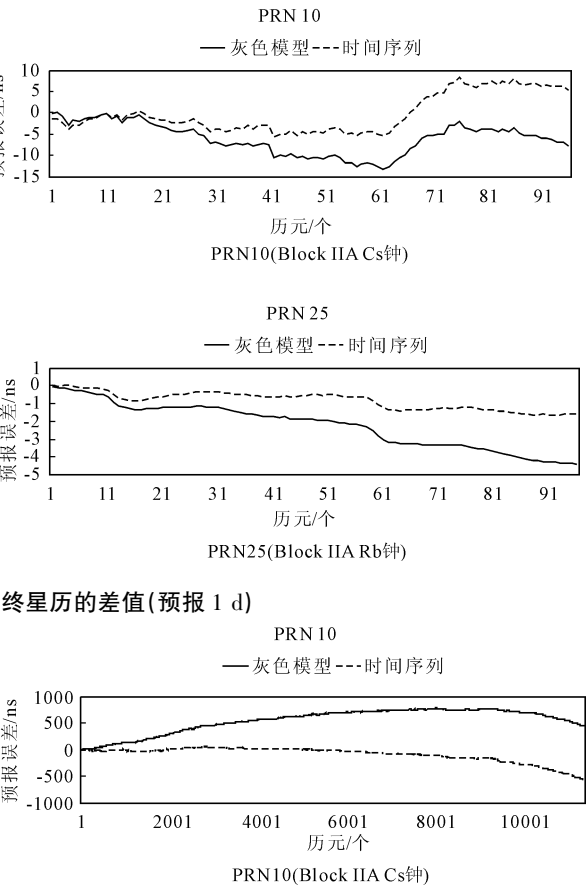
4 结 语

基于时间序列(ARIMA)模型的卫星钟差预报充分利用了历史数据^[7],更能反映卫星钟差数据间的相关性,建模迅速,计算方便,相比于灰色(GM)模型能得到更高的预测精度,在短期预报中能满足精密单点定位的需要。不同种类的卫星所搭载的卫星钟的精度和稳定性不同,本文计算结果显示 Rb 钟的精度和稳定性要优于 Cs 钟。

参考文献:

[1] 李征航,黄劲松.GPS 测量与数据处理[M].武汉:武汉

(2) 在 1 d 的短期预报中,时间序列(ARIMA)模型的稳定性要优于灰色(GM)模型。灰色(GM)模型由于其本身的模型特点,采用少数的历元数据建模,因此预测精度比时间序列整体低 1~2 个数量级。Block IIR-M Rb 钟的预报精度最高,Block IIR Rb、Block IIA Rb 钟预报精度次之,但都能达到亚纳秒级,Block IIA Cs 钟精度最低,达到几个纳米。因此,Rb 钟的精度和稳定性在整体上要优于 Cs 钟。



大学出版社,2005:46-50.
[2] 李 玮,程鹏飞,秘金钟.灰色模型在快速卫星钟差预报中的应用[J].测绘科学,2010,35(3):43-45.
[3] 郑作亚,卢秀山.几种 GPS 卫星钟差预报方法比较及精度分析[J].山东科技大学学报(自然科学版),2008,27(4):6-15.
[4] 何书元.应用时间序列[M].北京:北京大学出版社,2003:200-224.
[5] 徐君毅,曾安敏.ARIMA(0,2,q)模型在卫星钟差预报中的应用[J].大地测量与地球动力学,2009,29(5):116-118.
[6] 黄观文,张 勤,王继刚.GPS 卫星钟差的估计与预报研究[J].大地测量与地球动力学,2009,29(6):118-122.
[7] 刘大杰,陶本藻.实用测量数据处理方法[M].北京:测绘出版社,2003:72-99.